

Smartphones

Aufgabennummer: B_265

Technologieeinsatz: möglich erforderlich

a) Bei einem Smartphone mit einem rechtwinkligen Display unterscheiden sich die Seitenlängen des Displays um 4,55 Zentimeter (cm). Die Länge der Diagonale beträgt 11,938 cm.

- Bestimmen Sie die Seitenlängen des Displays in cm gerundet auf 2 Nachkommastellen.
- Kreuzen Sie an, in welchem Verhältnis die längere zur kürzeren Seite steht. [1 aus 5]

2 : 1	<input type="checkbox"/>
4 : 3	<input type="checkbox"/>
19 : 5	<input type="checkbox"/>
16 : 9	<input type="checkbox"/>
7 : 2	<input type="checkbox"/>

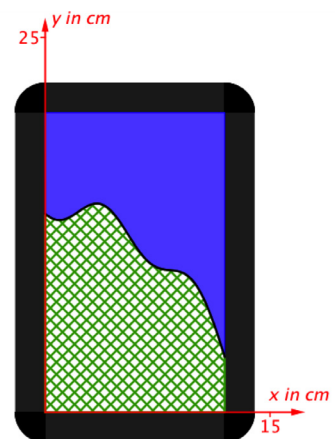
b) In der nebenstehenden Abbildung ist ein Bildschirmschoner für Smartphones zu sehen.

Legt man ein Koordinatensystem derart fest, dass sich die linke untere Ecke des Displays im Ursprung befindet, kann die schwarz dargestellte Kurve durch die Funktion f beschrieben werden.

$$f(x) = \sin(x + 4) - e^{\frac{x}{5}} + 15 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 12$$

x ... waagrechte Koordinate in cm

$f(x)$... Funktionswert an der Stelle x in cm



- Argumentieren Sie, warum die dargestellte Funktion nicht im gesamten Intervall $[0; 12]$ eine Umkehrfunktion besitzt.

Um den Flächeninhalt zwischen der x -Achse und der Kurve zu bestimmen, wurde folgende Berechnung durchgeführt:

$$\int_0^{12} \left(\sin(x + 4) - e^{\frac{x}{5}} + 15 \right) dx = -\cos(x + 4) - \frac{1}{5} \cdot e^{\frac{x}{5}} + 15 \cdot x \Big|_0^{12} = \dots$$

- Stellen Sie die Berechnung richtig.

c) Ein neues, kostenloses Spiel für Smartphones verbreitet sich rasant. Eine Woche nach Erscheinen haben 700 Smartphonebesitzer/innen dieses Spiel heruntergeladen. Eine Woche später sind es bereits 1 900.

Nehmen Sie vorerst an, dass die Verbreitung dieses Spiels mithilfe eines exponentiellen Wachstums beschrieben werden kann.

– Erstellen Sie eine zugehörige exponentielle Wachstumsfunktion f mit:

$$f(t) = c \cdot e^{k \cdot t}$$

t ... Zeit in Wochen ab dem Erscheinen des Spiels

$f(t)$... Anzahl der Smartphonebesitzer/innen, die das Spiel bis zum Zeitpunkt t heruntergeladen haben

Wenn man weiß, dass die Zielgruppe für dieses Spiel etwa 4,5 Millionen Smartphonebesitzer/innen sind, kann das Wachstum eher durch eine logistische Funktion g beschrieben werden.

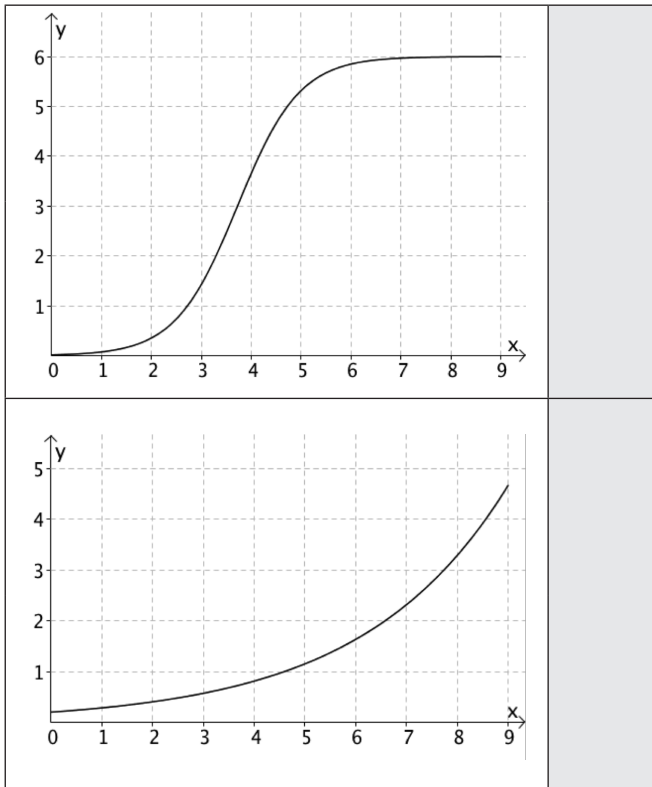
$$g(t) = \frac{4\,500\,000}{1 + 17\,450,92 \cdot e^{-0,9988 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen nach dem Erscheinen des Spiels

$g(t)$... Anzahl der Smartphonebesitzer/innen, die das Spiel bis um Zeitpunkt t heruntergeladen haben

– Bestimmen Sie, wie lange es gemäß diesem Modell dauern wird, bis 90 % der Zielgruppe dieses Spiel besitzen.

d) – Ordnen Sie den beiden Funktionsgraphen jeweils die zutreffende Bezeichnung aus A bis D zu. [2 zu 4]



A	lineare Funktion
B	Exponentialfunktion
C	logistische Funktion
D	Potenzfunktion

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) a ... kürzere Seite des Displays in cm

$$\text{Ansatz: } a^2 + (a + 4,55)^2 = 11,938^2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz: $a = 5,854\dots \approx 5,85$ cm

$$\Rightarrow b = 10,40 \text{ cm}$$

Die Seiten des Displays sind rund 5,85 cm bzw. 10,40 cm lang.

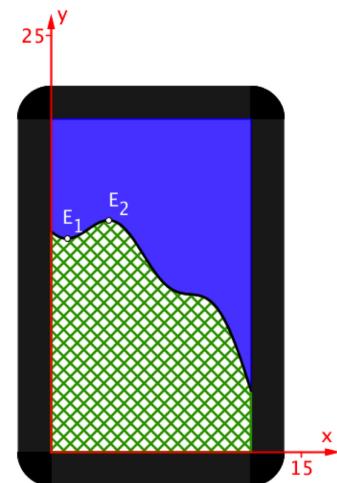
$$10,40 : 5,85 = \frac{16}{9} : 1 = 16 : 9$$

[...]	
[...]	
[...]	
16 : 9	<input checked="" type="checkbox"/>
[...]	

b) Eine Umkehrfunktion kann nur dann gebildet werden, wenn die Funktion im gesamten Intervall streng monoton steigend bzw. fallend ist. Dies ist im Intervall $[0; 12]$ nicht der Fall.

richtige Berechnung:

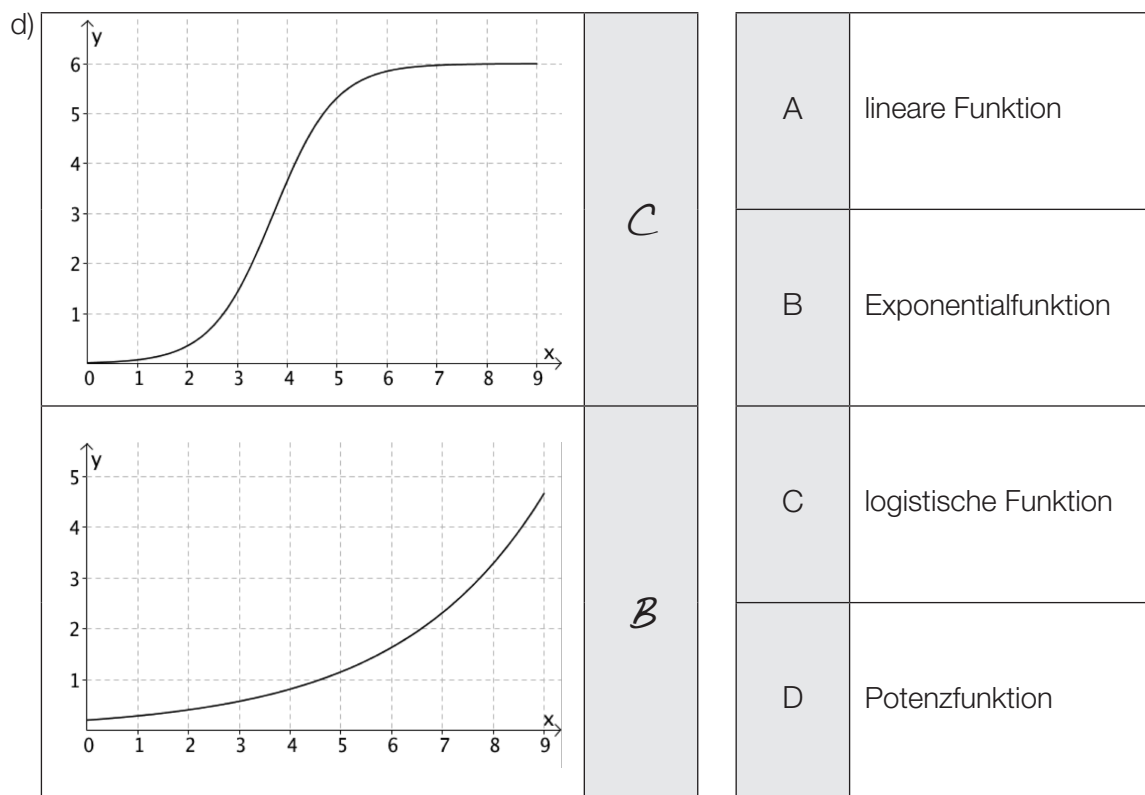
$$\int_0^{12} \sin(x + 4) - e^{\frac{x}{5}} + 15 \, dx = \left[-\cos(x + 4) - 5 \cdot e^{\frac{x}{5}} + 15 \cdot x \right]_0^{12} =$$



c) I: $700 = c \cdot e^k$
 II: $1900 = c \cdot e^{2 \cdot k}$
 $\Rightarrow k = 0,99852883\dots$ und $c = 257,894\dots$, $f(t) \approx 257,89 \cdot e^{0,9985288 \cdot t}$

$$4050000 = \frac{4500000}{1 + 17450,92 \cdot e^{-0,9988 \cdot t}} \Rightarrow t = 11,978\dots$$

Nach rund 12 Wochen werden 90 % der Zielgruppe gemäß diesem Modell das Spiel heruntergeladen haben.



Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) 3 Funktionale Zusammenhänge

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) 4 Analysis
- c) —
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) B Operieren und Technologieeinsatz
- b) D Argumentieren und Kommunizieren
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) C Interpretieren und Dokumentieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) A Modellieren und Transferieren, C Interpretieren und Dokumentieren
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

- a) leicht
- b) mittel
- c) schwer
- d) leicht

Punkteanzahl:

- a) 2
- b) 2
- c) 3
- d) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: —