

Statuen und Skulpturen (1)*

Aufgabennummer: B_378

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

- a) Das Maria-Theresien-Denkmal in Wien wird vermessen. Es werden die Höhenwinkel $\alpha = 45,38^\circ$ und $\beta = 38,19^\circ$ gemessen. Weiters ist die in der nachstehenden Abbildung eingetragene Länge bekannt.

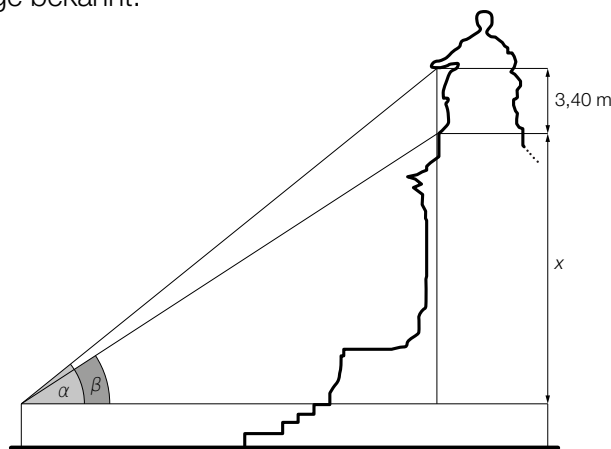
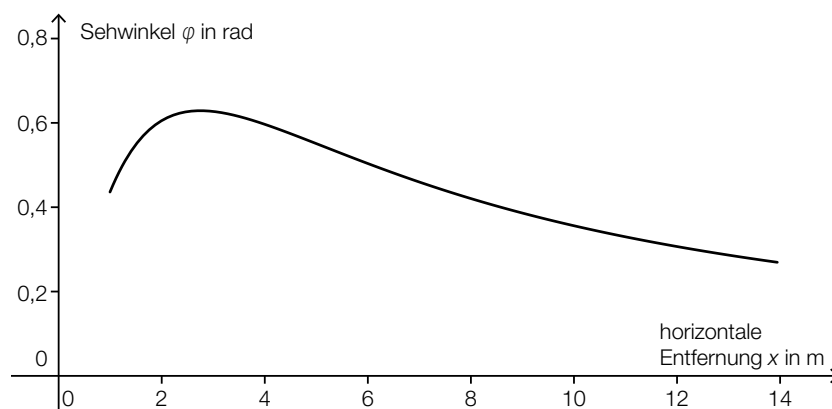


Abbildung nicht maßstabgetreu!

- Berechnen Sie die in der obigen Abbildung mit x bezeichnete Länge.

- b) Eine Fotografin möchte eine auf einem Sockel stehende Skulptur unter dem größtmöglichen Sehwinkel fotografieren. Folgende Abbildung gibt zu jeder horizontalen Entfernung x zur Skulptur im Intervall $[1; 14]$ den Sehwinkel φ an:



- Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung die horizontale Entfernung mit dem größtmöglichen Sehwinkel.
- Dokumentieren Sie in Worten, wie man vorgehen muss, um diese horizontale Entfernung mithilfe der Differentialrechnung zu berechnen, wenn eine Gleichung der Funktion mit dem dargestellten Graphen bekannt ist.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Das Abschlusselement einer Säule soll aus Marmor hergestellt werden. Dieses kann durch Rotation des Graphen der Funktion f um die x -Achse beschrieben werden:

$$f(x) = 4 - \frac{x}{2} - \sin(x) \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 5$$

$x, f(x)$... Koordinaten in Dezimetern (dm)

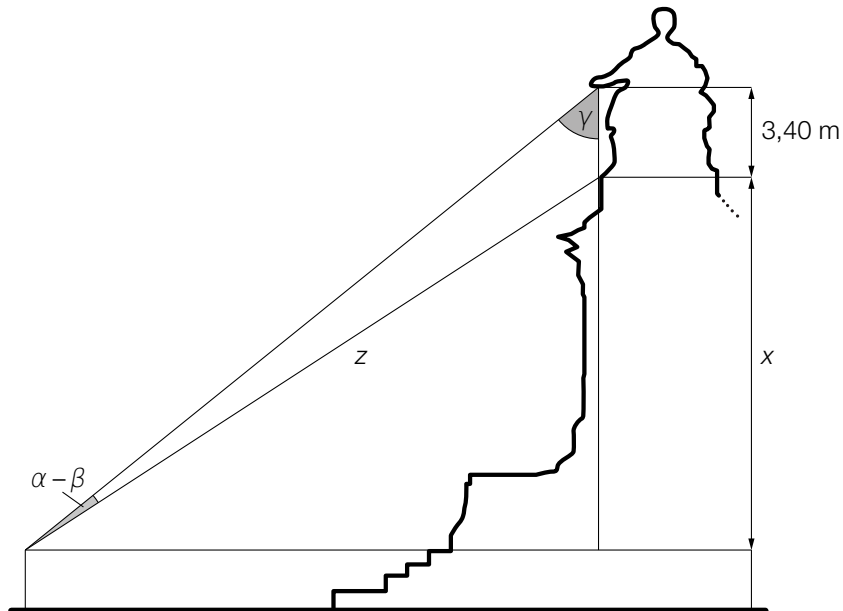
- Zeichnen Sie den Funktionsgraphen von f .
- Kennzeichnen Sie in Ihrer Darstellung den kleinsten und den größten Radius dieses Abschlusselements.

Die Dichte des verwendeten Marmors beträgt $2,7 \text{ kg/dm}^3$.

- Berechnen Sie die Masse des Abschlusselements.

Möglicher Lösungsweg

a)



$$\gamma = 90^\circ - \alpha = 44,62^\circ$$

$$\alpha - \beta = 7,19^\circ$$

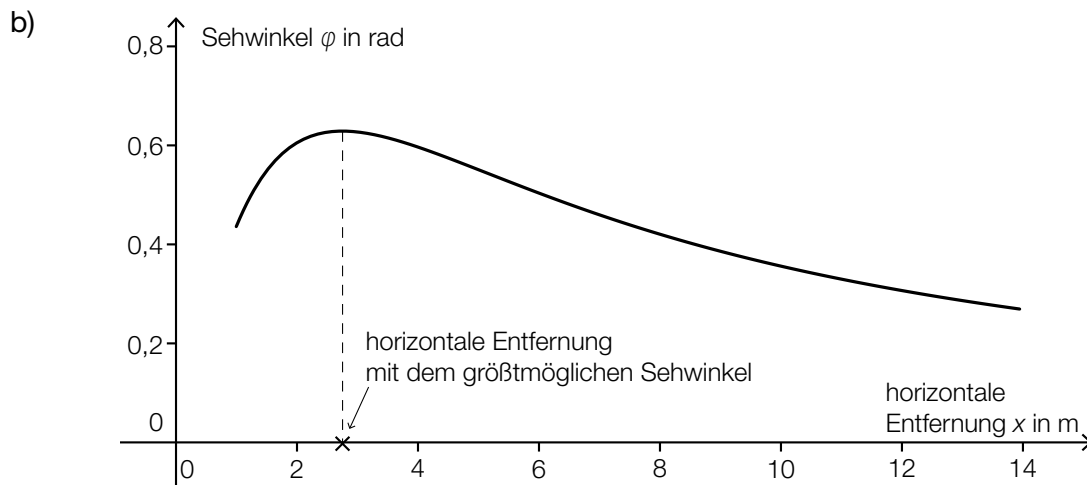
$$\frac{z}{\sin(44,62^\circ)} = \frac{3,4}{\sin(7,19^\circ)}$$

$$z = 19,08 \dots$$

$$\sin(38,19^\circ) = \frac{x}{19,08\dots}$$

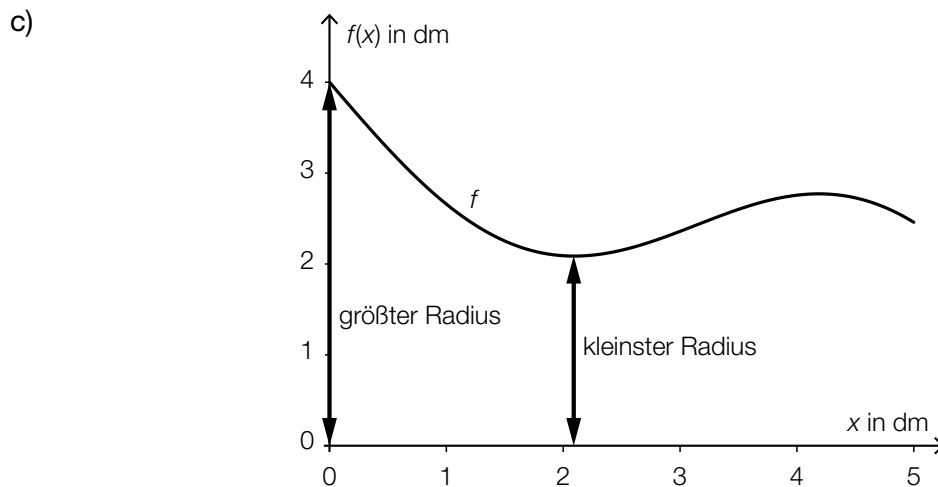
$$x = 11,797\dots$$

Die Länge x beträgt rund 11,80 m.



Es muss die Maximumstelle der Funktion ermittelt werden. Daher bildet man die 1. Ableitung und berechnet deren Nullstellen. Diejenige Nullstelle, die im dargestellten Bereich liegt, ist die gesuchte Extremstelle.

Dass es nur eine solche Nullstelle im dargestellten Bereich gibt, geht aus dem Graphen hervor.



$$V = \pi \cdot \int_0^5 \left(4 - \frac{x}{2} - \sin(x)\right)^2 dx = 109,78\dots$$

Die Masse (in kg) ist das Produkt aus Dichte (in kg/dm^3) und Volumen (in dm^3):
 $2,7 \cdot 109,78\dots = 296,41\dots$

Die Masse beträgt rund 296,4 kg.

Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für einen richtigen Lösungsansatz (z. B. mithilfe des Sinussatzes)
1 × B: für die richtige Berechnung von x

- b) 1 × C1: für das richtige Kennzeichnen in der Abbildung
1 × C2: für die richtige Dokumentation der Berechnung

- c) 1 × B1: für die richtige Darstellung des Funktionsgraphen
1 × C: für das richtige Kennzeichnen der Radien
1 × A: für die richtige Verwendung des Volumsintegrals
1 × B2: für die richtige Berechnung der Masse