Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. Jänner 2015

Mathematik

Teil-2-Aufgaben

BMBF Bundesministerium für Bildung und Frauen

Bundesinstitut bifie

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält vier Aufgaben mit je zwei bis vier Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit $\boxed{\text{A}}$ gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit $\boxed{\text{A}}$ markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
  Werden unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
  Werden auch unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte $\boxed{\text{A}}$) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits ***freie Antwortformate***, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft oder auf die zur Verfügung gestellten Blätter. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:
Gegeben sind zwei Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

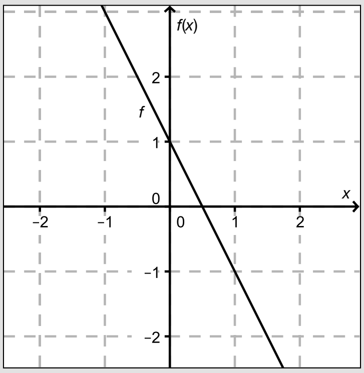
$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:
Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:
Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

1 + 1 = 1	☐
2 + 2 = 2	☐
3 + 3 = 3	☐
4 + 4 = 8	☒
5 + 5 = 5	☐
6 + 6 = 6	☐

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

1 + 1 = 1	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 3	☐
4 + 4 = 8	☒
5 + 5 = 5	☐

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier** *oder* **fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

1 + 1 = 2	☒
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 6	☒
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 10	☒

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ______①______ wird als Zusammenzählung oder ______②______ bezeichnet.

①	
1 – 1 = 0	☐
1 + 1 = 2	☒
1 · 1 = 1	☐

②	
Multiplikation	☐
Subtraktion	☐
Addition	☒

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

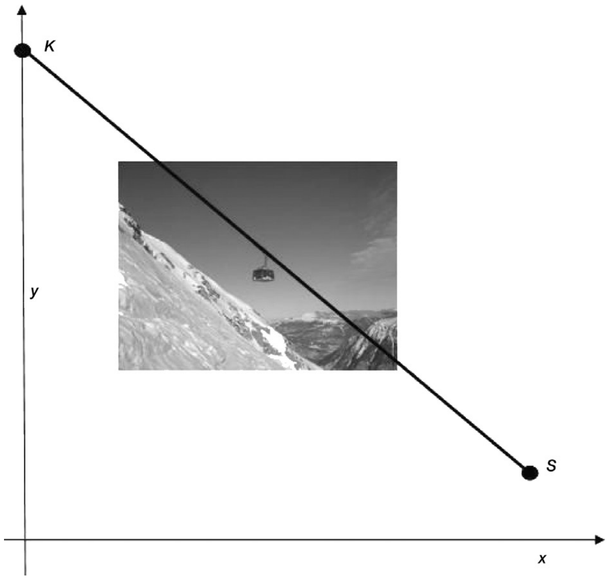
Aufgabe 1

Krippenstein / *five fingers*

Die Dachsteinseilbahn erschließt vom oberösterreichischen Ort Obertraun aus den nördlichen Teil des Dachsteinmassivs. Die Dachsteinseilbahn besteht aus drei Teilstrecken. Die erste Teilstrecke auf die Schönbergalm ist bereits seit 1951 in Betrieb. Die zweite Teilstrecke führt von der Schönbergalm zum Krippenstein. Von dort aus ist die Aussichtsplattform *five fingers* durch einen Fußweg erreichbar. Die dritte Teilstrecke führt vom Krippenstein weiter zur Gjaidalm.
Bei den folgenden Aufgabenstellungen werden Orte als Punkte modelliert.

Aufgabenstellung:

a) Die Bergstation Krippenstein K und die Schönbergalm S sind durch eine Seilbahn verbunden. Der Verlauf des Tragseils wird, wie in der nebenstehenden Abbildung dargestellt, modelliert. Dabei werden x und y in Metern gemessen.
Nach dieser Modellierung gilt: $K = (0|2\,100)$ und $S = (2\,160|1\,350)$.



$\boxed{A}$ Bestimmen Sie den Steigungswinkel des Tragseils!

An welcher Stelle gleicher Seehöhe wie S müsste die Talstation S' stehen, wenn das Tragseil mit 100 % Steigung verlaufen soll? Geben Sie die Koordinaten von S' an!

b) Mit zunehmender Höhe nimmt der Luftdruck exponentiell ab. Dabei gilt für die Höhe h (gemessen in m über dem Meeresspiegel) und den Luftdruck p (gemessen in mbar) näherungsweise der folgende funktionale Zusammenhang: $p(h) = 1\,013{,}25 \cdot e^{-0{,}000118 \cdot h}$.

Berechnen Sie die prozentuelle Druckabnahme auf der Fahrt von der Schönbergalm (Seehöhe 1 350 m) bis zur Bergstation Krippenstein (Seehöhe 2 100 m)!

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die prozentuelle Druckabnahme pro Höhenmeter ist konstant.	☐
Bei einer Verdopplung der Höhe halbiert sich der Luftdruck.	☐
Die absolute Druckabnahme pro Höhenmeter ist konstant.	☐
Der zur Funktion p gehörige Graph ist streng monoton fallend.	☐
Der zur Funktion p gehörige Graph nähert sich asymptotisch der waagrechten Achse.	☐

Aufgabe 2

CO_2-Gehalt der Atmosphäre

Die Atmosphäre besteht zu ca. 78 % aus Stickstoff und zu ca. 21 % aus Sauerstoff. Kohlendioxid (CO_2) ist nur in Spuren vorhanden. Dennoch ist CO_2 zusammen mit Wasserdampf der Hauptverursacher des natürlichen Treibhauseffektes. Seit 250 Jahren ist der CO_2-Gehalt der Atmosphäre massiv gestiegen (siehe Abb. 1). Man vermutet, dass dadurch der Treibhauseffekt verstärkt wird.

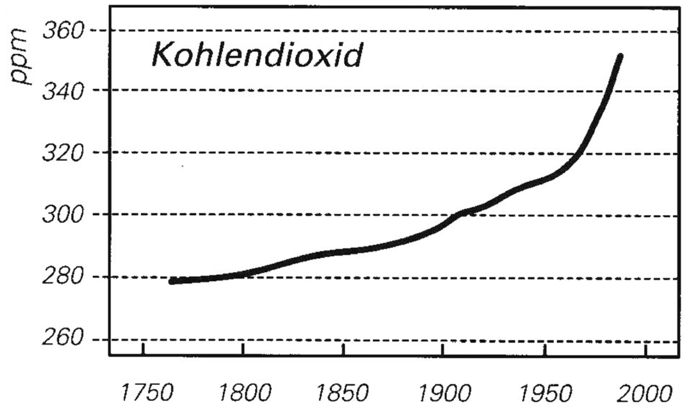


Abb. 1: Aufzeichnungen der mittleren CO_2-Konzentration in der Atmosphäre von 1760 bis 1980

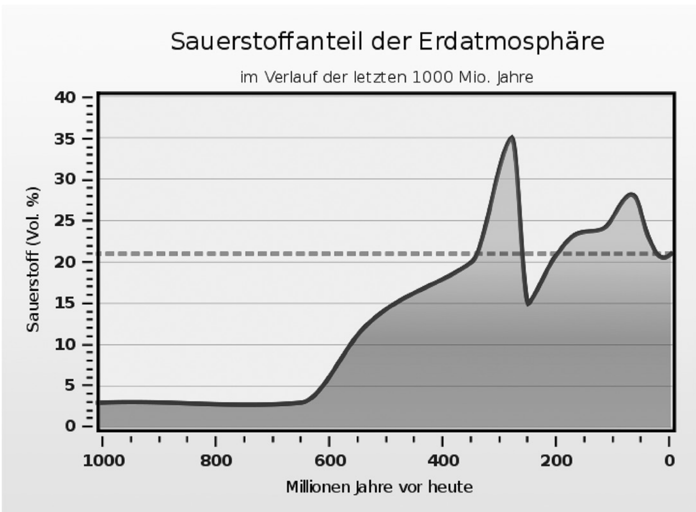


Abb. 2: Darstellung des Sauerstoffgehaltes in der Atmosphäre im Verlauf der letzten Milliarden Jahre

Aufgabenstellung:

a) Stellen Sie ein exponentielles Wachstumsgesetz der Form $K(t) = K_0 \cdot a^t$ auf, das die CO_2-Konzentration K in Abhängigkeit von der Zeit t in der Atmosphäre wiedergibt! Dabei gibt t die seit 1950 vergangene Zeit in Jahren an; K wird in ppm und t in Jahren gemessen. Lesen Sie zur Bestimmung der Parameter K_0 und a die auf Zehner gerundeten Konzentrationen der Jahre 1950 und 1980 (Endpunkt der Aufzeichnungen) aus der entsprechenden Grafik ab!

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die CO_2-Konzentration steigt im beobachteten Zeitraum um ca. 0,4 % pro Jahr.	☐
Die CO_2-Konzentration steigt im beobachteten Zeitraum um ca. 4 ppm pro Jahr.	☐
Wäre der Wert von a (bei gleichbleibendem Wert von K_0) doppelt so groß, so wäre auch der jährliche prozentuelle Zuwachs doppelt so groß.	☐
Für das Jahr 2010 werden nach diesem Wachstumsgesetz ca. 395 ppm prognostiziert.	☐
Wäre der Wert von K_0 (bei gleichbleibendem Wert von a) doppelt so groß, so wäre auch die Verdopplungszeit doppelt so groß.	☐

b) Von 1800 bis 1900 ist der CO_2-Gehalt der Atmosphäre annähernd linear gewachsen. Stellen Sie einen funktionalen Zusammenhang $K(t)$ zwischen der CO_2-Konzentration K (gemessen in ppm) und der Zeit t (gemessen in Jahren) auf! Dabei gibt t die seit 1800 vergangene Zeit in Jahren an. Lesen Sie die auf Zehner gerundeten notwendigen Daten aus der Grafik ab!
Weisen Sie nach, dass der im Jahr 2010 tatsächlich gemessene CO_2-Wert von 390 ppm nicht das Ergebnis einer linearen Zunahme der historischen CO_2-Werte sein kann!

c) Der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre ist in den letzten 1 000 Mio. Jahren massiven Schwankungen unterworfen gewesen. Von 300 Mio. Jahren vor unserer Zeit bis 250 Mio. Jahren vor unserer Zeit hat der Sauerstoffgehalt annähernd linear abgenommen (siehe Abb. 2).

A Berechnen Sie den Ausdruck $\frac{35-15}{300-250}$ und deuten Sie das Ergebnis in diesem Zusammenhang!

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

In den letzten 1 000 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre meistens niedriger als heute.	☐
Vor 250 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt am absolut geringsten.	☐
In den letzten 600 Mio. Jahren ist der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre nie unter 5 Volumsprozent gefallen.	☐
Vor 200 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre etwa so groß wie heute.	☐
Vor 900 Mio. Jahren lag der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre um 15 Volumsprozent niedriger als heute.	☐

d) Die Funktionsgleichung $y(t) = 0{,}000128 \cdot t^3 + 0{,}01344 \cdot t^2 + 0{,}2304 \cdot t$ beschreibt die absoluten Schwankungen des Sauerstoffgehalts bezogen auf den heutigen Wert $y(0) = 0$ in der Atmosphäre in den letzten 100 Mio. Jahren. Dabei wird t in Mio. Jahren und y in Volumsprozent angegeben. Berechnen Sie, wann in diesem Zeitraum ein lokales Maximum des Sauerstoffgehaltes aufgetreten ist! Weisen Sie nach, dass es sich wirklich um ein lokales Maximum handelt!

Aufgabe 3

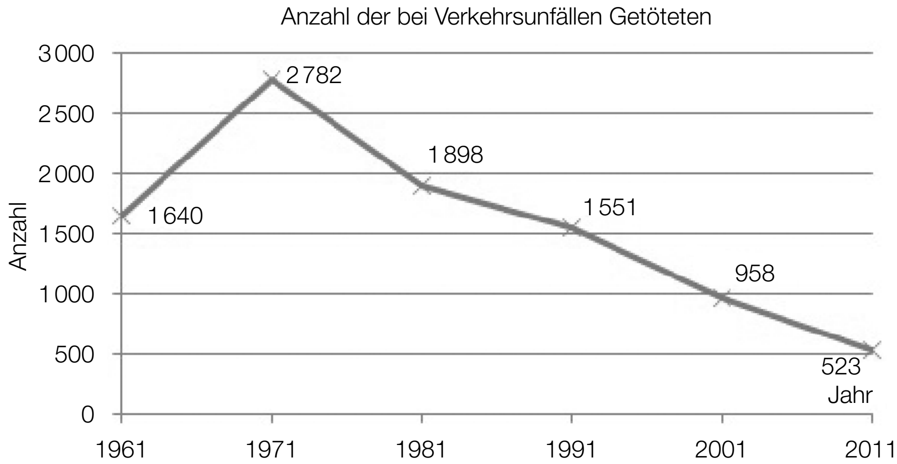
Verkehrsunfälle

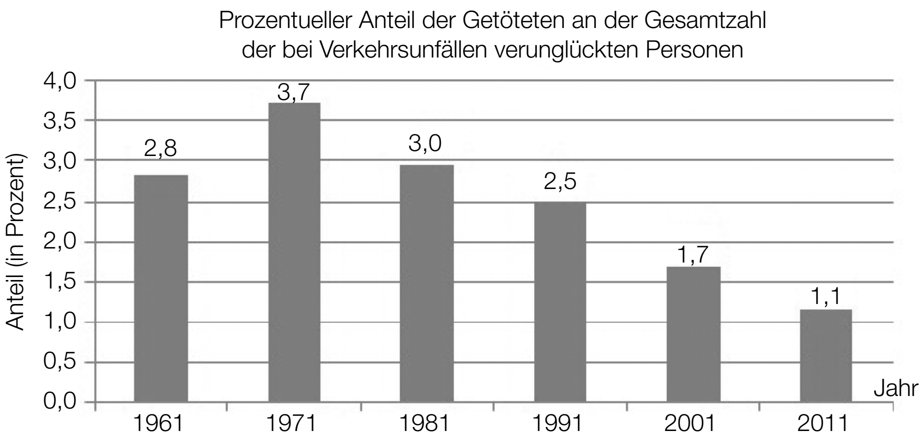
Die Verkehrsunfallstatistik in Österreich umfasst grundsätzlich alle Unfälle, die sich auf Österreichs Straßen mit öffentlichem Verkehr ereignen und bei denen Personen verletzt oder getötet werden.

Die bei Straßenverkehrsunfällen Verletzten und Getöteten werden unter dem Begriff *Verunglückte* zusammengefasst.

Einige der erhobenen Daten werden nachstehend in einer Tabelle und in zwei Grafiken angeführt.

Jahr	Anzahl der Verkehrsunfälle mit Personenschaden	Kraftfahrzeugbestand zu Jahresende
1961	42 653	1 426 043
1971	52 763	2 336 520
1981	46 690	3 494 065
1991	46 013	4 341 042
2001	43 073	5 684 244
2011	35 129	6 195 207





Quelle: Statistik Austria

Aufgabenstellung:

a) Entnehmen Sie der entsprechenden Grafik, in welchem Zeitintervall die absolute und die relative Abnahme (in Prozent) der bei Verkehrsunfällen getöteten Personen jeweils am größten waren, und geben Sie die entsprechenden Werte an!

Im vorliegenden Fall fand die größte relative Abnahme der Anzahl der bei Verkehrsunfällen Getöteten in einem anderen Zeitintervall statt als die größte absolute Abnahme.
Geben Sie eine mathematische Begründung an, warum die größte relative Abnahme und die größte absolute Abnahme einer Größe oder eines Prozesses nicht im gleichen Zeitintervall stattfinden müssen!

b) Die Entwicklung des prozentuellen Anteils der Getöteten gemessen an der Gesamtzahl der bei Verkehrsunfällen verunglückten Personen kann für den Zeitraum von Beginn des Jahres 1971 bis Ende 2011 durch eine lineare Funktion f angenähert werden, wobei die Variable t die Anzahl der seit Ende 1970 vergangenen Jahre bezeichnet.

Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Funktion f auf Basis der Daten aus der entsprechenden Grafik im Zeitraum von Beginn des Jahres 1971 bis Ende 2011!

Geben Sie den theoretisch größtmöglichen Zeitraum an, für den diese Funktion f ein unter der Annahme eines gleichbleibenden Trends geeignetes Modell darstellt!

c) Im Jahr 1976 wurde in Österreich die Gurtenpflicht eingeführt. Seit diesem Zeitpunkt ist man dazu verpflichtet, auf den vorderen Sitzen eines PKW oder Kombis den Sicherheitsgurt anzulegen. Durch die Einführung der Gurtenpflicht kam es zu einer deutlichen Abschwächung der Unfallfolgen.
Berechnen Sie auf Basis der Tabellenwerte für die Jahre 1971 und 1981 die durchschnittliche jährliche Abnahme der Anzahl der Unfälle mit Personenschaden!

Ein „Gurtenmuffel" behauptet, dass es auch schon vor der Einführung der Gurtenpflicht im Zeitraum zwischen 1961 und 1971 zu einer relativen Abnahme der Verkehrsunfälle mit Personenschaden kam.
Ermitteln Sie mithilfe des vorhandenen Datenmaterials Zahlen, die seine Aussage untermauern, und präzisieren Sie diese Aussage!

d) Die nachstehende Tabelle enthält Daten über Verunglückte im Jahr 2011.

Verkehrsart	Anzahl der Verletzten	Anzahl der Getöteten
einspuriges KFZ	8 605	85
PKW	24 853	290
sonstige	11 567	148

Jemand ist im Jahr 2011 bei einem Verkehrsunfall verunglückt.
$\boxed{A}$ Geben Sie die relative Häufigkeit als Schätzwert der Wahrscheinlichkeit, dass diese Person mit einem einspurigen KFZ oder einem PKW unterwegs war und den Unfall nicht überlebt hat, an!
Interpretieren Sie die mit $\frac{24\,853}{25\,143} \approx 0{,}99$ angegebene Wahrscheinlichkeit im vorliegenden Zusammenhang!

Aufgabe 4

Atmung

Beim Ein- bzw. Ausatmen wird Luft in unsere Lungen gesaugt bzw. wieder aus ihnen herausgepresst. Ein Atemzyklus erstreckt sich über den gesamten Vorgang des einmaligen Einatmens und anschließenden Ausatmens. Während des Atemvorganges lässt sich das bewegte Luftvolumen messen. Der Luftstrom wird in Litern pro Sekunde angegeben.
Der Luftstrom $L(t)$ kann in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden) näherungsweise durch die Sinusfunktion L beschrieben werden. Ein Atemzyklus beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ mit dem Einatmen.
Nach einer Messung kann der Atemvorgang einer bestimmten Person modellhaft durch folgende Sinusfunktion beschrieben werden:

$$L(t) = 0{,}6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

Aufgabenstellung:

a) Ermitteln Sie die Periodenlänge der gegebenen Funktion L!

Die Periodenlänge beträgt __________ Sekunden.

Erklären Sie die Bedeutung der Periodenlänge in Bezug auf den Atemvorgang!

b) $\boxed{\text{A}}$ Berechnen Sie $\int_0^2 L(t)\,\mathrm{d}t$ und runden Sie das Ergebnis auf zwei Nachkommastellen!

Beschreiben Sie für das in Diskussion stehende Problem, was mit dem oben stehenden mathematischen Ausdruck berechnet wird!