

Der Venturi-Effekt

Aufgabennummer: B_111

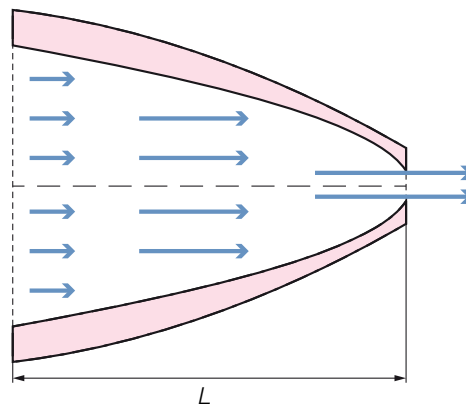
Technologieeinsatz:

möglich

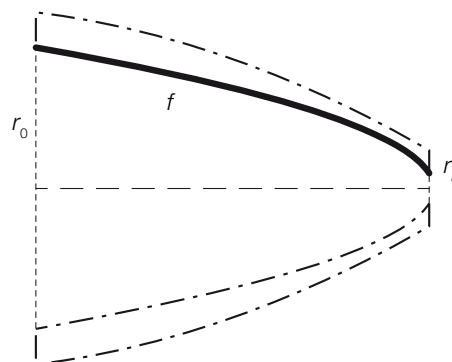
erforderlich

Der Venturi-Effekt besagt, dass sich die Strömungsgeschwindigkeit eines Fluids (Flüssigkeit oder Gas) in einem Rohr indirekt proportional zum Flächeninhalt des Querschnitts verhält, wenn die Durchflussmenge konstant bleibt.

Die abgebildete Grafik zeigt den Längsschnitt einer rotationssymmetrischen Wasserdüse mit der Länge L .



- a) – Stellen Sie eine Gleichung auf, die die Strömungsgeschwindigkeiten v_1, v_2 mit den dazugehörigen Querschnittsflächen A_1, A_2 in korrekte Beziehung bringt.
- b) Bei einer speziellen Düse ist der Innenradius r_0 am linken Rand der Düse 5 mm. Die Austrittsöffnung (rechts) hat einen Innenradius von $r_L = 0,5$ mm. Die Länge der Düse L ist 25 mm. Die in der nachstehenden Grafik gekennzeichnete Begrenzungslinie lässt sich durch die Funktion f beschreiben: $f(x) = \sqrt{a - b \cdot x}$, $0 \text{ mm} \leq x \leq 25 \text{ mm}$.



- Berechnen Sie die Parameter a und b der Funktion f .
- Berechnen Sie das Innenvolumen der Wasserdüse.

c) Die Düse wird an einen Wasserschlauch angeschlossen und senkrecht nach oben gehalten. Die Geschwindigkeit eines Wassertropfens abhängig von der Zeit t nach dem Austritt aus der Düse wird durch die Funktion v beschrieben.

$$v(t) = h'(t) = v_0 - g \cdot t$$

t ... Zeit in s

g ... Erdbeschleunigung in m/s^2

v_0 ... Austrittsgeschwindigkeit in m/s

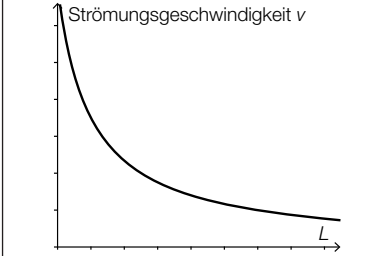
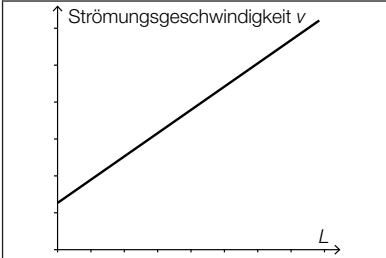

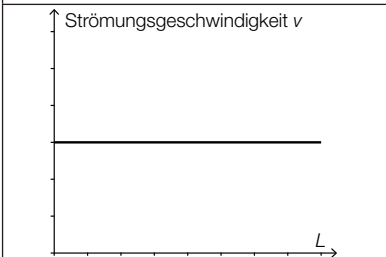
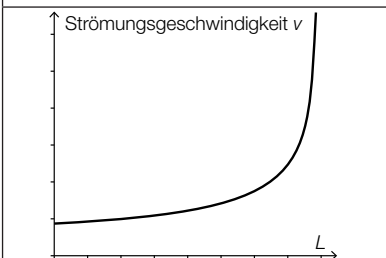
$v(t)$... Geschwindigkeit eines Wassertropfens zur Zeit t in m/s

Es soll die maximale Höhe h eines Wassertropfens über der Austrittsöffnung des Gartenschlauchs berechnet werden.

– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der maximalen Höhe h abhängig von der Austrittsgeschwindigkeit v_0 mit $h(0) = 0$ auf.

d) Der Verlauf der Strömungsgeschwindigkeit v entlang der Länge L der oben skizzierten Wasserdüse soll dargestellt werden.

– Kreuzen Sie die Grafik an, die den Verlauf korrekt darstellt. [1 aus 5]

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

Hinweis zur Aufgabe:

Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Für indirekt proportionale Größen gilt, dass deren Produkt konstant ist:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

Äquivalente Gleichungen sind ebenfalls korrekt.

b) Aus $f(0) = 5$ folgt: $a = 25$.

Berechnung von b :

$$5 = \sqrt{a - b \cdot 25}$$

$$b = \frac{a - 0,25}{25} = 0,99$$

Berechnung des Volumens:

$$V = \pi \int_0^{25} (\sqrt{25 - 0,99x})^2 dx \approx 992 \text{ mm}^3$$

c) Für die maximale Höhe h_{\max} gilt $v(t) = 0$:

$$0 = v_0 - g \cdot t_{\max}$$

$$t_{\max} = \frac{v_0}{g}$$

Zur Berechnung der Höhe h , abhängig von der Zeit t , muss integriert werden und es gilt

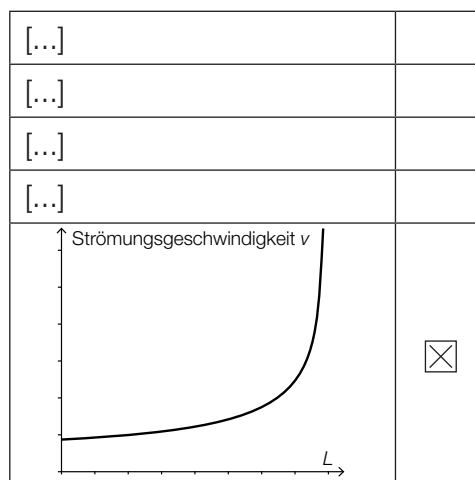
$$h(0) = 0:$$

$$h(t) = v_0 \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2}$$

Durch Einsetzen von t_{\max} erhält man:

$$h_{\max} = \frac{v_0^2}{g} - g \cdot \frac{v_0^2}{2 \cdot g^2} = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$$

d)



Die Austrittsgeschwindigkeit wird wegen des sich vermindernenden Querschnitts immer größer. Eine umgekehrte Proportionalität hat keinen linearen Verlauf.

Klassifikation

Teil A Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

- a) 2 Algebra und Geometrie
- b) 3 Funktionale Zusammenhänge
- c) 4 Analysis
- d) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

- a) —
- b) —
- c) 3 Funktionale Zusammenhänge
- d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

- a) A Modellieren und Transferieren
- b) B Operieren und Technologieeinsatz
- c) B Operieren und Technologieeinsatz
- d) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

- a) —
- b) A Modellieren und Transferieren
- c) A Modellieren und Transferieren
- d) —

Schwierigkeitsgrad:

Punkteanzahl:

- | | |
|-----------|------|
| a) schwer | a) 1 |
| b) mittel | b) 3 |
| c) schwer | c) 4 |
| d) leicht | d) 1 |

Thema: Physik

Quellen: —