

Ebbe und Flut*

Aufgabennummer: B_414

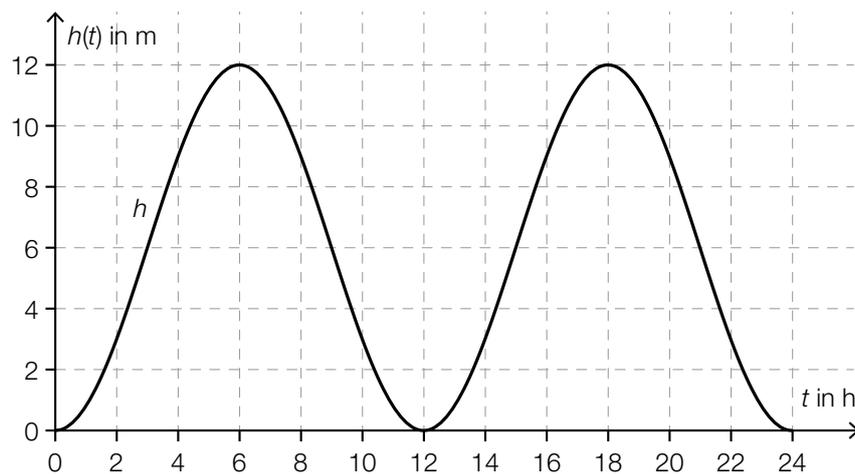
Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

Ebbe und Flut beeinflussen die Höhe des Meeresspiegels.

- a) Der tiefste Wasserstand wird als Niedrigwasser bezeichnet. Die zeitliche Abhängigkeit der Höhe des Wasserstands über diesem Wert kann näherungsweise durch eine Funktion h mit $h(t) = A + B \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ beschrieben werden. Dabei ist t die Zeit in Stunden und $B > 0$.



- Lesen Sie aus dem obigen Diagramm die Parameter A und B ab.
- Bestimmen Sie mithilfe des obigen Diagramms den Parameter ω .
- Bestimmen Sie mithilfe des obigen Diagramms den Parameter φ .

b) Die Wassertiefe in einem Hafenbecken kann näherungsweise durch die folgende Funktion H beschrieben werden:

$$H(t) = 6 + 1,8 \cdot \cos(0,507 \cdot t)$$

t ... Zeit nach Mitternacht in h

$H(t)$... Wassertiefe zur Zeit t in m

- Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 6 im gegebenen Sachzusammenhang.
- Berechnen Sie die Wassertiefe um 8:20 Uhr morgens.
- Geben Sie an, welche Zeitpunkte im gegebenen Sachzusammenhang durch die Lösungen der Gleichung $H'(t) = 0$ berechnet werden.

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $A = 6, B = 6$

(keine Ablesetoleranz)

Die Periodendauer T ist 12, daher ergibt sich:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

$t_0 = 3$ h und $\varphi = -t_0 \cdot \omega$, daher ergibt sich:

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

(Jeder Wert $\varphi = -\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$ ist als richtig zu werten.)

b) Im Durchschnitt beträgt die Wassertiefe im Hafenbecken 6 m.

8:20 Uhr entspricht $t = \frac{25}{3}$

$$H\left(\frac{25}{3}\right) = 5,15\dots$$

Die Wassertiefe um 8:20 Uhr beträgt rund 5,2 m.

Man berechnet diejenigen Zeitpunkte (in h nach Mitternacht), zu denen der Wasserstand maximal bzw. minimal ist.

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ablesen von A und B

1 × B1: für das richtige Bestimmen von ω

1 × B2: für das richtige Bestimmen von φ

b) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Zahl 6 im gegebenen Sachzusammenhang

1 × B: für die richtige Berechnung der Wassertiefe um 8:20 Uhr morgens

1 × C2: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang