BINOMIALVERTEILUNG – GRUNDLAGEN

Wahrscheinlichkeitsfunktion	$P(X=k)=\binom{n}{k}*p^k*(1-p)^{n-k}$
Erwartungswert	$E(x)=\mu=n*p$
Varianz	$V(x)=\sigma^2=n*p*(1-p)$
Standardabweichung	$\sigma=\sqrt{n*p*(1-p)}$

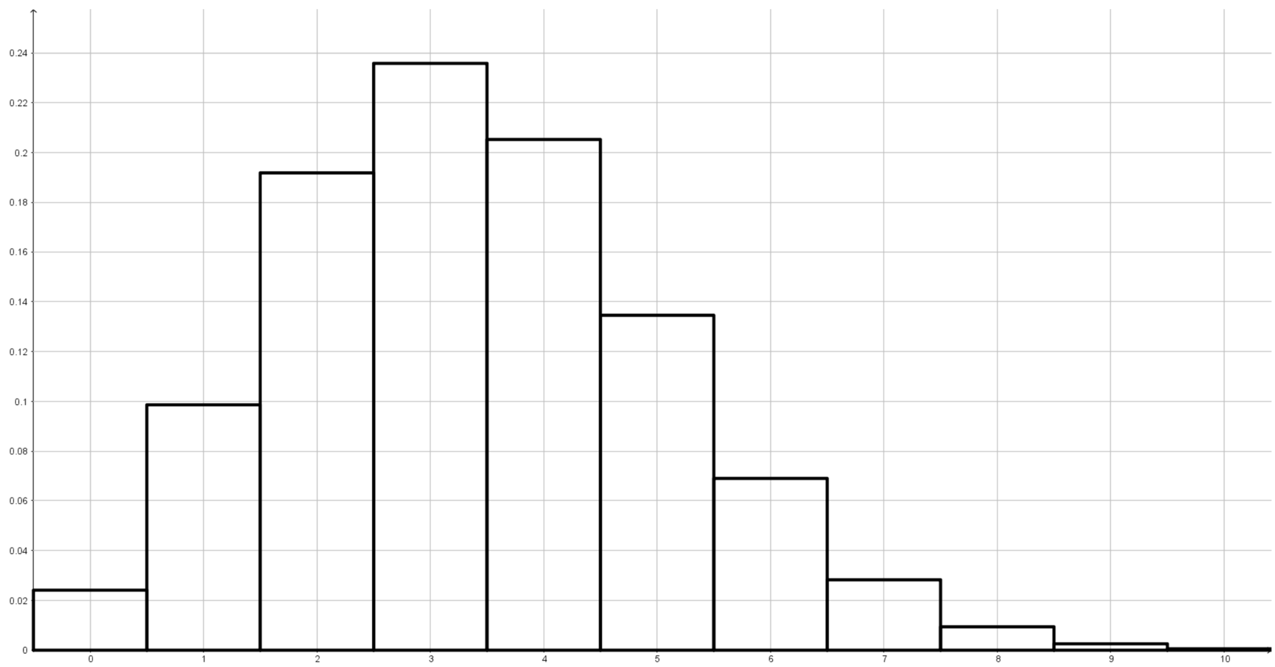
$n \ldots Stichprobe$

$p \ldots Wahrscheinlichkeit\ des\ günstigen\ Falles$

$k \ldots Gewünschte\ Anzahl\ an\ günstigen\ Fällen\ in\ der\ Stichprobe$

KRITERIEN FÜR EINE BINOMIALVERTEILUNG:

- Wahrscheinlichkeit p muss gleichbleibend sein
- Das Experiment darf nur zwei mögliche Ausgänge mit den Wahrscheinlichkeiten p und $1-p$ haben
- Die Versuche müssen unabhängig voneinander sein



BINOMIALVERTEILUNG – WAHRSCHEINLICHKEIT BERECHNEN

Man weiß, dass 17% aller Fluggäste Waren am Zoll vorbeischmuggeln. Es werden 20 Fluggäste kontrolliert.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau 4 Fluggäste Waren am Zoll vorbeischmuggeln?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$$P(X=4)=\binom{20}{4}*0{,}17^4*0{,}83^{20-4}=0{,}2053$$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 6 Fluggäste Waren am Zoll vorbeischmuggeln?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$$P(X\leq 6)=P(X=0)+P(X=1)+..+P(X=5)+P(X=6)=0{,}9591$$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 3 Fluggäste Waren am Zoll vorbeischmuggeln?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$$P(X\geq 3)=P(X=3)+P(X=4)+..+P(X=19)+P(X=20)$$

$$P(X\geq 3)=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)=0{,}6854$$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 4 und weniger als 9 Fluggäste Waren am Zoll vorbeischmuggeln?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$$P(4<X<9)=P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)=0{,}241$$

$Mathematischer\ Ausdruck$	$Beschreibt\ das\ Ereigniss, dass\ ...$
$\binom{20}{4}*0{,}17^4*0{,}83^{16}$	Bei 20 Fluggästen genau 4 Passagiere Waren am Zoll vorbeischmuggeln wollen
$\binom{20}{4}*0{,}17^{16}*0{,}83^{4}$	Bei 20 Fluggästen genau 4 Passagiere nicht Waren am Zoll vorbeischmuggeln wollen
$1-0{,}83^{20}$	Bei 20 Fluggästen mindesten 1 Passagier Waren am Zoll vorbeischmuggeln will
$\sum_{k=0}^{6}\binom{20}{k}*0{,}17^k*0{,}83^{20-k}$	Bei 20 Fluggästen höchstens 6 Passagiere Waren am Zoll vorbeischmuggeln wollen
$\sum_{k=7}^{20}\binom{20}{k}*0{,}17^k*0{,}83^{20-k}$	Bei 20 Fluggästen mindestens 7 Passagiere Waren am Zoll vorbeischmuggeln wollen

BINOMIALVERTEILUNG – UMKEHRAUFGABEN

Man weiß, dass 17% aller Fluggäste Waren am Zoll vorbeischmuggeln. Wie viele Fluggäste muss man mindestens kontrollieren, um mit mindestens 95%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einen Fluggast zu erwischen, der Waren am Zoll vorbeischmuggelt?

$$P(X \geq 1) = 0{,}95$$

$$P(X = 0) = 0{,}05$$

$$\binom{n}{0} * 0{,}17^0 * (1 - 0{,}17)^{n-0} = 0{,}05$$

$$1 * 1 * 0{,}83^n = 0{,}05 \qquad |\, ln$$

$$n * \ln(0{,}83) = \ln(0{,}05) \qquad |\, : \ln(0{,}83)$$

$$n = \frac{\ln(0{,}05)}{\ln(0{,}83)}$$

$$n = 16{,}08 \approx 17\ Fluggäste$$

Wie hoch müsste der Anteil an Fluggästen, die Waren am Zoll vorbeischmuggeln, sein, damit bei 15 Fluggästen mit mindestens 95%iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein Fluggast dabei ist, der Waren am Zoll vorbeischmuggelt?

$$P(X \geq 1) = 0{,}95$$

$$P(X = 0) = 0{,}05$$

$$\binom{15}{0} * p^0 * (1 - p)^{15-0} = 0{,}05$$

$$1 * 1 * (1 - p)^{15} = 0{,}05 \qquad |\, \sqrt[15]{}$$

$$1 - p = \sqrt[15]{0{,}05} \qquad |\, + p$$

$$1 = \sqrt[15]{0{,}05} + p \qquad |\, - \sqrt[15]{0{,}05}$$

$$p = 1 - \sqrt[15]{0{,}05} = 0{,}181$$

Von einem anderen Flughafen kennt man den Erwartungswert $\mu = 14$ Fluggäste und die Standardabweichung $\sigma = 3{,}47$. Wie viele Fluggäste wurden an diesem Flughafen kontrolliert und wie hoch ist dort der Anteil an Fluggästen, welche Waren am Zoll vorbeischmuggeln?

$$14 = n * p$$

$$3{,}47 = \sqrt{n * p * (1 - p)}$$

$$3{,}47 = \sqrt{14 * (1 - p)} \qquad |\,(\quad)^2$$

$$12{,}04 = 14 * (1 - p) \qquad |\, : 14$$

$$0{,}86 = 1 - p \qquad |\, + p$$

$$0{,}86 + p = 1 \qquad |\, - 0{,}86$$

$$p = 1 - 0{,}86 = 0{,}14$$

$$14 = n * 0{,}14 \qquad |\, : 0{,}14$$

$$n = \frac{14}{0{,}14} = 100$$