



MATHΛGO

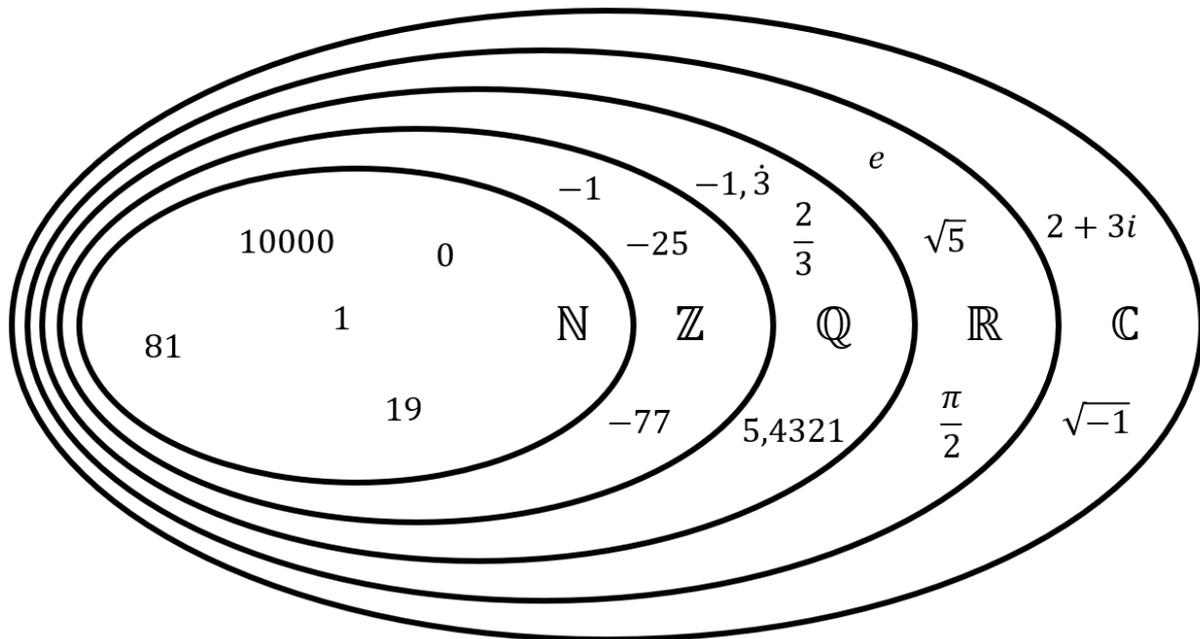
MATHEMATIK

MATURA

VORBEREITUNGSKURS

AHS

# ALGEBRA UND GEOMETRIE (AG)



$$ax^2 + bx + c = 0$$

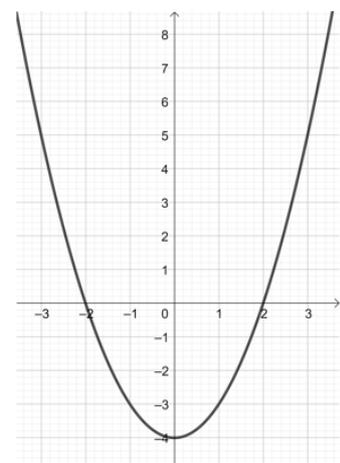
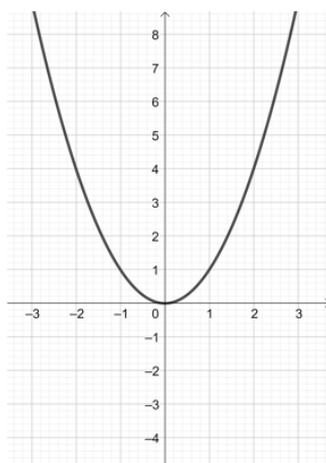
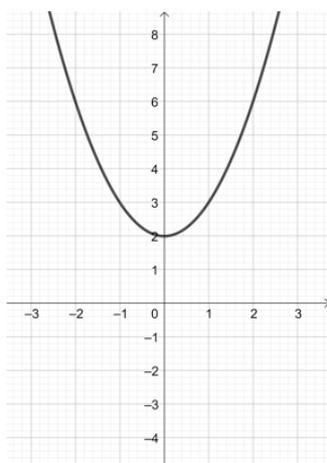
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D < 0$$

$$D = 0$$

$$D > 0$$



$$\begin{aligned} a_1 * x + b_1 * y &= c_1 \\ a_2 * x + b_2 * y &= c_2 \end{aligned}$$

	<b>Lösungsfall 1</b>	<b>Lösungsfall 2</b>	<b>Lösungsfall 3</b>
<b>Graphisch</b>	<i>schneidend</i>	<i>parallel</i>	<i>ident</i>
<b>Rechnerisch</b>	<i>eine Lösung (Schnittpunkt)</i>	<i>keine Lösung (f.A.)</i>	<i>unendlich viele Lösungen (w.A.)</i>
<b>Bedingung</b>	$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

Parameter Darstellung:  $X = P + t * \vec{g}$

Explizite Darstellung:  $y = k * x + d$

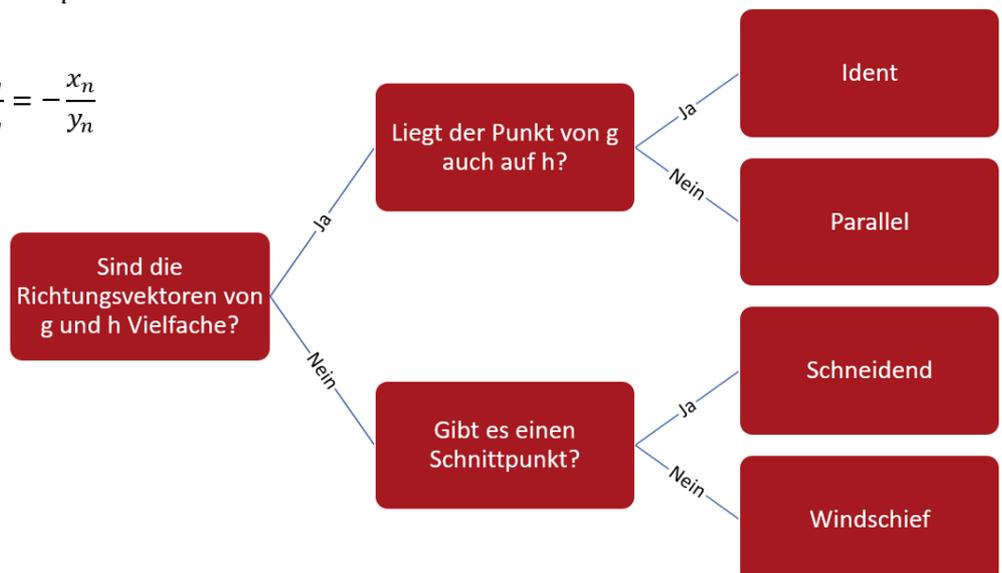
Allgemeine Darstellung:  $a * x + b * y = c$

Normalvektor Darstellung:  $\vec{n} * X = \vec{n} * P$

$\vec{g} \parallel \vec{n}$  Geraden sind normal zueinander

$\vec{g} \perp \vec{n}$  Geraden sind parallel zueinander

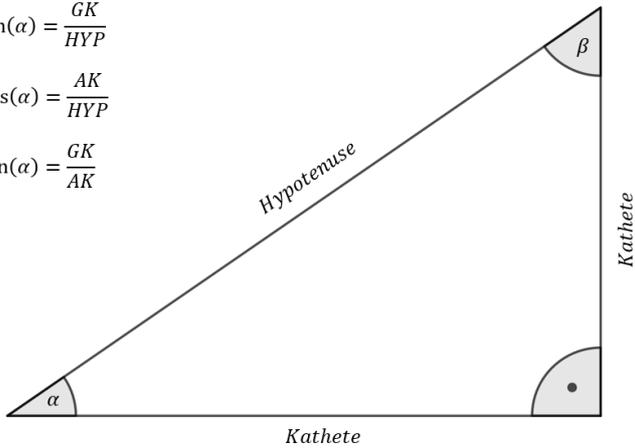
$$k = \frac{y_g}{x_g} = -\frac{x_n}{y_n}$$



$$\sin(\alpha) = \frac{GK}{HYP}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{AK}{HYP}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{GK}{AK}$$



$$\sin(\alpha) = \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$\sin(\alpha) = -\sin(360^\circ - \alpha)$$

$$\cos(\alpha) = \cos(360^\circ - \alpha)$$

$$\cos(\alpha) = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

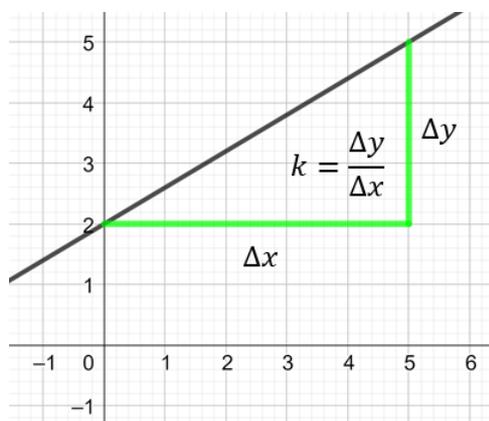
$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha) \quad \text{bei } 45^\circ \text{ \& } 225^\circ$$

$$\sin(\alpha) = -\cos(\alpha) \quad \text{bei } 135^\circ \text{ \& } 315^\circ$$

# FUNKTIONALE ABHÄNGIGKEITEN (FA)

## Verschieden Funktionen und ihre Eigenschaften

	Linear	Potenz	Polynom	Exponential	Sinus	Wurzel	Logarithmus
	$ax + b$	$ax^z$	$\sum_{i=0}^n a_i * x^i$	$a * b^x$	$a * \sin(b * x)$	$\sqrt{x}$	$\ln(x)$
<b>Definitionsbereich</b>	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$ für $z > 0$ $\mathbb{R}^+$ für $z < 0$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_0^+$	$\mathbb{R}^+$
<b>Monotonie</b>	Streng monoton, kein Monotoniewechsel	Abhängig von $a$ und $z$	Monotoniewechsel bei Extremstellen	Streng monoton steigend für $b > 1$ , streng monoton fallend für $0 < b < 1$ kein Monotoniewechsel	Periodischer Monotoniewechsel mit Periode $\frac{\pi}{b}$	Streng monoton steigend, kein Monotoniewechsel	Streng monoton steigend, kein Monotoniewechsel
<b>Krümmung</b>	Keine	Abhängig von $a$ und $z$	Krümmungswechsel bei Wende- und Sattelstellen	Positiv gekrümmt, kein Krümmungswechsel	Periodischer Krümmungswechsel mit Periode $\frac{\pi}{b}$	Negativ gekrümmt, kein Krümmungswechsel	Negativ gekrümmt, kein Krümmungswechsel
<b>Periodizität</b>	Keine	Keine	Keine	Keine	$T = \frac{2\pi}{b}$	Keine	Keine
<b>Achsen-symmetrie</b>	Keine	Für alle geraden $z$	Sofern nur gerade $i$ vorhanden	Keine	Keine	Keine	Keine
<b>Asymptote</b>	Keine	$x$ -Achse für $z < 0$	Keine	$x$ -Achse	Keine	Keine	$y$ -Achse
<b>Schnittpunkte</b>	$(-\frac{b}{a}   0)$ $(0   b)$	$(0   0)$ für $z > 0$	Bis zu $n$ Nullstellen $(0   a_0)$	Keine Nullstelle $(0   a)$	Periodische Nullstellen mit Periode $\frac{\pi}{b}$	$(0   0)$	$(1   0)$



$$f(x) = k * x + d$$

$$k = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

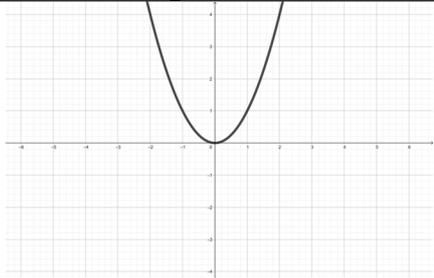
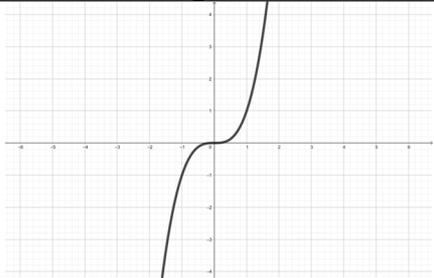
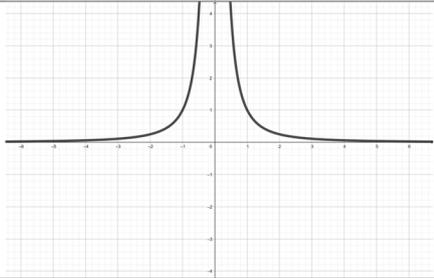
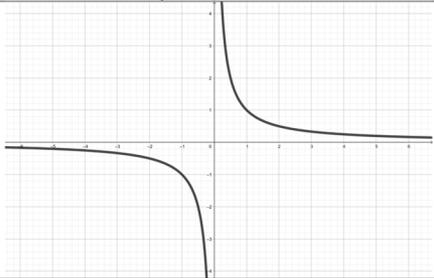
$$k = f'(x)$$

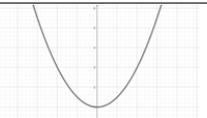
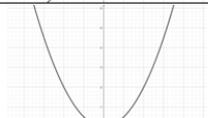
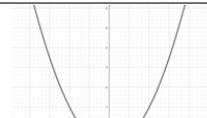
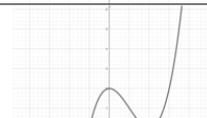
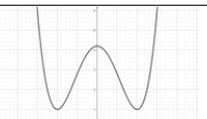
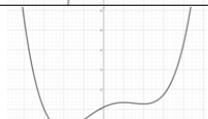
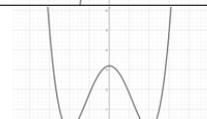
$$f(x + 1) = f(x) + k$$

$$f(x + 1) = k * (x + 1) + d = k * x + k + d = f(x) + k$$

$$f(x + a) = f(x) + a * k$$

$$f(x + a) = k * (x + a) + d = k * x + a * k + d = f(x) + a * k$$

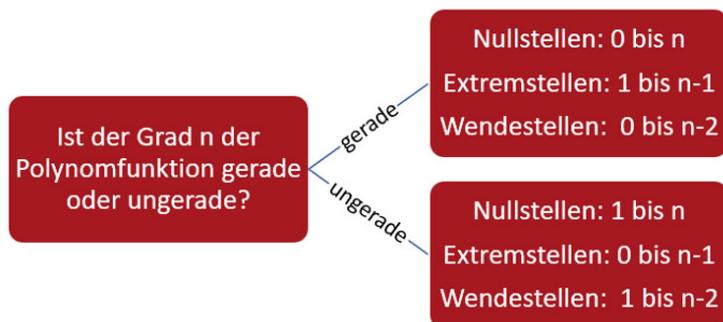
$f(x) = a * x^z$	<i>z gerade</i>	<i>z ungerade</i>
$z > 0$		
$z < 0$		

Grad	keine Lösung	eine Lösung	zwei Lösungen	drei Lösungen	vier Lösungen
1					
2					
3					
4					

Der Grad einer Polynomfunktion gibt an, wie viele reelle Lösungen diese Funktion maximal haben kann

Polynomfunktionen geraden Grades können auch gar keine reelle Lösung besitzen

Polynomfunktionen ungeraden Grades müssen mindestens eine reelle Lösung haben



	Wachstum	Zerfall
$f(x) = a * b^x$	$b > 1$	$0 < b < 1$
$f(x) = a * e^{\lambda * x}$	$\lambda > 0$	$\lambda < 0$
Monotonie	Streng monoton steigend	Streng monoton fallend
Krümmung	Positiv	Positiv
Nullstellen	Keine	Keine
Extremstellen	Keine	Keine
Wendestellen	Keine	Keine
Schnittpunkt mit y-Achse	$(0 a)$	$(0 a)$

$$\lambda = \ln(b)$$

$$b = e^\lambda$$

$$b = 1 \pm \frac{p}{100}$$

$$f(x) = a * b^x$$

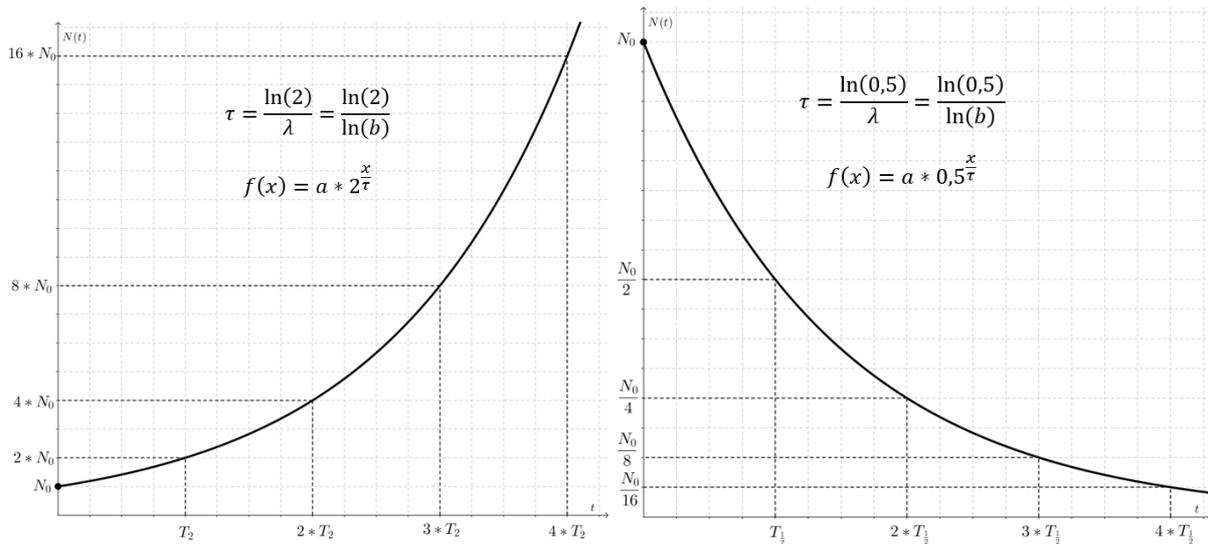
$$f(x+1) = a * b^{x+1} = a * b^x * b^1 = f(x) * b$$

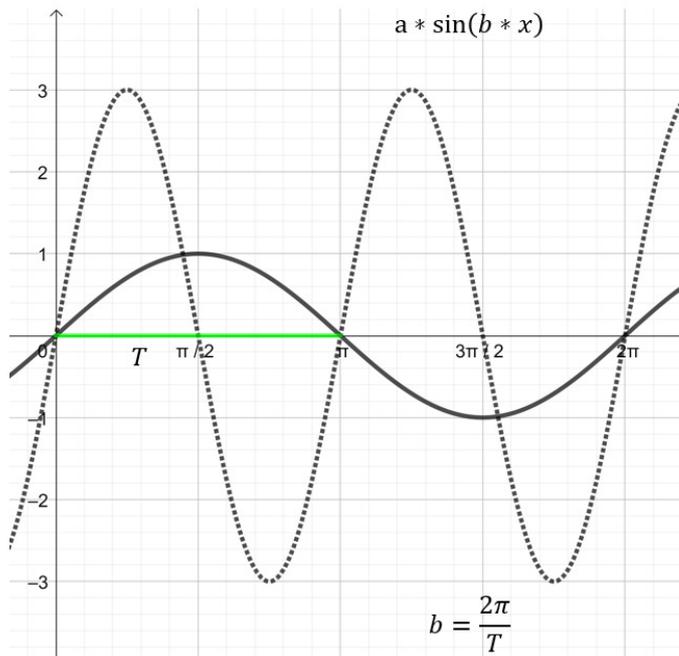
$$f(x+k) = a * b^{x+k} = a * b^x * b^k = f(x) * b^k$$

$$f(x) = a * e^{\lambda * x}$$

$$f(x+1) = a * e^{\lambda * (x+1)} = a * e^{\lambda * x} * e^\lambda = f(x) * e^\lambda$$

$$f(x+k) = a * e^{\lambda * (x+k)} = a * e^{\lambda * x} * e^{k * \lambda} = f(x) * e^{k * \lambda}$$





$$\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-\sin(x) = \sin(x + \pi)$$

$$-\cos(x) = \cos(x + \pi)$$

## ANALYSIS (AN)

*Absolute Änderung:*  $f(b) - f(a)$

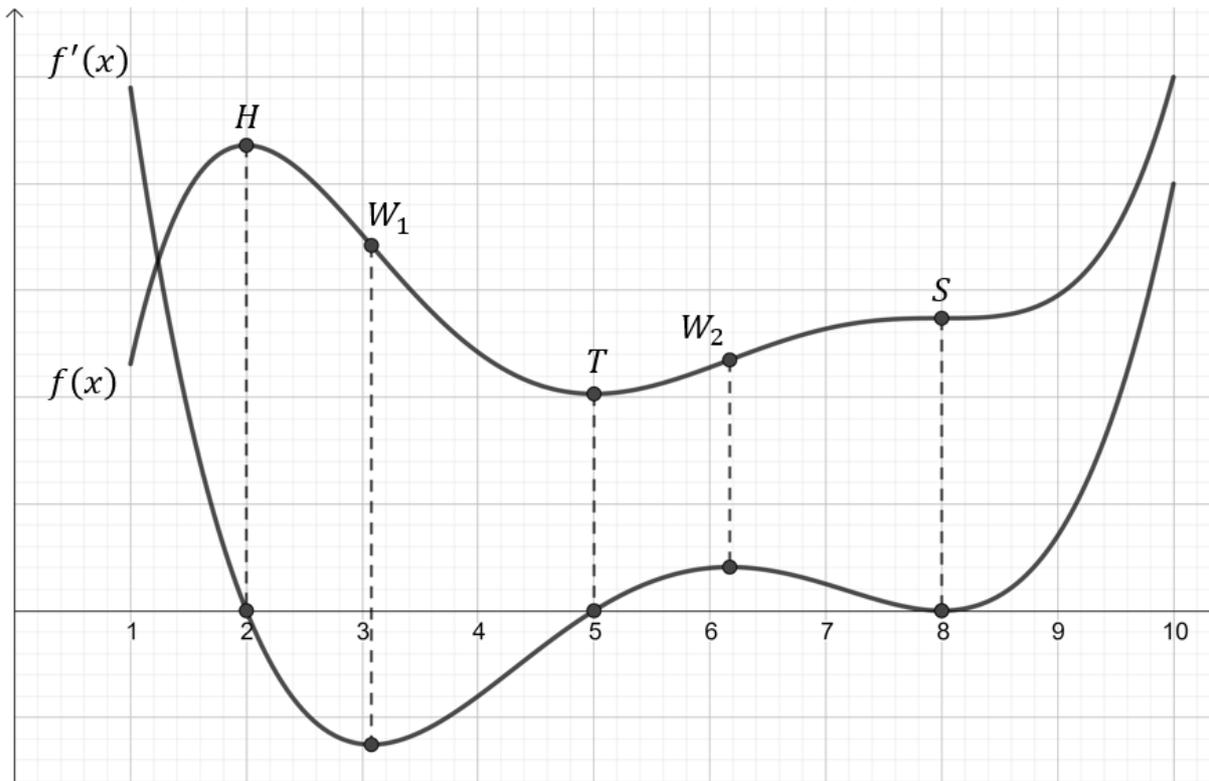
*Relative Änderung:*  $\frac{f(b) - f(a)}{f(a)}$

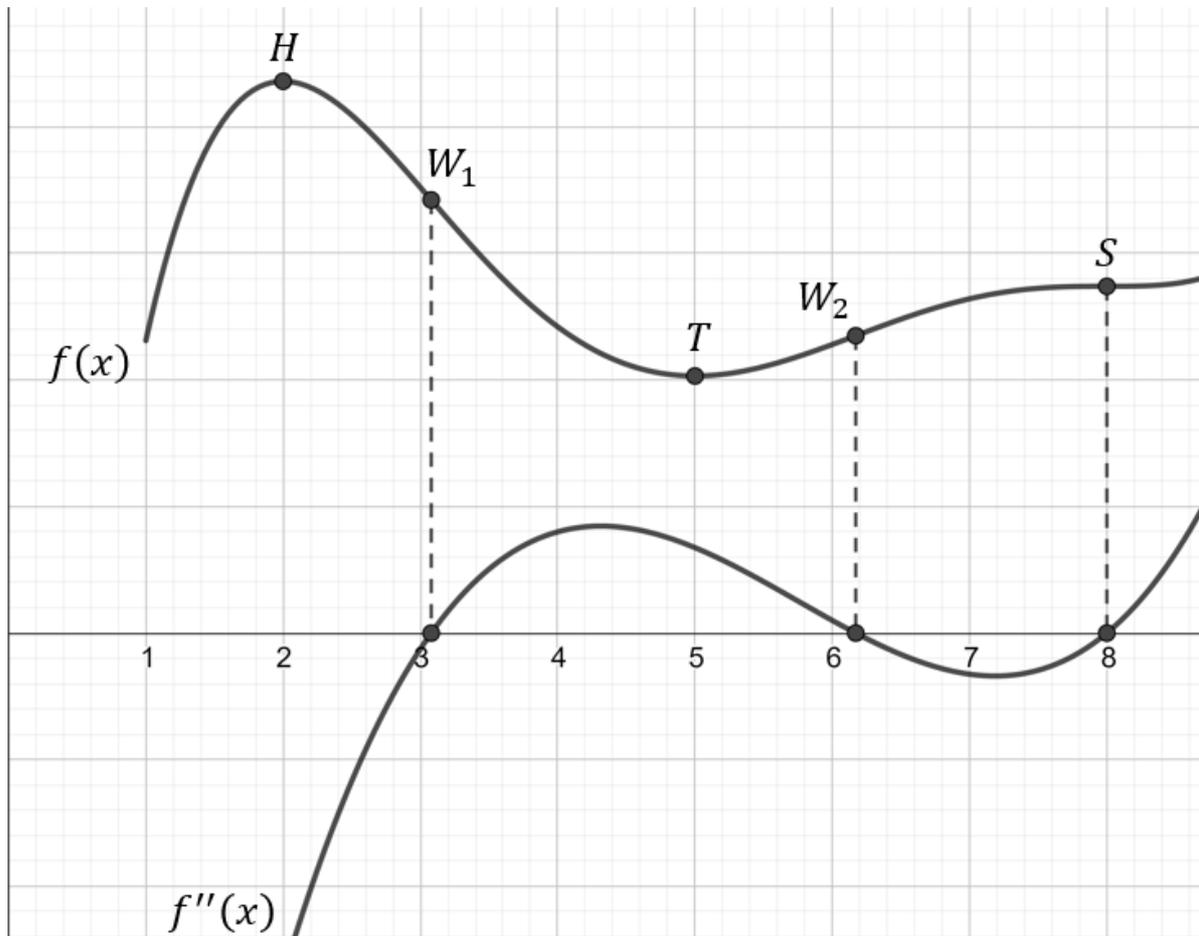
*Änderungsfaktor:*  $\frac{f(b)}{f(a)}$

*Differenzenquotient:*  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

*Differentialquotient:*  $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

*Differenzgleichung:*  $x_{n+1} = a * x_n + b$





*Nullstellen:*  $f(x) = 0$

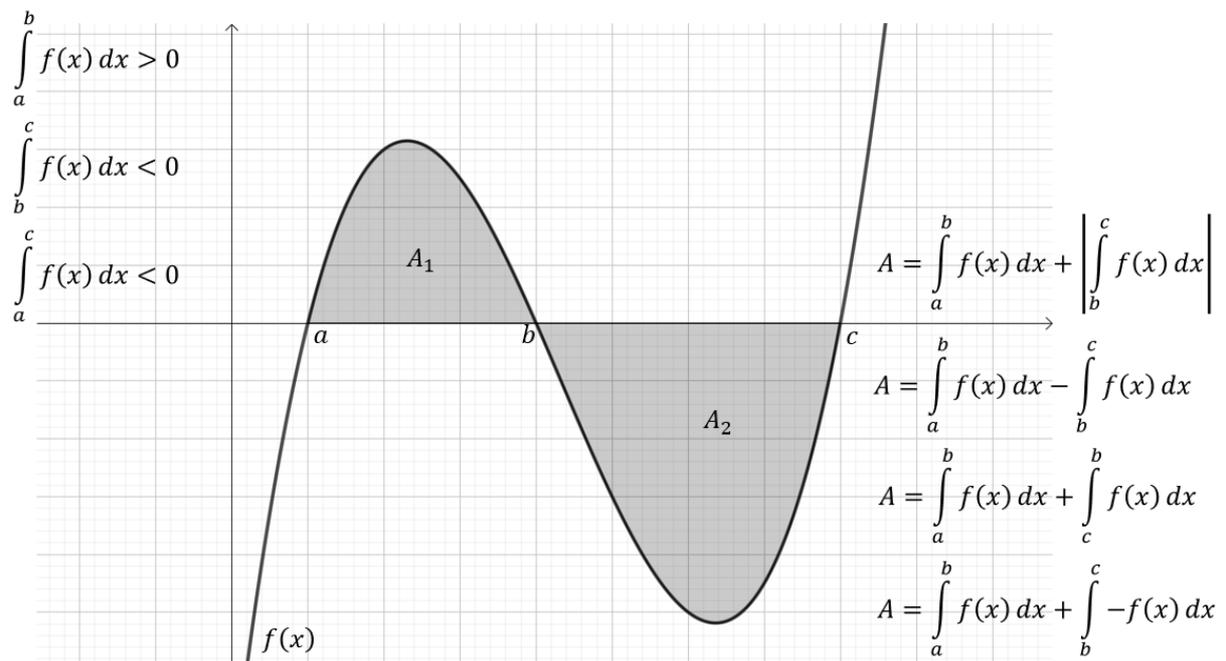
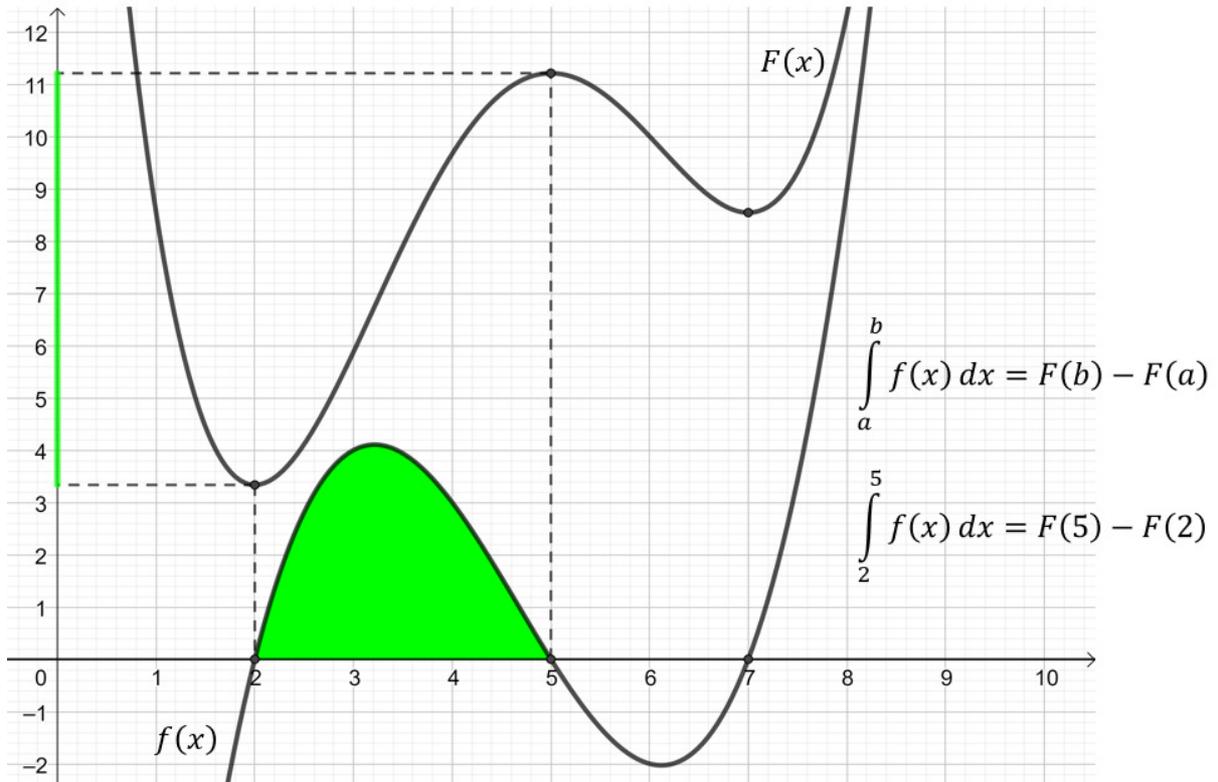
*Extremstellen:*  $f'(x) = 0$

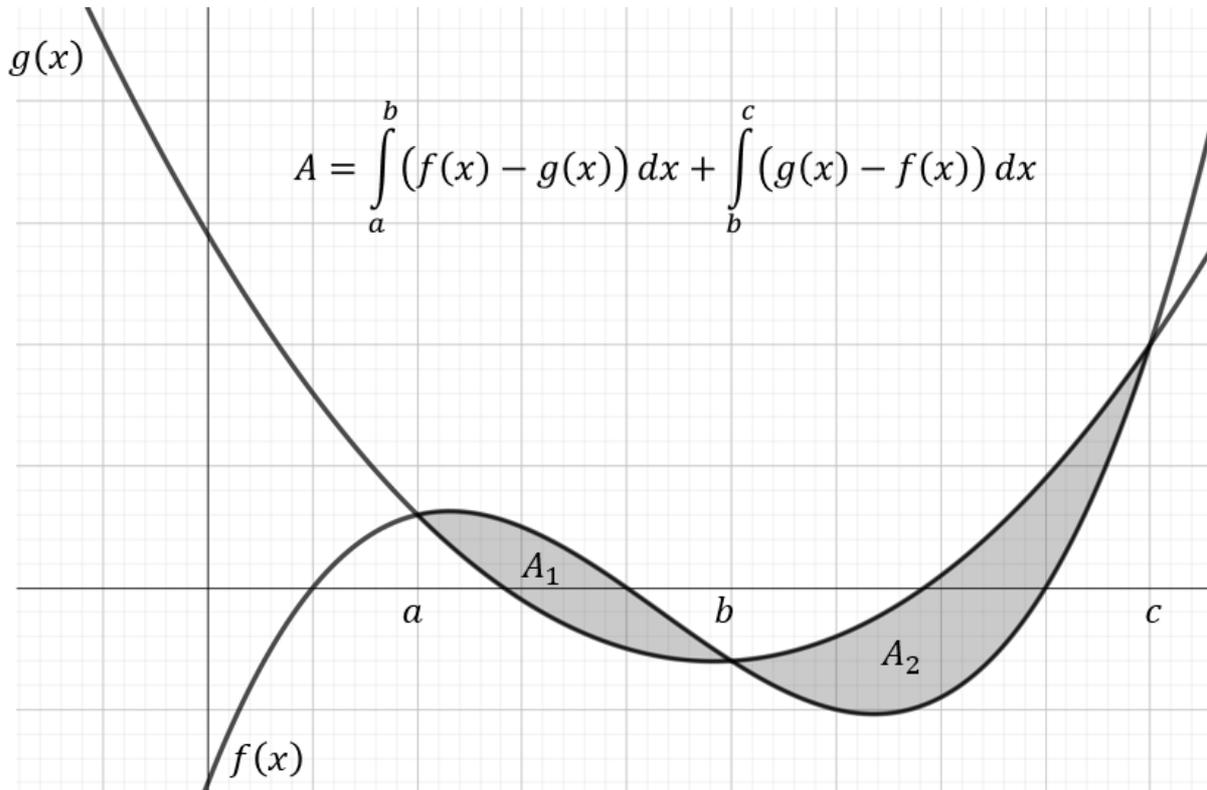
$$f''(x_E) < 0 \rightarrow H$$

$$f''(x_E) = 0 \rightarrow S$$

$$f''(x_E) > 0 \rightarrow T$$

*Wendestellen:*  $f''(x) = 0$





# WAHRSCHEINLICHKEIT UND STATISTIK (WS)

**3 3 3 3 9 9 10 10 12 12 12 12 12 16 18 20 25**

**3 6 6 6 6 6 6 11 11 11 11 14 25 25 25**

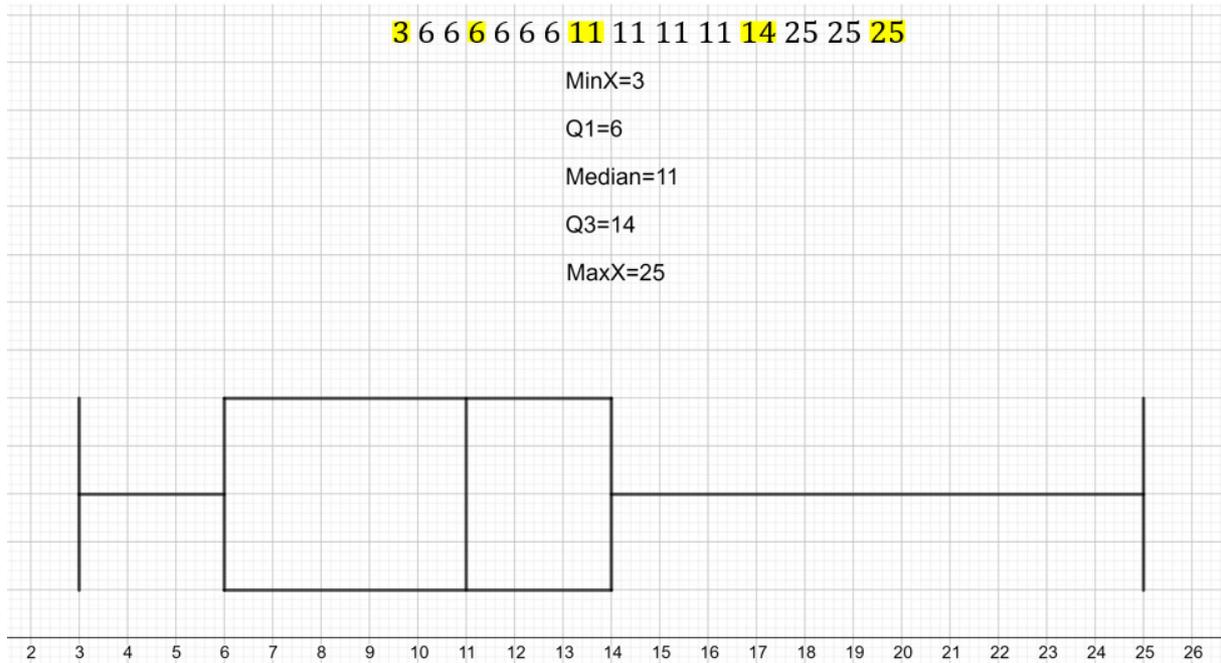
MinX=3

Q1=6

Median=11

Q3=14

MaxX=25

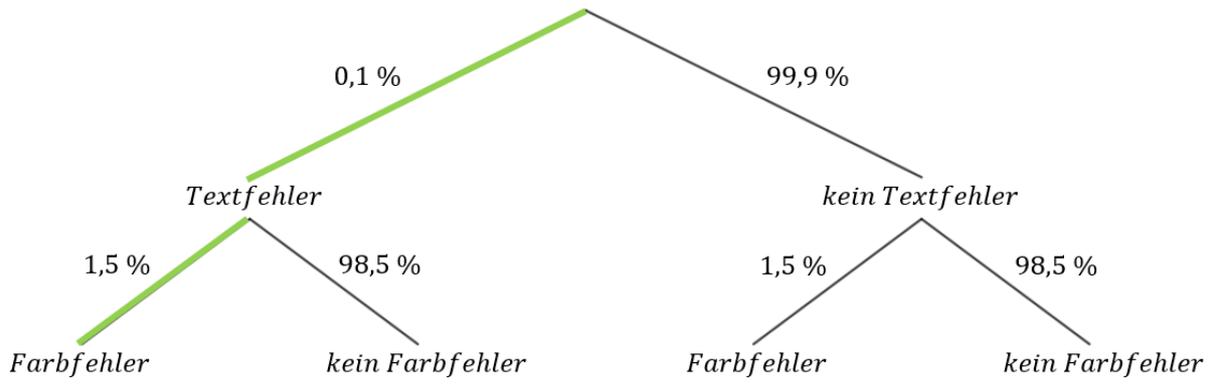


*Addition einer Zahl k zu jedem einzelnen Stichprobenwert*

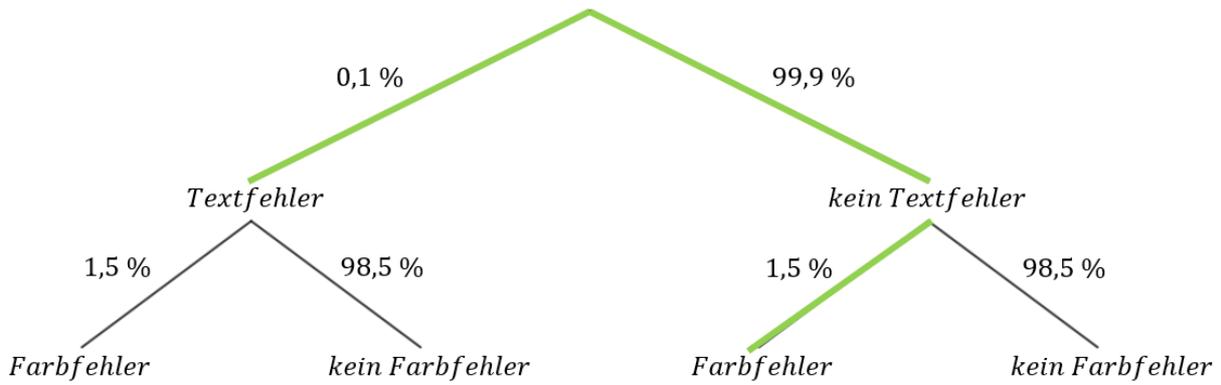
$\bar{x}$	$\sigma$	Min	$Q_1$	Med	$Q_3$	Max	Spannweite
Wird um k größer	Bleibt gleich	Wird um k größer	Bleibt gleich				

*Multiplikation einer Zahl k zu jedem einzelnen Stichprobenwert*

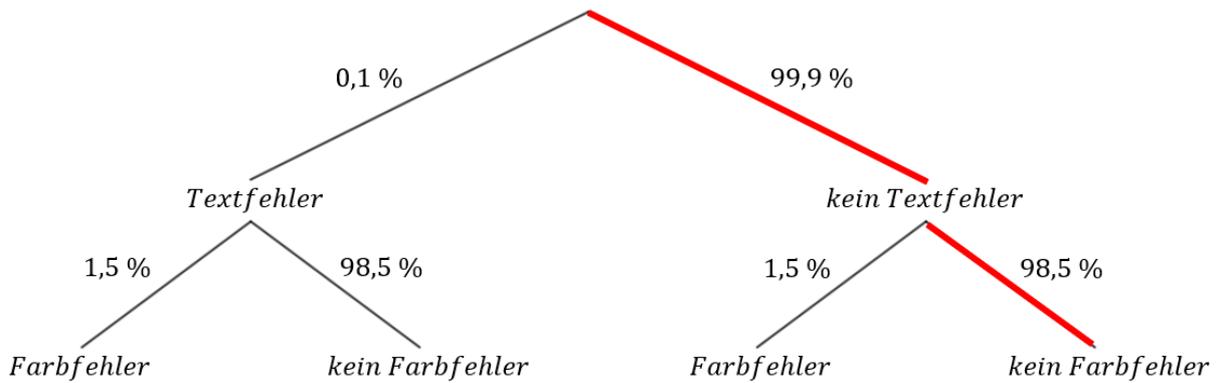
$\bar{x}$	$\sigma$	Min	$Q_1$	Med	$Q_3$	Max	Spannweite
Wird um das k fache größer							



$$P(\text{Textfehler} \cap \text{Farbfehler}) = 0,001 * 0,015 = 0,000015 = 0,0015 \%$$



$$P(\text{mindestens 1 Fehler}) = 0,001 + 0,999 * 0,015 = 0,015985 = 1,6 \%$$

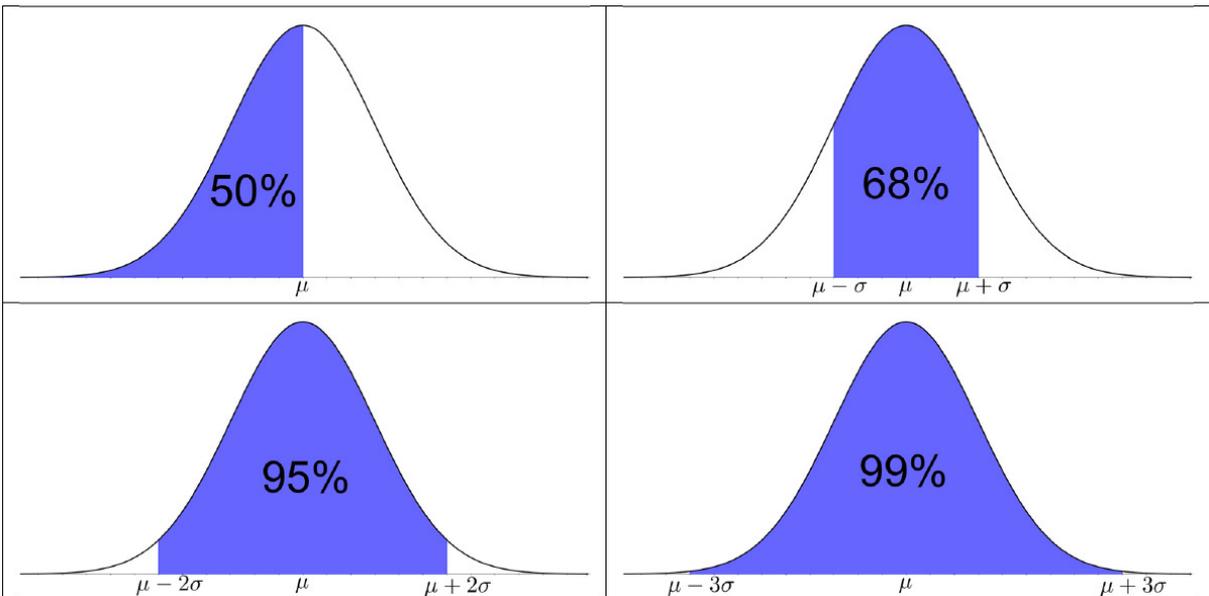


$$P(\text{mindestens 1 Fehler}) = 1 - 0,999 * 0,985 = 0,015985 = 1,6 \%$$

$\binom{n}{0} = 1$		$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! * (n-k)!}$		$\binom{n}{n} = 1$			
$\binom{n}{1} = n$		$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$		$\binom{n}{n-1} = n$			
		1					
		1	1				
		1	2	1			
	1	3	3	1			
	1	4	6	4	1		
	1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1
$\binom{7}{0}$	$\binom{7}{1}$	$\binom{7}{2}$	$\binom{7}{3}$	$\binom{7}{4}$	$\binom{7}{5}$	$\binom{7}{6}$	$\binom{7}{7}$

**KRITERIEN FÜR EINE BINOMIALVERTEILUNG:**

- Wahrscheinlichkeit  $p$  muss gleichbleibend sein
- Das Experiment darf nur zwei mögliche Ausgänge mit den Wahrscheinlichkeiten  $p$  und  $1 - p$  haben
- Die Versuche müssen unabhängig voneinander sein



*Je größer der Stichprobenumfang, umso kleiner das Konfidenzintervall*

*Je größer das Konfidenzniveau, umso größer das Konfidenzintervall*

*Je näher die Häufigkeit bei 50% liegt, umso größer das Konfidenzintervall*