a) Um zur Dachstein-Rieseneishöhle zu gelangen, kann man die erste Teilstrecke der Dachstein-seilbahn benutzen. Diese führt von der Talstation auf 608 m über dem Meeresspiegel (ü. d. M.) zur Mittelstation auf der Schönbergalm auf 1 350 m ü. d. M. Auf einer Landkarte mit Maßstab 1 : 50 000 misst man für die horizontale Entfernung zwischen Talstation und Mittelstation eine Strecke von 3,2 cm.

Ein Tourist steht bei der Talstation und blickt unter einem Höhenwinkel α zur Mittelstation.

– Erstellen Sie eine Skizze, die den Winkel α und alle gegebenen Maße in Metern (m) enthält. (A)

– Berechnen Sie den Höhenwinkel α. (B)

Auf einer anderen Landkarte ist die horizontale Entfernung zwischen Talstation und Mittelstation im Maßstab 1 : 100 000 dargestellt.

– Beschreiben Sie, wie sich die Abbildungsgröße dieser Entfernung auf dieser Landkarte von jener auf der Landkarte im Maßstab 1 : 50 000 unterscheidet. (R)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Erklären Sie, was man unter einer Steigung von 50 % versteht. (R)

a) Jemand kauft einen Topf mit einer 0,3 Meter hohen Palme. Die Höhe der Palme nimmt innerhalb der ersten 30 Jahre von 0,3 Metern auf 3 Meter zu.

– Berechnen Sie, um wie viel Meter pro Jahr die Palme in den ersten 30 Jahren durchschnittlich wächst. (B)

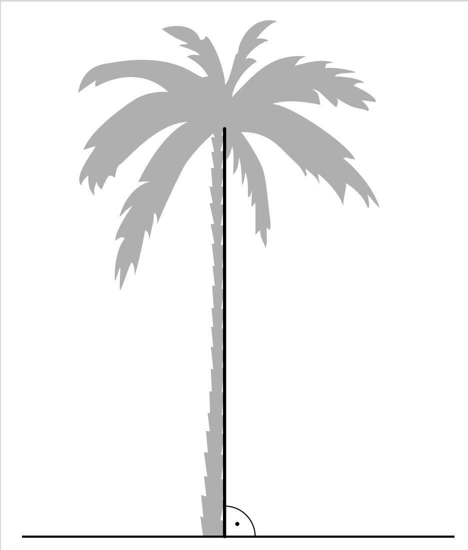
Nach 30 Jahren wird die 3 Meter hohe Palme ausgepflanzt und erreicht nach insgesamt 100 Jahren eine Höhe von 24 m.

Die Höhe dieser Palme kann im Zeitintervall [30 Jahre; 100 Jahre] näherungsweise mithilfe einer linearen Funktion *h* beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion *h* auf. (A)
– Berechnen Sie mithilfe von *h* die Höhe der Palme nach 80 Jahren. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

An eine senkrecht stehende Palme wird eine Leiter mit der Länge *L* unter einem Höhenwinkel *α* angelehnt.



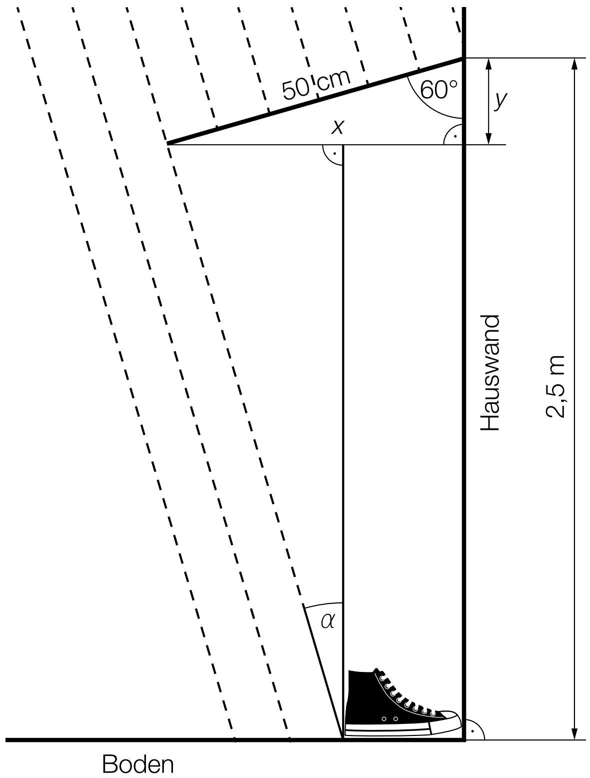
– Veranschaulichen Sie anhand dieser Skizze, welche Länge *a* durch den folgenden Ausdruck berechnet wird:
$a = L \cdot \sin(\alpha)$ (R)

c) Schuhgrößen S stehen in Zusammenhang mit der Fußlänge F. Die Schuhgröße erhält man, indem man zunächst zur Fußlänge in cm 1,5 addiert und diese Summe anschließend mit 1,5 multipliziert.

– Stellen Sie eine Formel auf, mit der man die Fußlänge F berechnen kann, wenn die entsprechende Schuhgröße S bekannt ist.

F = ____ (A)

Konrad kommt von der Schule nach Hause und stellt seine Schuhe unter das 50 cm lange Vordach an der Hauswand. Es beginnt zu regnen. Durch den Wind werden die Regentropfen seitlich abgelenkt (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung; die strichlierten Linien stellen die Regentropfen dar).



– Berechnen Sie die Länge x. (B)
– Berechnen Sie, wie groß der Winkel α maximal sein darf, sodass Konrads 27 cm lange Schuhe trocken bleiben. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

In den USA wird die Schuhgröße nach dem Brannock-System angegeben. Die Schuhgröße bei Frauen in Abhängigkeit von der Fußlänge f in cm wird nach diesem System mithilfe der Funktion B beschrieben:

$$B(f) = 3 \cdot \frac{f - 17{,}78}{2{,}54}$$

– Zeigen Sie, dass es sich bei der Funktion B um eine lineare Funktion handelt. (R)

a) Paragleiter sind Luftsportgeräte. Die Seehöhe (Höhe über dem Meeresspiegel) eines Paragleiters während eines Fluges kann mithilfe der linearen Funktion h beschrieben werden:

$h(s) = k \cdot s + 1\,200$

s ... horizontal zurückgelegte Strecke ab dem Start in m
$h(s)$ ... Seehöhe bei einer horizontal zurückgelegten Strecke s in m

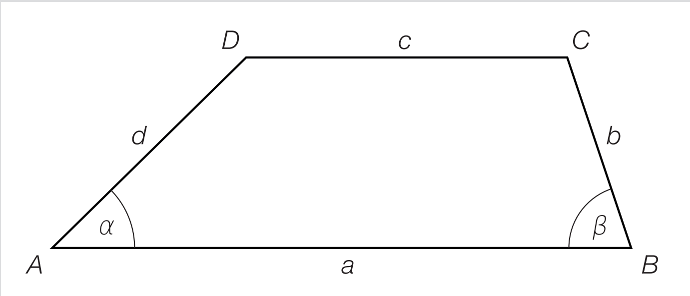
– Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 1 200 in der obigen Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

Ein Paragleiter hat die Gleitzahl 8. Dies bedeutet, dass er jeweils bei 8 m horizontal zurückgelegter Strecke 1 m an Höhe verliert.

– Geben Sie an, welchen Wert der Parameter k der Funktion h in diesem Fall hat. (A)
– Bestimmen Sie, welche horizontale Strecke dieser Paragleiter zurückgelegt hat, wenn er sich in einer Seehöhe von 700 m befindet. (B)

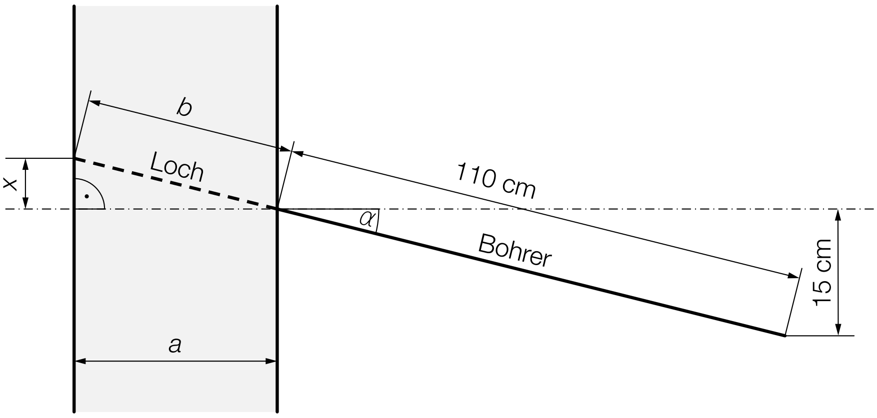
<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Bei Hängegleitern wird ein trapezförmiges Gestänge verwendet. In einer Bauanleitung findet sich folgende Skizze:



– Beschreiben Sie, wie man den Winkel β ermitteln kann, wenn die Seitenlängen a, c und d und der Winkel α bekannt sind. (R)

c) Mit einem 110 cm langen Bohrer soll, wie in der nachstehenden Abbildung dargestellt, ein Loch der Länge b durch eine Wand mit der Wandstärke a gebohrt werden.



– Berechnen Sie den Winkel α. (B)

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Länge x mithilfe von a und b.

x = ____ (A)

Die Wandstärke a beträgt 65 cm.

– Berechnen Sie, um wie viel Promille b länger als a ist. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Jemand möchte die Länge x (siehe obige Abbildung) mithilfe von ähnlichen Dreiecken berechnen und stellt dafür folgende fehlerhafte Gleichung auf:

$x : b = 110 : 15$

– Stellen Sie die obige Gleichung richtig. (R)

b) Der Querschnitt einer Unterführung hat die Form eines Halbkreises:

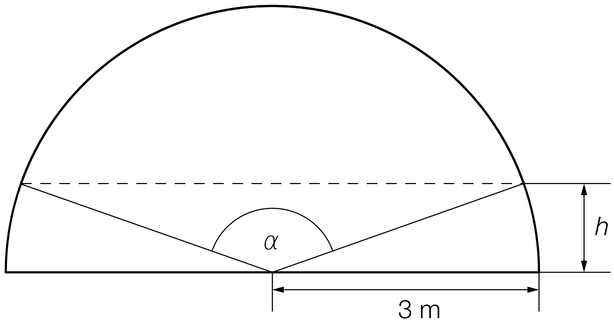


Abbildung 1

Die Unterführung soll bis zu einer Höhe h neu ausgemalt werden.

– Erstellen Sie mithilfe von h eine Formel zur Berechnung des Winkels α.

α = ____ (A)

Die Unterführung hat eine Länge von 10 m.

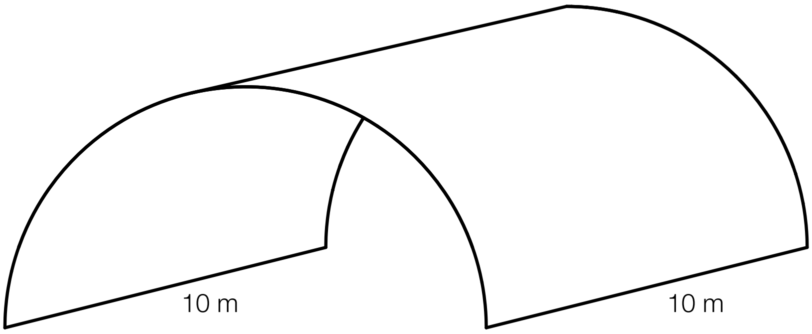


Abbildung 2

– Berechnen Sie das Luftvolumen unter der Unterführung. (B)

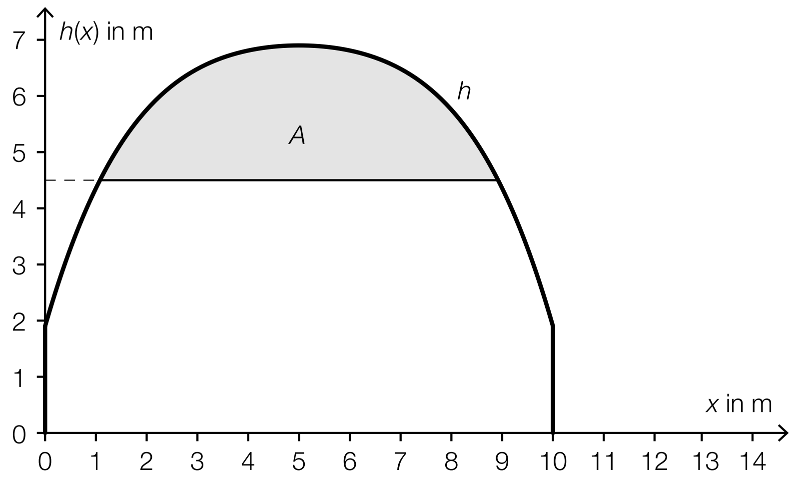
0,04 % des Volumens der Luft sind Kohlenstoffdioxid. Die Dichte von Kohlenstoffdioxid beträgt 1,98 kg/m³. Die Masse ist das Produkt aus der Dichte und dem Volumen.

– Berechnen Sie die Masse des Kohlenstoffdioxids in der Unterführung in Gramm. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

– Kennzeichnen Sie in der Abbildung 1, was mit dem folgenden Ausdruck berechnet wird:
$2 \cdot \sqrt{3^2 - h^2}$ (R)

1) In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche eines Straßentunnels dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie des Tunnels kann näherungsweise durch die Funktion h beschrieben werden.

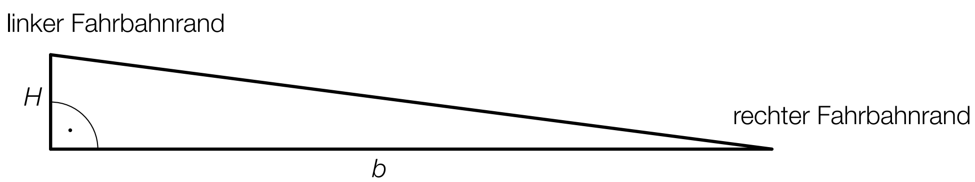
$h(x) = -0{,}00455 \cdot x^4 + 0{,}091 \cdot x^3 - 0{,}7686 \cdot x^2 + 3{,}1371 \cdot x + 1{,}9$ mit $0 \leq x \leq 10$

x, $h(x)$ ... Koordinaten in m

Der Bereich ab einer Höhe von 4,5 m ist für das Lüftungssystem des Tunnels relevant (siehe grau markierte Fläche in obiger Abbildung).

– Berechnen Sie den Inhalt der Fläche A. (B)
– Berechnen Sie den Steigungswinkel der Tangente an die obere Begrenzungslinie der Tunnelwand an der Stelle $x = 1$. (B)

Die Fahrbahn weist vom linken zum rechten Fahrbahnrand ein Gefälle von 2 % auf (siehe nachstehende Skizze).

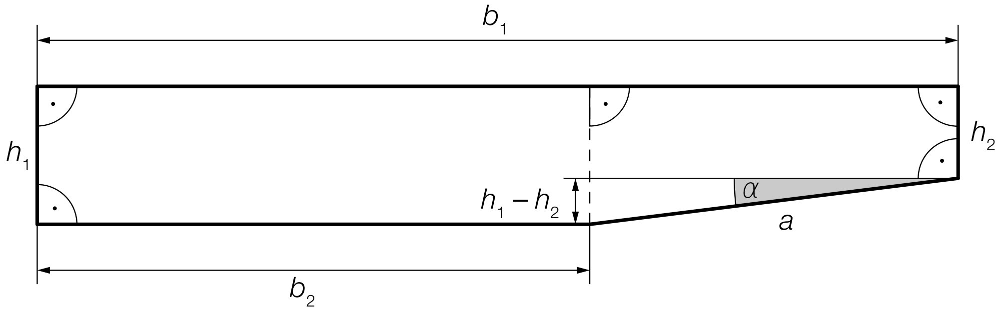


Der Höhenunterschied H zwischen dem linken und dem rechten Fahrbahnrand wird üblicherweise in Zentimetern angegeben, die horizontale Breite b jedoch in Metern.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Höhenunterschieds H in Zentimetern in Abhängigkeit vom horizontalen Abstand b in Metern.

$H =$ ______________________________ (A)

3) In der nachstehenden Abbildung ist der Querschnitt eines Schwimmbeckens dargestellt:



– Erstellen Sie mithilfe von b_1, b_2, h_1 und h_2 eine Formel zur Berechnung des Inhalts der Querschnittsfläche des Schwimmbeckens.

$A =$ ______________________________ (A)

– Berechnen Sie den Höhenunterschied $h_1 - h_2$ für $a = 4$ m und $\alpha = 7{,}13°$. (B)

Das Wasser in einem Schwimmbecken soll mit Chlor versetzt werden. Für eine Wassermenge von 1 Liter werden $6 \cdot 10^{-4}$ g Chlor benötigt. Ein Verantwortlicher behauptet, dass bei einer Füllmenge von 300 m³ Wasser insgesamt 1,8 kg Chlor zugesetzt werden müssen.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist. (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

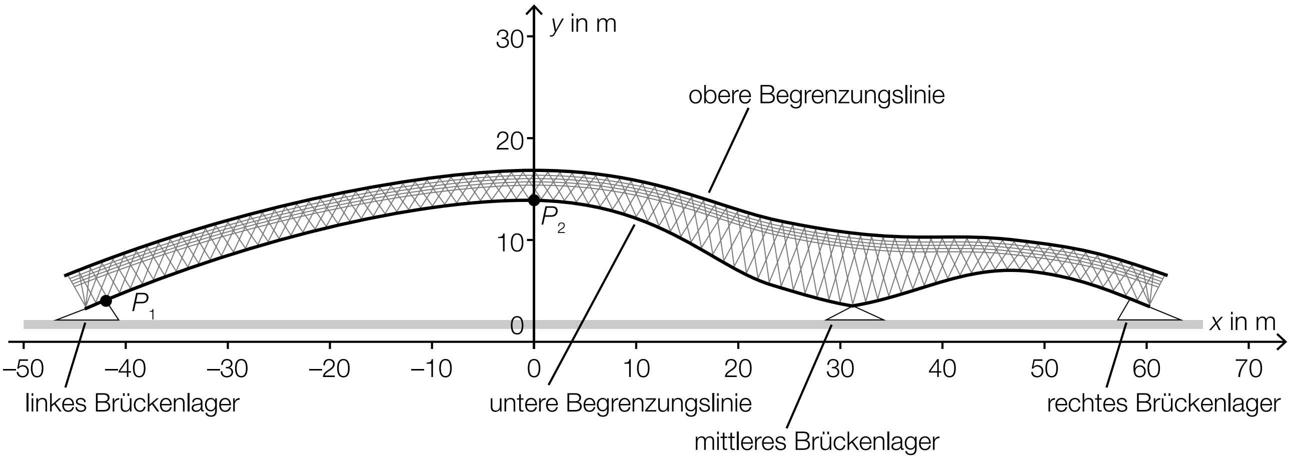
Die Harnstoffkonzentration in einem bestimmten Schwimmbecken kann in Abhängigkeit von der Anzahl der Badegäste an einem Tag näherungsweise durch folgende Funktion f beschrieben werden:

$f(x) = 0{,}064 + 0{,}00042 \cdot x \quad \text{mit} \quad 200 < x < 1\,000$

x … Anzahl der Badegäste an einem Tag
$f(x)$ … Harnstoffkonzentration bei x Badegästen an einem Tag in mg/L

– Interpretieren Sie die Bedeutung der Steigung der Funktion f im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

1) In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenansicht einer Fußgängerbrücke in einem Koordinatensystem dargestellt.



In einem gewissen Bereich lässt sich die untere Begrenzungslinie näherungsweise durch den Graphen der Funktion g und die obere Begrenzungslinie näherungsweise durch den Graphen der Funktion h beschreiben:

$g(x) = 0{,}00083 \cdot x^3 - 0{,}041 \cdot x^2 + 0{,}14 \cdot x + 14{,}1 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 35$
$h(x) = 0{,}00032 \cdot x^3 - 0{,}018 \cdot x^2 + 0{,}0644 \cdot x + 16{,}6 \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 35$

x, $g(x)$, $h(x)$ ... Koordinaten in m

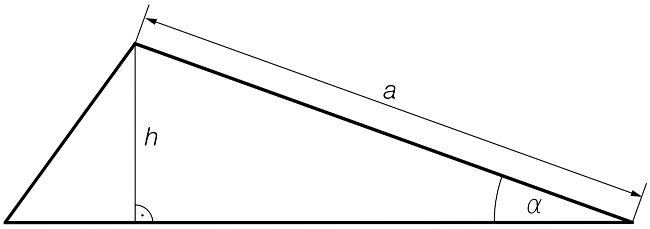
Beim mittleren Brückenlager ($x = 31$ m) soll der vertikale Abstand zwischen der unteren und der oberen Begrenzungslinie ermittelt werden.

– Berechnen Sie diesen Abstand. (B)

Im Bereich $-42 \leq x \leq 0$ lässt sich die untere Begrenzungslinie näherungsweise durch eine quadratische Funktion f beschreiben. Der Graph der Funktion f soll durch die Punkte $P_1 = (-42|4)$ und $P_2 = (0|g(0))$ verlaufen und an der Stelle $x = 0$ knickfrei an die Funktion g anschließen („knickfrei“ bedeutet, dass die beiden Funktionen an dieser Stelle denselben Funktionswert und dieselbe Steigung haben).

– Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion f auf. (A)

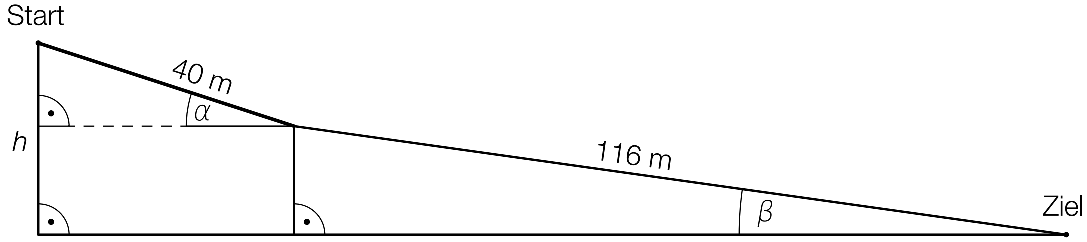
In der nachstehenden Abbildung ist der Querschnitt des rechten Brückenlagers schematisch dargestellt.



– Stellen Sie mithilfe von a und h eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

$\alpha =$ ______________________________ (A)

1) Bei einem Feuerwehrfest wird ein Seifenkistenrennen veranstaltet. Die 156 m lange Rennstrecke besteht aus zwei Abschnitten mit unterschiedlichem Gefälle.



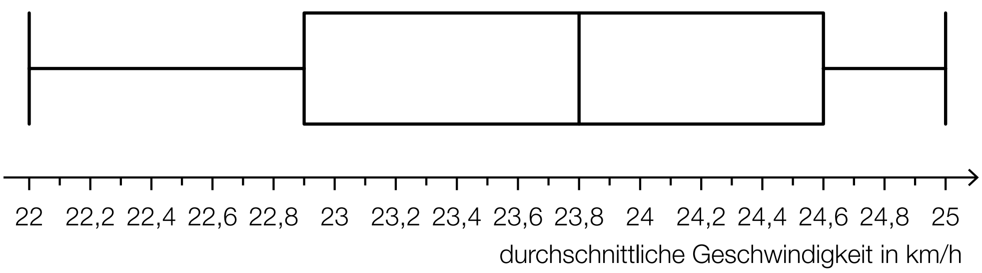
– Erstellen Sie aus α und β eine Formel zur Berechnung des Höhenunterschieds h.

h = ____ (A)

Die durchschnittliche Geschwindigkeit des schnellsten Fahrers beträgt 25 km/h und er benötigt für die gesamte Rennstrecke t_1 Sekunden.
Die durchschnittliche Geschwindigkeit des langsamsten Fahrers beträgt 22 km/h und er benötigt für die gesamte Rennstrecke t_2 Sekunden.

– Berechnen Sie, wie viele Sekunden zwischen der Zeit t_1 des schnellsten und der Zeit t_2 des langsamsten Fahrers liegen. (B)

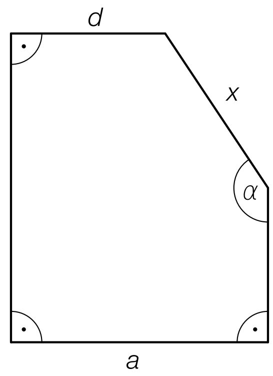
Im nachstehenden Boxplot ist für dieses Seifenkistenrennen die Verteilung der durchschnittlichen Geschwindigkeiten dargestellt.



Ein bestimmter Fahrer gehört zu den schnellsten 25 % der Fahrer dieses Seifenkistenrennens.

– Geben Sie das kleinstmögliche Intervall an, in dem seine durchschnittliche Geschwindigkeit liegen muss. (R)

2) Der Grundriss eines Weingartens hat folgende Form:



– Stellen Sie mithilfe von a, d und α eine Formel zur Berechnung von x auf.

x = ____ (A)

Wein wird in Flaschen abgefüllt. Die Füllmenge kann als annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1$ L und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}005$ L angenommen werden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Flasche eine Füllmenge von weniger als 0,99 L hat. (B)

Der Alkoholgehalt von Getränken wird üblicherweise in Prozent des Volumens angegeben. Ein bestimmter Weißwein hat 12 % Alkoholgehalt. Der Alkoholgehalt von Wasser beträgt 0 %.

Sebastian mischt $\frac{1}{4}$ L dieses Weißweins mit $\frac{1}{8}$ L Wasser und erhält $\frac{3}{8}$ L Mischung.

– Berechnen Sie den Alkoholgehalt dieser Mischung. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Der Wein wird in einem zylindrischen Tank gelagert.

– Zeigen Sie, dass das Volumen des Tanks um 56,25 % zunimmt, wenn der Radius um ein Viertel vergrößert wird und die Höhe gleich bleibt. (R)

2) Julia parkt häufig in einer Parkgarage auf einem Frauenparkplatz. Aus Erfahrung weiß sie, dass zu einer bestimmten Tageszeit in der 1. Etage mit 45%iger Wahrscheinlichkeit ein Frauenparkplatz frei ist. Findet sie dort zu dieser Tageszeit keinen Platz, fährt sie in die 2. Etage, in der sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % einen freien Frauenparkplatz findet.

– Stellen Sie diesen Sachverhalt in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm dar. (A)

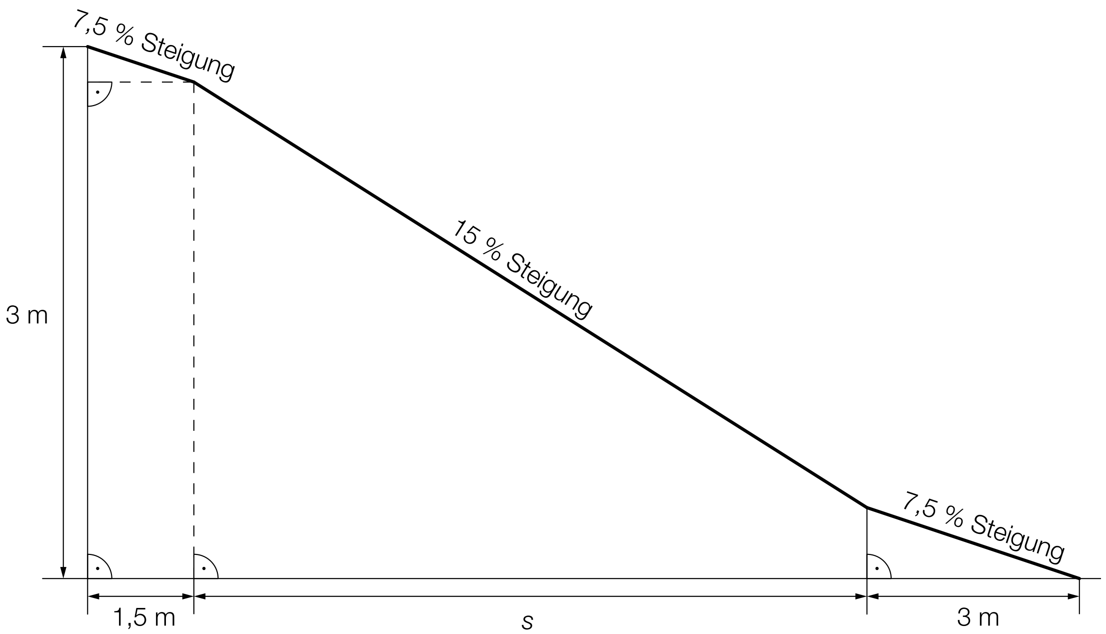
In der Umgebung dieser Parkgarage gibt es eine Kurzparkzone. Die Auslastung dieser Kurzparkzone an einem Wochentag in Abhängigkeit von der Zeit kann näherungsweise durch die Polynomfunktion *a* beschrieben werden:

$a(t) = 1{,}73 \cdot t^3 - 11{,}7 \cdot t^2 + 100$ mit $0 \leq t \leq 4{,}5$

t ... Zeit in Stunden
$a(t)$ ... Auslastung zur Zeit t in Prozent

– Bestimmen Sie, zu welcher Zeit die Auslastung nach diesem Modell am stärksten sinkt. (B)

Es soll eine neue Tiefgarage errichtet werden. Die Zufahrt erfolgt über eine Rampe, die einen Höhenunterschied von 3 m überwinden soll. Laut Verordnung muss die Rampe der Tiefgarage am oberen und am unteren Ende jeweils eine Steigung von 7,5 % aufweisen. Dazwischen beträgt die Steigung 15 % (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



– Berechnen Sie die Länge der Strecke *s*. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

– Begründen Sie, warum die beiden dargestellten Dreiecke am oberen und unteren Ende der Rampe zueinander ähnlich sind (siehe obige Abbildung). (R)

3) Ein 35 m hoher Aussichtsturm steht auf einer horizontalen Ebene.

Als *Sonnenhöhe* bezeichnet man den Winkel, den die einfallenden Sonnenstrahlen mit einer horizontalen Ebene bilden.

– Berechnen Sie, um wie viele Meter der Schatten des Aussichtsturms länger wird, wenn die Sonnenhöhe von 45° auf 37° abnimmt. (B)

Jemand überlegt, wie viele 2-Cent-Münzen man aufeinanderlegen müsste, damit die Höhe des Stapels 35 m beträgt. Eine 2-Cent-Münze ist 1,67 mm dick.

– Berechnen Sie, welchem Geldbetrag in Euro dieser Stapel entsprechen würde. (B)

Ein anderer Aussichtsturm hat die Höhe *H* in Metern (vom Boden bis zur Spitze). 3,5 m unterhalb der Spitze befindet sich eine Aussichtsplattform. Es führen insgesamt 160 gleich hohe Stufen vom Boden auf diese Aussichtsplattform.

– Erstellen Sie mithilfe der Höhe *H* eine Formel zur Berechnung der Stufenhöhe *s* in Metern.

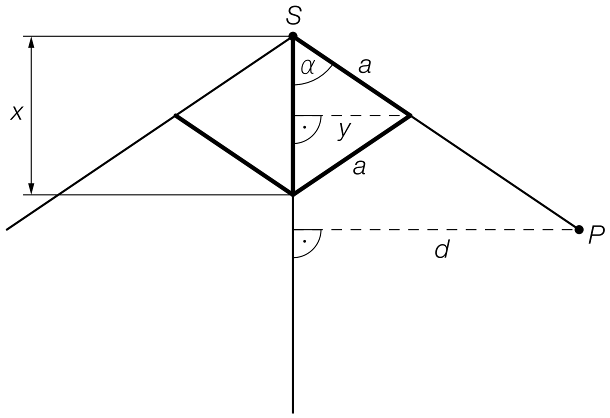
$s =$ ______________________________ (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

In einem rechtwinkeligen Dreieck gilt für einen spitzen Winkel: $\sin(\alpha) = \frac{u}{v}$

– Zeigen Sie anhand einer Skizze, dass gilt: $\tan(\alpha) = \frac{u}{\sqrt{v^2 - u^2}}$ (R)

3) In der nachstehenden Abbildung ist ein geöffneter Sonnenschirm schematisch dargestellt.



– Stellen Sie mithilfe von a und x eine Formel zur Berechnung des Abstands y auf.

$y =$ ____ (A)

– Berechnen Sie den Winkel α für $x = 20$ cm und $a = 41$ cm. (B)

Laut Marktbeobachtung entscheiden sich Personen, die einen Sonnenschirm kaufen, unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 % für einen gelben Sonnenschirm.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}6^8$ (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Die Streckenlänge $\overline{SP}$ beträgt 100 cm.

– Begründen Sie, warum d nicht länger als 100 cm sein kann. (R)

1) Ein quaderförmiges Haus wird saniert. Dabei werden die 4 Außenwände mit einer wärmedämmenden Schicht isoliert.

Das Haus hat die Länge a, die Breite b und die Höhe h.
Der Inhalt der zu isolierenden Fläche A macht 82 % des Flächeninhalts der 4 Außenwände des Hauses aus.

– Stellen Sie mithilfe von a, b und h eine Formel zur Berechnung von A auf.

A = ____ (A)

Für die Nassräume werden Fliesen zugeschnitten. Erfahrungsgemäß weiß man, dass beim gleichartigen Zuschneiden unabhängig voneinander jede Fliese mit einer Wahrscheinlichkeit von 2 % bricht.

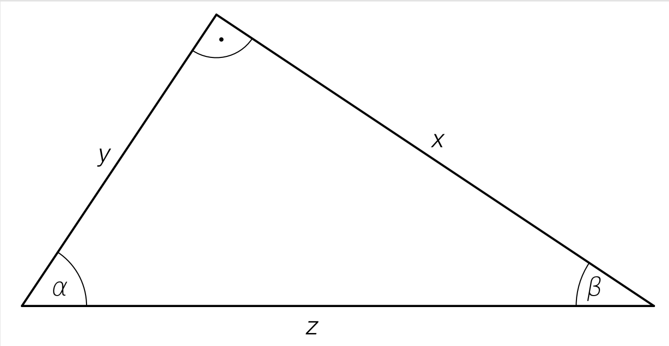
– Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit folgendem Ausdruck berechnet wird:

$P(E) = \binom{30}{5} \cdot 0{,}02^5 \cdot 0{,}98^{25}$ (R)

Die Terrasse des Hauses hat die Form eines rechtwinkeligen Dreiecks, dessen Katheten sich wie 2 zu 3 verhalten.

– Berechnen Sie den größeren der beiden spitzen Winkel dieses Dreiecks. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>



– Zeigen Sie, dass im obigen Dreieck folgender Zusammenhang gilt:
$\sin(\alpha) = \cos(\beta)$ (R)

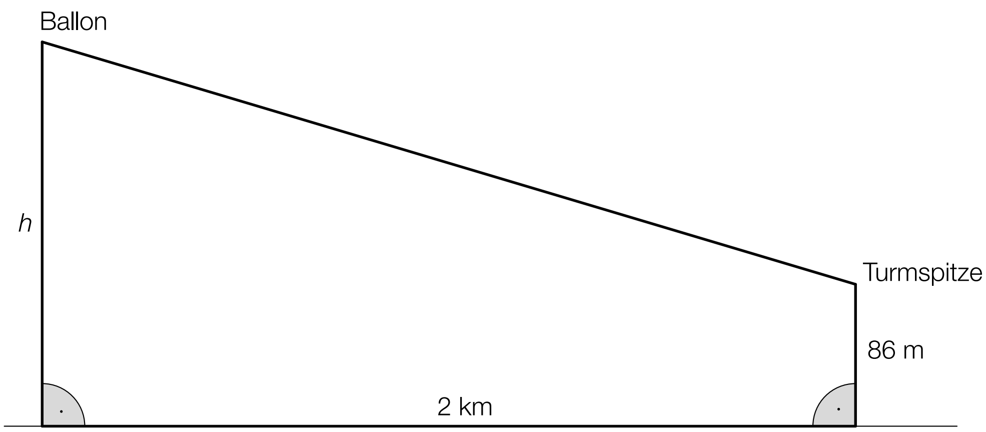
2) Bei einer Heißluftballonfahrt dürfen der Pilot und die Fahrgäste bei einer Temperatur von 12 °C eine Gesamtmasse von 700 kg haben. Diese erlaubte Gesamtmasse reduziert sich pro Grad Celsius Temperaturzunahme um 17,5 kg. Die erlaubte Gesamtmasse in Kilogramm soll in Abhängigkeit von der Lufttemperatur T in Grad Celsius durch eine Funktion m beschrieben werden.

– Erstellen Sie eine Gleichung dieser Funktion m. (A)

Die Wahrscheinlichkeit, dass Ballonfahrten unabhängig voneinander aufgrund des Wetters abgesagt werden müssen, beträgt erfahrungsgemäß $\frac{1}{5}$.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 3 zufällig ausgewählten Ballonfahrten nur die letzte aufgrund des Wetters abgesagt werden muss. (B)

Ein Heißluftballon schwebt über einer Ebene. Ein Fahrgast sieht die Spitze eines 2 km entfernten, 86 m hohen Kirchturms unter dem Tiefenwinkel $\alpha = 5°$ (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



– Berechnen Sie die Höhe h. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

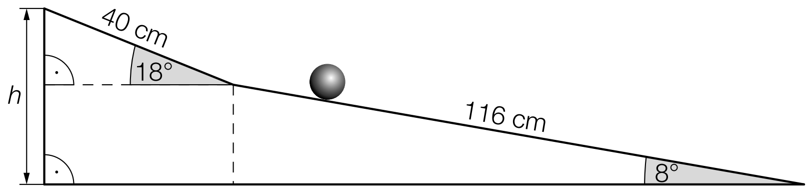
Nimmt man die Form des Ballons stark vereinfacht als kugelförmig an, so gilt:

$V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

V ... Volumen
r ... Radius

– Erklären Sie, wie sich das Volumen V ändert, wenn man den Radius r verdoppelt. (R)

3) Eine Kugelbahn ist ein Spielzeug, auf dem man Kugeln nach unten rollen lassen kann. In der nachstehenden Abbildung ist eine bestimmte Kugelbahn dargestellt.



– Berechnen Sie den Höhenunterschied h zwischen Start und Ziel. (B)

Eine Kugel hat einen Radius von 1 cm und rollt die gesamte Kugelbahn hinunter.

– Berechnen Sie die Anzahl der Umdrehungen, die diese Kugel dafür benötigt. (B)

Eine andere geradlinig verlaufende Kugelbahn wird so gestaltet, dass ihr Gefälle konstant 25 % beträgt. Der Startpunkt der Kugelbahn liegt auf einer Anfangshöhe h_0 über dem horizontalen Boden.

Die Höhe der Kugelbahn über dem Boden soll in Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung vom Startpunkt beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion auf. (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Die Weg-Zeit-Funktion einer Kugel, die eine bestimmte Kugelbahn hinunterrollt, ist näherungsweise eine Polynomfunktion 2. Grades.

– Erklären Sie mithilfe der Differenzialrechnung, was man über die Beschleunigung dieser Kugel aussagen kann. (R)

1) Im Minimundus, einem Miniaturenpark in Klagenfurt, sind Modelle vieler berühmter Bauwerke zu sehen. Die Modelle sind im Maßstab 1 : 25 verkleinert nachgebaut. Ein bestimmtes Modell ist 544 cm hoch.

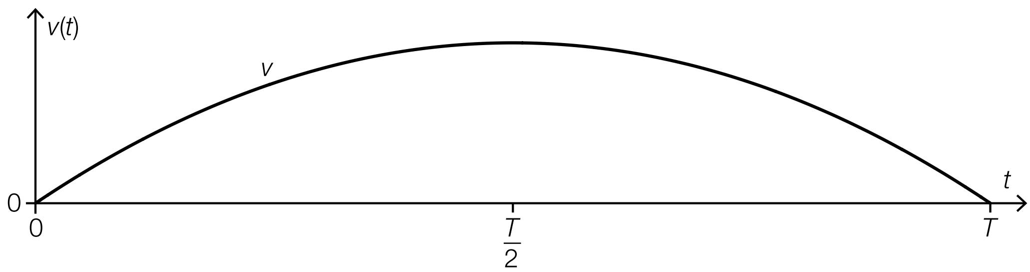
– Berechnen Sie die Höhe des zu diesem Modell gehörigen Bauwerks in Metern. (B)

Andrea steht in einer horizontalen Entfernung von a Metern vor dem Modell des Donauturms. Sie sieht die Spitze dieses Modells unter dem Höhenwinkel α. Ihre Augen befinden sich dabei in einer Höhe von 1,5 m über dem Boden.

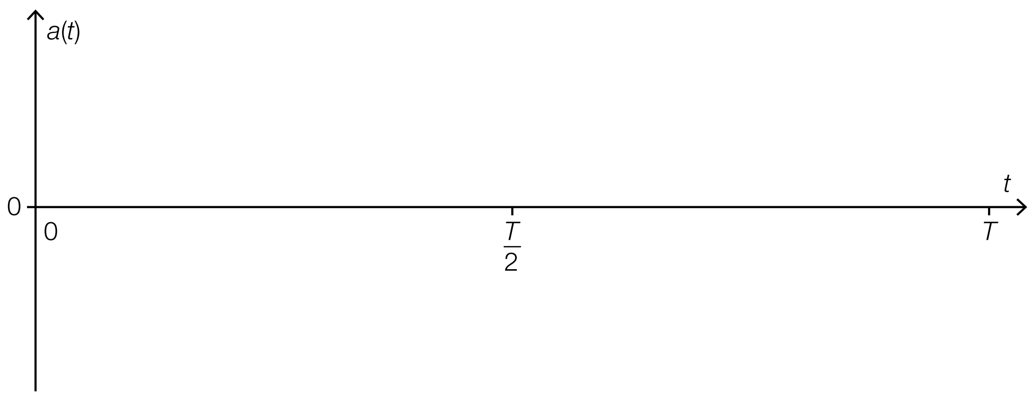
– Stellen Sie aus a und α eine Formel zur Berechnung der Höhe H (in Metern) des Modells des Donauturms auf. (A)

$H =$ ____________________________________

Durch Minimundus fährt ein kleiner Zug. Der Graph der quadratischen Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v dieses kleinen Zuges ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.

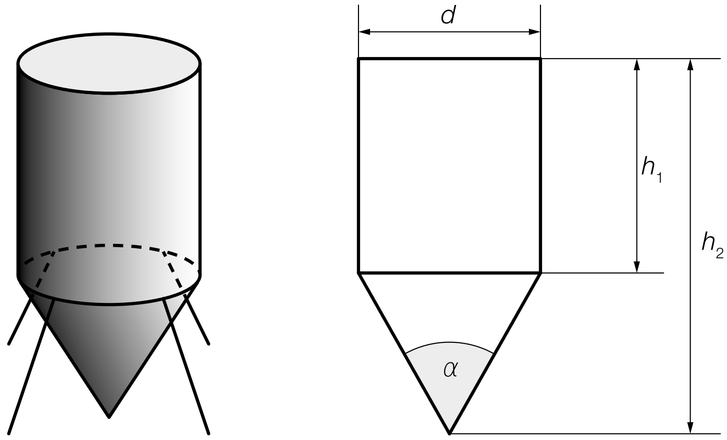


– Skizzieren Sie den Graphen der zugehörigen Beschleunigung-Zeit-Funktion a im nachstehenden Koordinatensystem. (A)



– Geben Sie den Funktionstyp der Weg-Zeit-Funktion s des kleinen Zuges an. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)

3) In der nachstehenden Abbildung ist ein Wassertank, bestehend aus einem Drehzylinder und einem Drehkegel, dargestellt:



– Stellen Sie aus h_1, h_2 und d eine Formel zur Berechnung des Volumens V des Wassertanks auf. (A)

$V =$ ________________________________

Es gilt: $d = 2{,}0$ m, $h_1 = 4{,}5$ m, $h_2 = 6{,}0$ m

– Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α. (B)

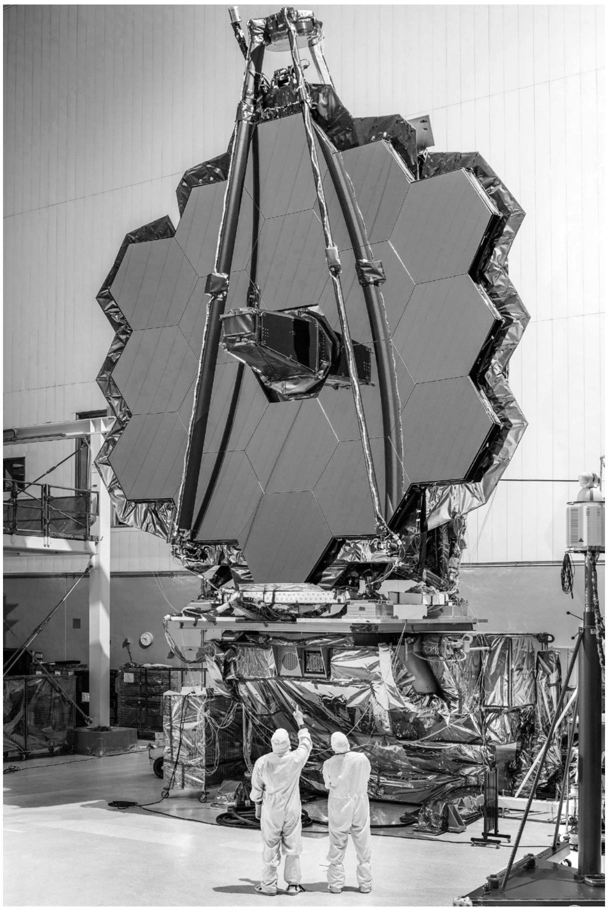
Die Zuflussrate des Wassers in m³/h in Abhängigkeit von der Zeit t wird durch eine Funktion f beschrieben.

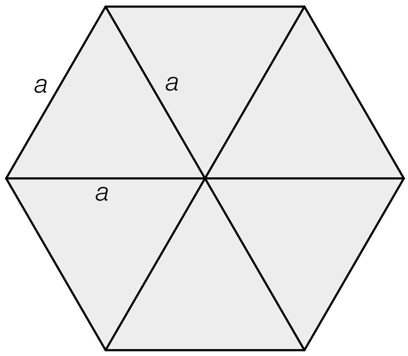
– Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang:
$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,\mathrm{d}t$ mit $t_1 < t_2$ (R)

3) Die voraussichtlichen Baukosten des 6,2 Tonnen schweren *James Webb Space Telescope* (JWST) betragen 8,8 Milliarden Euro.
Man nimmt an, dass die Transportkosten ins Weltall € 12.000 pro Kilogramm des JWST betragen werden.

– Berechnen Sie die Summe aus Baukosten und Transportkosten in Milliarden Euro. (B)

Der Spiegel des JWST hat einen Flächeninhalt von insgesamt 25 m². Er besteht aus 18 gleich großen Modulen. Jedes dieser Module hat die Form eines regelmäßigen Sechsecks. Ein solches Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken (siehe nachstehende Abbildungen).

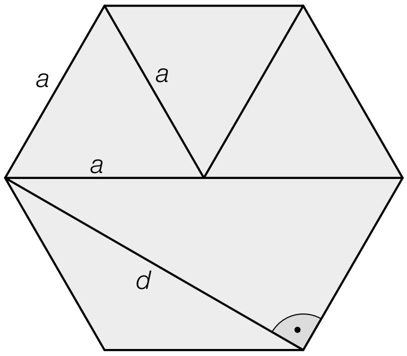




Bildquelle: NASA Goddard Space Flight Center / Chris Gunn from Greenbelt, MD, USA, CC BY 2.0, https://de.wikipedia.org/wiki/James-Webb-Weltraumteleskop#/media/File:James_Webb_Space_Telescope_Mirrors_Will_Piece_Together_Cosmic_Puzzles_(30108124923).jpg [06.03.2019].

– Berechnen Sie die Seitenlänge *a* eines Sechsecks in Metern. (B)

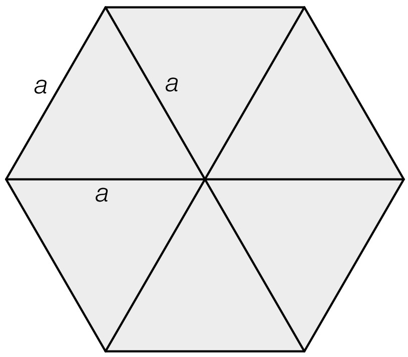
– Stellen Sie aus a eine Formel zur Berechnung von d auf (siehe nachstehende Abbildung). (A)



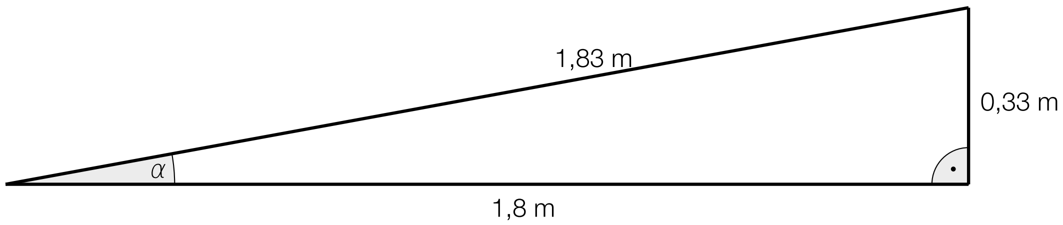
d = ____

– Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung ein Dreieck mit den Seitenlängen a und x und einem Winkel von 60° ein, für das der folgende Zusammenhang gilt:

$\sin(60°) = \frac{x}{a}$ (R)



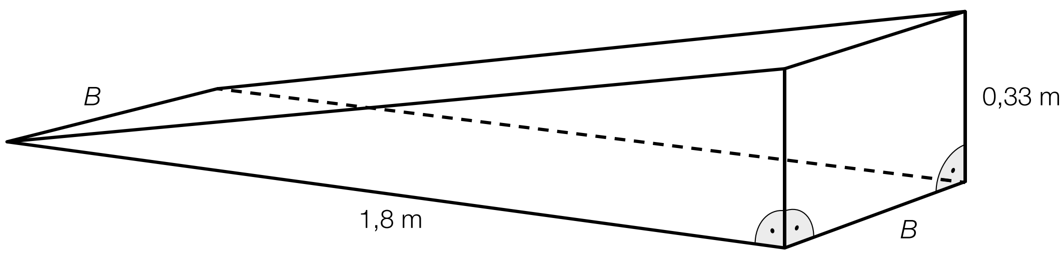
1) Vor einem Eingang wird eine Rampe gebaut. Die Rampe hat in der Ansicht von der Seite die Form eines rechtwinkeligen Dreiecks (siehe nachstehende Abbildung).



– Zeigen Sie rechnerisch, dass das obige Dreieck tatsächlich rechtwinkelig ist. (R)

– Berechnen Sie den Steigungswinkel α dieser Rampe. (B)

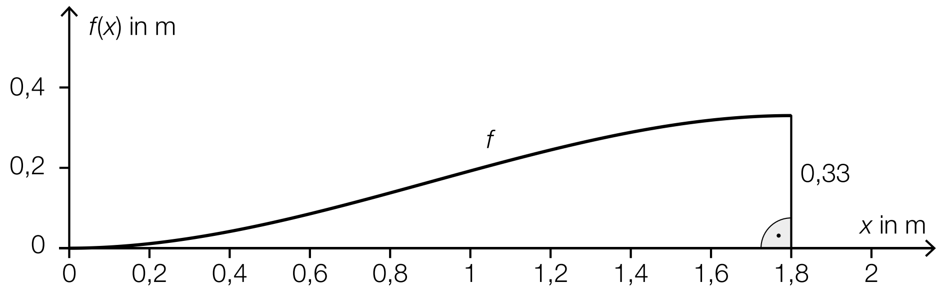
Diese Rampe (siehe nachstehende Abbildung) wird aus Beton gefertigt und hat die Masse m_R in Kilogramm.
Die Dichte des verwendeten Betons beträgt $\varrho_{\text{Beton}} = 2\,400$ kg/m³.
Die Masse m ist das Produkt aus Volumen V und Dichte ϱ, also $m = V \cdot \varrho$.



– Stellen Sie aus m_R eine Formel zur Berechnung der Breite B dieser Rampe in Metern auf. (A)

$B =$ ________________________________

Die nachstehende Abbildung zeigt das Modell für eine andere Rampe in der Ansicht von der Seite.



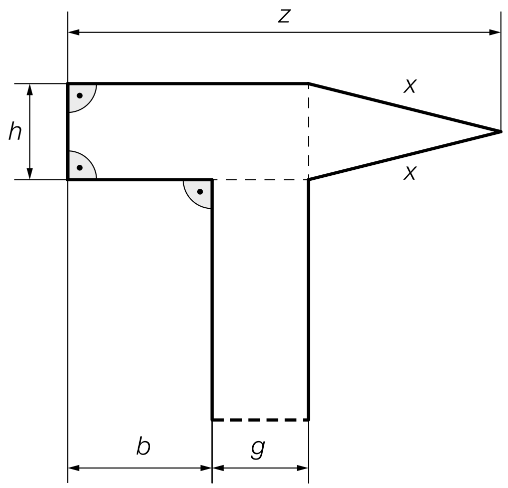
$f(x) = -\frac{55}{486} \cdot x^3 + \frac{11}{36} \cdot x^2$ mit $0 \leq x \leq 1{,}8$

Der Bauherr gibt für die Rampe eine maximale Steigung von 25 % vor.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob die Vorgabe hinsichtlich der maximalen Steigung erfüllt ist. (R)

1) Bei einem Geschicklichkeitsspiel schlägt man Nägel mit einem Hammer in einen Baumstamm.

In der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung ist der Querschnitt des oberen Teils eines Hammers dargestellt.



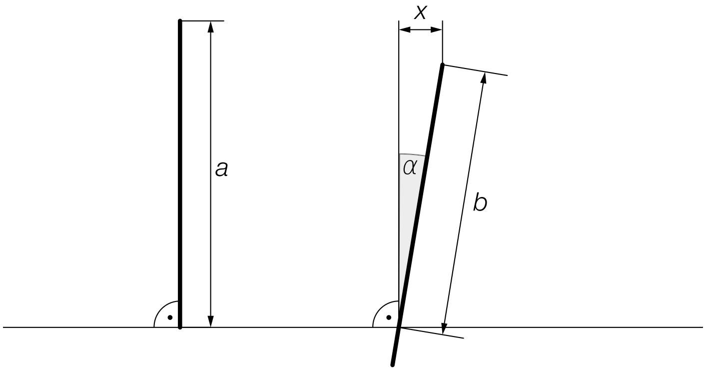
– Stellen Sie aus *h*, *z*, *b* und *g* eine Formel für die Länge *x* auf. (A)

$x =$ ____

Leo trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 40 %.
Max trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 %.
Tim trifft seinen Nagel beim ersten Versuch erfahrungsgemäß mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer dieser Spieler seinen Nagel beim ersten Versuch trifft. (B)

2) Der *Millennium Tower* in San Francisco wurde im Jahr 2009 gebaut. Im Jahr 2016 stellte man fest, dass sich dieser gesenkt und zur Seite geneigt hat (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



– Stellen Sie aus x und b eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. (A)

α = ____

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel $\beta = 180° - \arccos\left(\frac{x}{b}\right)$. (R)

Folgende Werte wurden gemessen:

im Jahr 2009: a = 196,60 m
im Jahr 2016: b = 196,20 m, x = 15 cm

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent b kleiner als a ist. (B)

– Ergänzen Sie den fehlenden Wert für x. (A)

x = __________ $\cdot 10^{-2}$ m

3) Im Jahr 2016 war nach einem Speedski-Bewerb für Männer in Vars (Frankreich) folgende Behauptung auf einer Internetseite zu lesen:
„Nur 5 Sekunden benötigen die Athleten, um auf eine Geschwindigkeit von 200 km/h zu beschleunigen."

Die Geschwindigkeit eines Athleten zur Zeit t kann näherungsweise mit der folgenden Formel berechnet werden:

$v(t) = 7 \cdot t$

t ... Zeit nach dem Start in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Überprüfen Sie nachweislich mithilfe dieser Formel, ob die obige Behauptung stimmt. (R)

Ein bestimmter Speedski-Fahrer hat bei seiner Fahrt näherungsweise eine konstante Beschleunigung von p % der Erdbeschleunigung 9,81 m/s².
Dabei gilt für die Geschwindigkeit v, die Beschleunigung a und die Zeit t: $v = a \cdot t$

– Stellen Sie aus p eine Gleichung zur Berechnung derjenigen Zeit t auf, nach der dieser Speedski-Fahrer eine Geschwindigkeit von 200 km/h erreicht. (A)

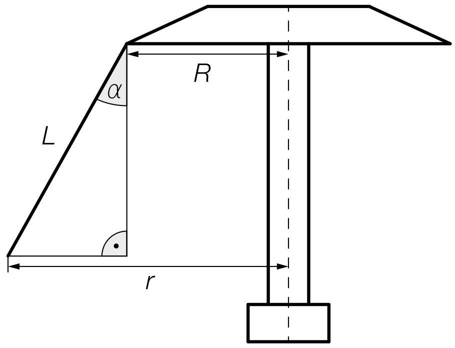
$t =$ ____

Die Skipiste in Vars, auf der die Speedski-Bewerbe ausgetragen werden, hat an der steilsten Stelle eine Steigung von 98 %.

– Berechnen Sie den Steigungswinkel an der steilsten Stelle dieser Skipiste. (B)

– Beschreiben Sie, was mit dem nachstehenden Ausdruck im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.
$\int_0^{1,2} v(t)\,\mathrm{d}t$ (R)

2) Auf einem Jahrmarkt steht ein Ringelspiel (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



Bildquelle: Andreas Praefcke – own work, CC BY 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kettenkarussell_Wuppertal_2005.jpg [20.02.2019].

– Stellen Sie aus L, R und α eine Formel zur Berechnung von r auf. (A)

$r =$ ________________________________

Durch die Bewegung des Ringelspiels wirkt auf einen Fahrgast eine Kraft, die mit der folgenden Formel beschrieben werden kann.

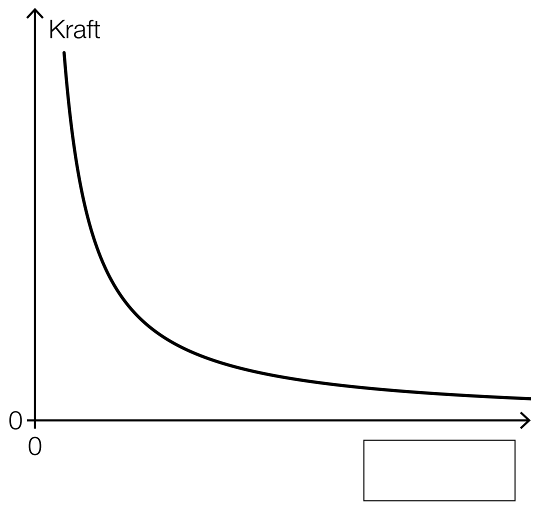
$$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

F ... Kraft, die auf den Fahrgast wirkt
m ... Masse des Fahrgasts
v ... Geschwindigkeit des Fahrgasts
r ... Radius der Kreisbahn

Die Kraft F ist also abhängig von den Größen Masse m, Geschwindigkeit v und Radius r.

Der nachstehend dargestellte Graph stellt die Kraft F in Abhängigkeit von einer dieser Größen dar, wobei die beiden anderen Größen als konstant angenommen werden.

– Tragen Sie die zutreffende Größe in das dafür vorgesehene Kästchen ein. Begründen Sie Ihre Entscheidung. (R)



2) Der Kirchturm des Ulmer Münsters hat eine Höhe von 161,53 m und ist damit der höchste Kirchturm der Welt.

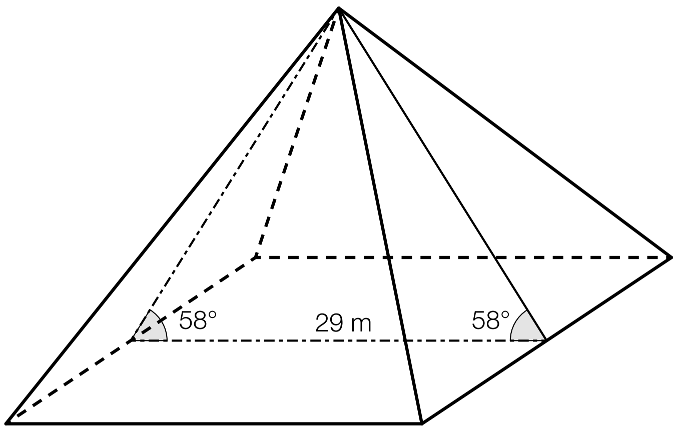
Eine Gruppe von Architekturstudentinnen und -studenten muss ein maßstabgetreues Modell des Münsters nachbauen. Dabei soll die Höhe des Kirchturms 75 cm betragen.
Eine Seite der Grundfläche des Münsters hat eine Länge von 123,56 m.

– Bestimmen Sie die Länge dieser Seite im Modell. (B)

Die Länge des Schattens, den der Kirchturm auf den horizontalen Vorplatz wirft, hängt vom Einfallswinkel der Sonnenstrahlen ab. Der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen ist derjenige Winkel, den diese mit der Horizontalen einschließen.

– Erstellen Sie eine Skizze, in der der Einfallswinkel α, die Höhe h des Kirchturms und die Länge s des Schattens beschriftet sind. (A)

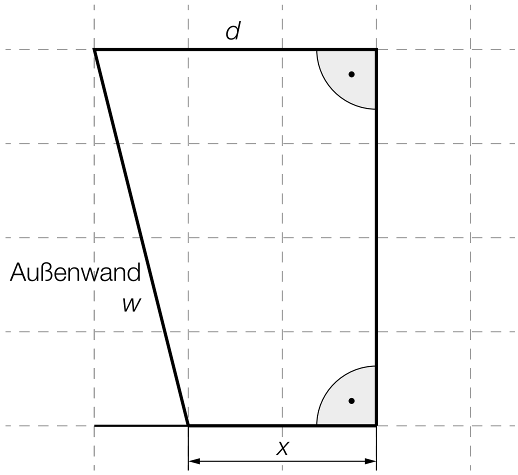
Ein Teil der Ulmer Stadtbibliothek hat die Form einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Spitze der Pyramide liegt dabei genau über dem Mittelpunkt der Grundfläche.
Die Länge ihrer Basiskante ist 29 m, die Neigung der Seitenflächen zur Grundfläche beträgt jeweils 58° (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Gary A Baratta – own work, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ulm_Library_from_the_MunsterIMG_5800s.jpg [20.02.2019] (adaptiert).

– Berechnen Sie die Höhe der Pyramide. (B)

In Ulm steht auch das „schiefste Hotel der Welt“ (siehe nachstehende Skizze der Seitenansicht).

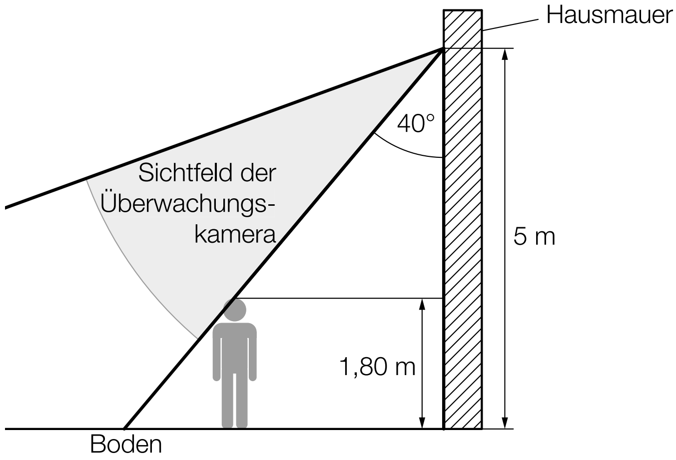


Für eine Berechnung wird folgende Formel aufgestellt:

$\sin(\beta) = \frac{d - x}{w}$

– Zeichnen Sie den Winkel β in die obige Skizze ein. (R)

Der Eingangsbereich einer Bank wird überwacht. Die nachstehende Abbildung zeigt das Sichtfeld einer Überwachungskamera, die an einer Hausmauer in einer Höhe von 5 m montiert ist.



Eine 1,80 m große Person befindet sich genau am Rand des Sichtfelds der Überwachungskamera (siehe obige Abbildung).

– Berechnen Sie, in welcher Entfernung von der Mauer sich diese Person befindet. (B)

Eine wichtige Kenngröße für Kameras ist derjenige Bildwinkel α, der mit folgender Formel berechnet werden kann:

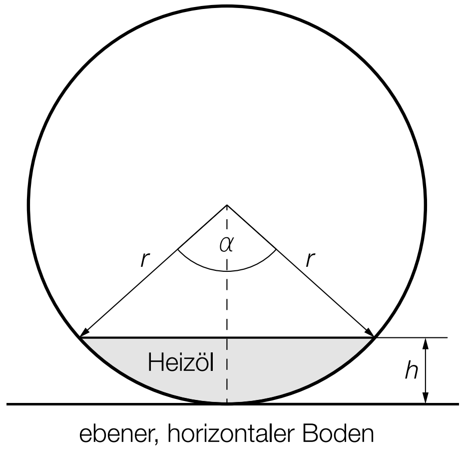
$\tan(\alpha) = \frac{d}{2 \cdot f}$ mit $d, f, \alpha > 0$ und $0° < \alpha < 90°$

d ... Bilddiagonale

f ... Brennweite

– Beschreiben Sie, wie sich bei gleichbleibendem d eine Vergrößerung von f auf den Bildwinkel α auswirkt. (R)

3) Die nachstehende Abbildung zeigt einen waagrecht gelagerten zylinderförmigen Öltank von vorne.



– Stellen Sie aus h und r eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf. (A)

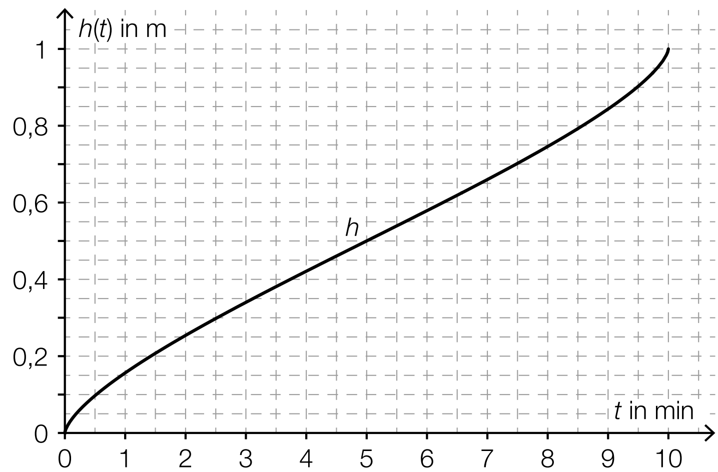
α = ____

Es werden zwei gleich lange, zylinderförmige Öltanks A und B miteinander verglichen. Der Radius von Öltank B ist um 10 % größer als jener von Öltank A.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent das Volumen von Öltank B größer als jenes von Öltank A ist. (B)

Ein leerer Öltank wird mit Heizöl befüllt. Die nachstehende Abbildung zeigt den zeitlichen Verlauf der Füllhöhe während der Befüllung.

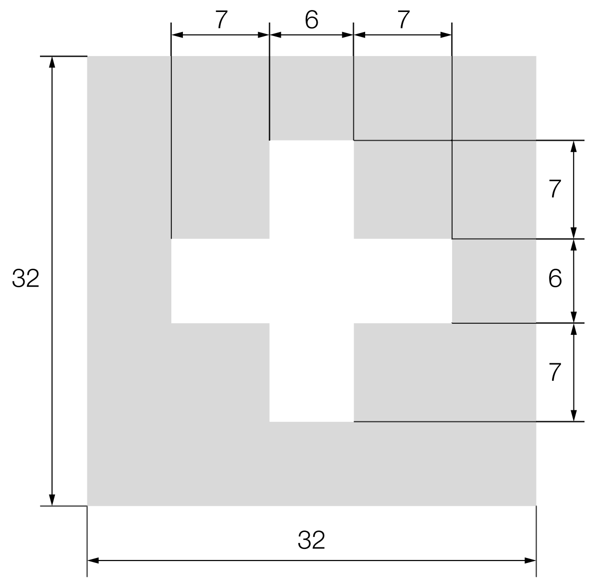
t ... Zeit in min
$h(t)$ ... Füllhöhe zur Zeit t in m



– Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Füllhöhe im Zeitintervall [2,5; 7,5]. (B)

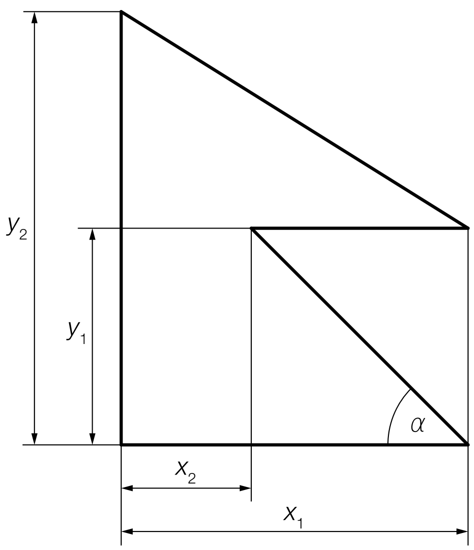
– Begründen Sie mithilfe des oben abgebildeten Graphen der Funktion h, warum im Zeitintervall]0; 10[gilt: $h'(t) > 0$ (R)

3) Die Flagge der Schweiz ist quadratisch und zeigt ein weißes Kreuz auf rotem Grund.
Die Größe des Kreuzes auf einer bestimmten Flagge ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt (Angaben in Längeneinheiten (LE)).



– Berechnen Sie, wie viel Prozent der gesamten Fläche das weiße Kreuz einnimmt. (B)

Die Flagge von Nepal hat folgende Form:



– Erstellen Sie mithilfe von x_1, x_2 und y_1 eine Formel zur Berechnung von α.

$\alpha =$ ____ (A)

– Kennzeichnen Sie denjenigen Winkel β, für den der folgende Zusammenhang gilt:
$\sin(\beta) = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + (y_2 - y_1)^2}}$ (R)

3) Das Speicherkraftwerk Sellrain-Silz besteht aus dem Speichersee, dem etwas tiefer gelegenen Zwischenspeicher und dem im Tal gelegenen Kraftwerk Silz.

In der nachstehenden Abbildung 1 ist die momentane Änderungsrate des Wasservolumens im Zwischenspeicher für ein bestimmtes Zeitintervall dargestellt.

Abbildung 1

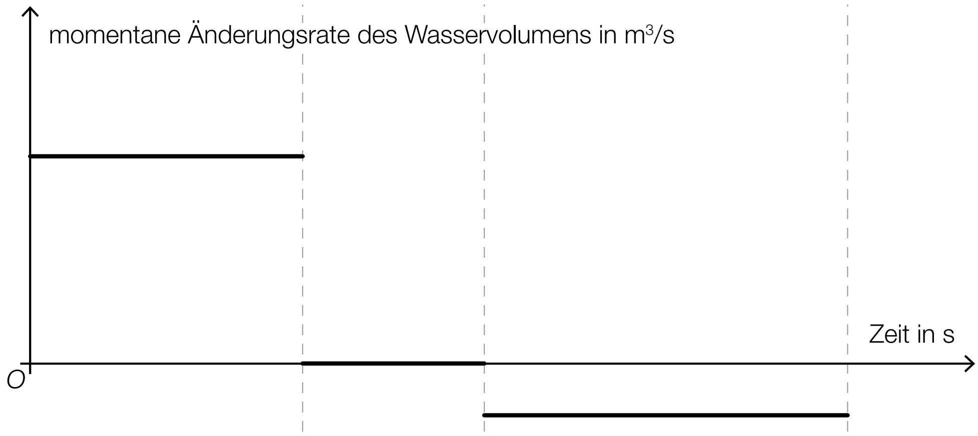
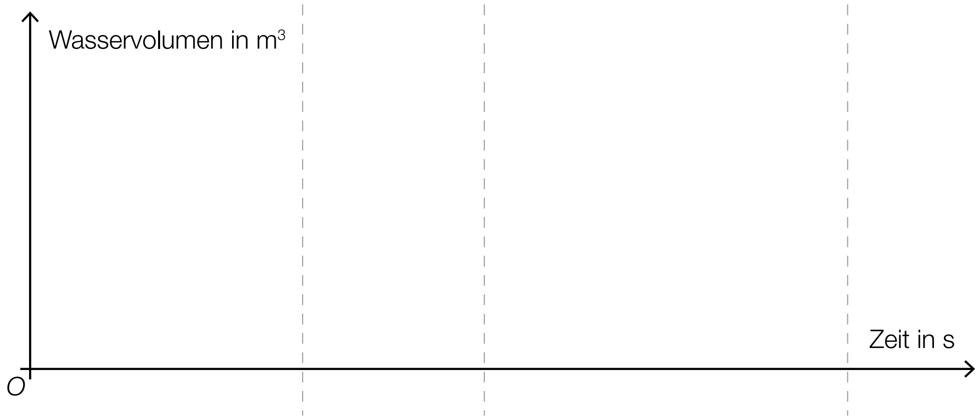


Abbildung 2



Der Zwischenspeicher ist zu Beginn ($t = 0$) leer.

– Skizzieren Sie in der obigen Abbildung 2 den Graphen derjenigen Funktion, die das Wasservolumen im Zwischenspeicher in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. (A)

Der Speichersee hat ein Fassungsvermögen von 60 Millionen m³, der Zwischenspeicher fasst $\frac{1}{20}$ dieses Volumens. Aus dem Zwischenspeicher können pro Sekunde 66 m³ Wasser in den Speichersee hochgepumpt werden.

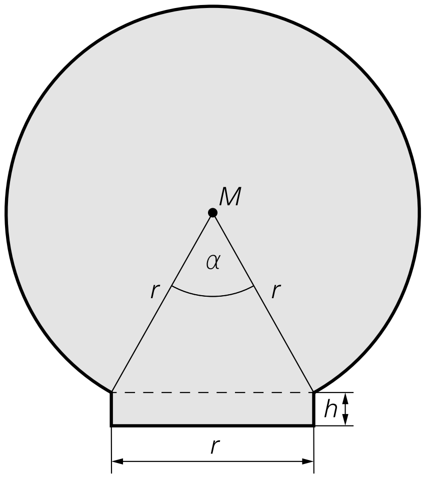
– Berechnen Sie, wie viele Stunden es dauern würde, das Wasser des vollen Zwischenspeichers restlos in den Speichersee hochzupumpen. (B)

Vom Zwischenspeicher wird das Wasser ins Kraftwerk Silz geleitet. Dabei überwindet das Wasser in einem 1 906 m langen Schacht einen Höhenunterschied von 1 258 m. Der Neigungswinkel des Schachts wird vereinfacht als konstant angenommen.

– Berechnen Sie den Neigungswinkel dieses Schachts zur Horizontalen. (B)

3) Auf der Westseite des Wiener *Allianz-Stadions* prägt die sogenannte *Röhre* das Erscheinungsbild des Stadions.

Die Frontseite dieser Röhre wird unter anderem näherungsweise von einem Kreisbogen begrenzt (siehe nachstehende Abbildungen).



Bildquelle: Bwag – eigenes Werk, CC BY-SA 4.0, https://bar.wikipedia.org/wiki/Datei:Hütteldorf_(Wien)_-_Allianz-Stadion,_Rapid-Logo.JPG [17.12.2019].

– Begründen Sie, warum für den Winkel α gilt: $\alpha = 60°$ (R)

Der Flächeninhalt A der grau markierten Fläche kann mit folgendem Ansatz berechnet werden:
$A = A_{\text{Kreissektor}} + A_{\text{Dreieck}} + A_{\text{Rechteck}}$

– Erstellen Sie mithilfe von r und h eine Formel zur Berechnung von A.

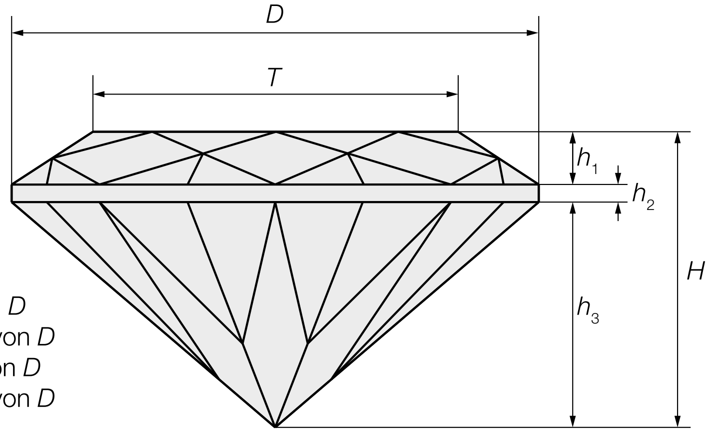
$A =$ ____ (A)

Es gilt: $A = 324{,}1\text{ m}^2$

Marko verwendet als Schätzung für A den Inhalt eines ganzen Kreises mit dem Radius 10 m.

– Berechnen Sie, um wie viel Prozent er sich dadurch verschätzt hat. (B)

3) Die nachstehende Abbildung zeigt schematisch einen geschliffenen Diamanten.

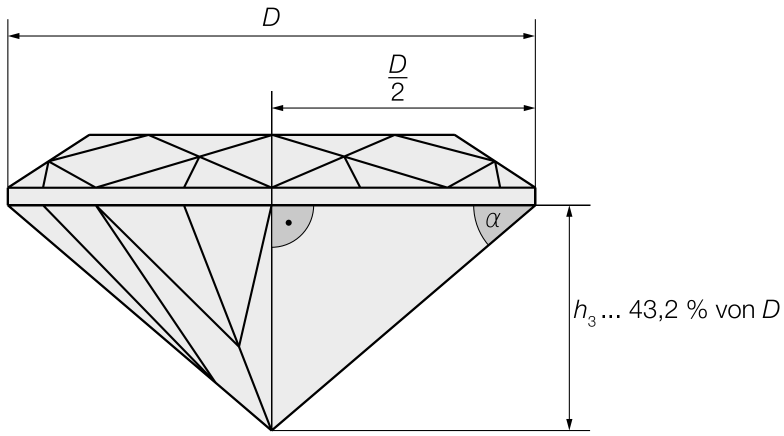


T ... 56 % von D
h_1 ... 14,4 % von D
h_2 ... 2,4 % von D
h_3 ... 43,2 % von D

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung von H aus T.

H = ____ (A)

Der in der nachstehenden Abbildung eingezeichnete Winkel α ist für in dieser Art geschliffene Diamanten immer gleich.

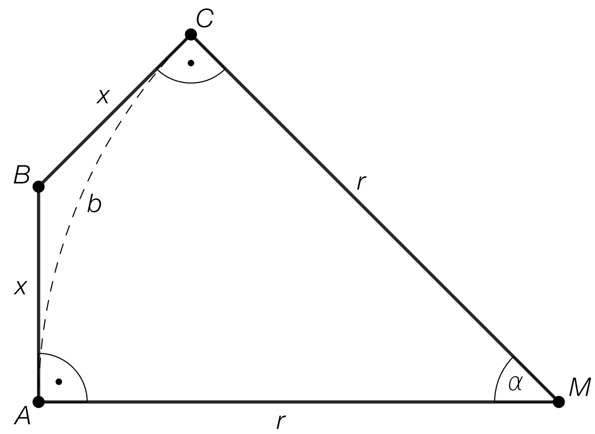


– Berechnen Sie den Winkel α. (B)

Ein Unternehmen erstellt eine Prognose für den Bedarf an Industriediamanten. Der Bedarf an Industriediamanten im Jahr 2019 wird mit B_0 bezeichnet.
Das Unternehmen geht davon aus, dass bis zum Jahr 2024 der Bedarf pro Jahr um 4 % bezogen auf das jeweils vorhergehende Jahr zunehmen wird.
Der Bedarf an Industriediamanten in Abhängigkeit von der Zeit t soll durch eine Funktion B beschrieben werden.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion B. Wählen Sie $t = 0$ für das Jahr 2019. (A)

Ein Gepard im Punkt A hat den Abstand x zu einer Gazelle im Punkt B.
Die Gazelle läuft dann von B nach C, während der Gepard entlang des Kreisbogens mit Mittelpunkt M von A nach C läuft (siehe nachstehende modellhafte Abbildung).

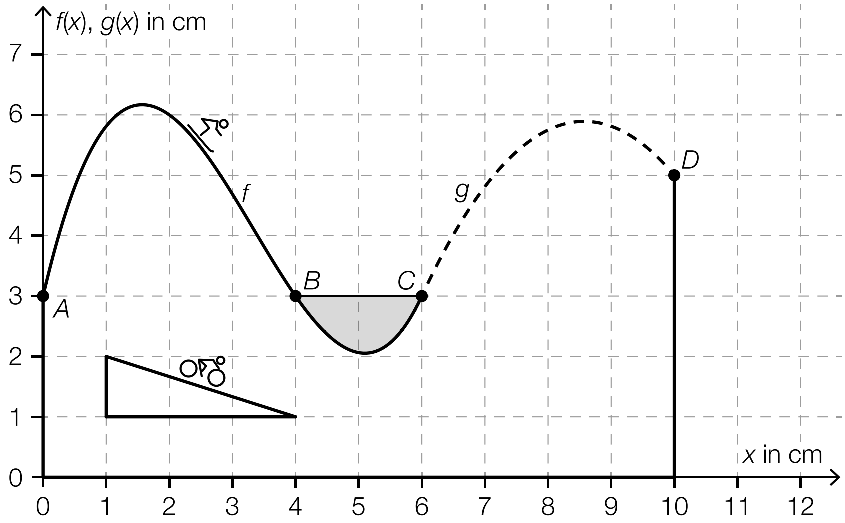


– Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens b für $x = 40$ m und $\alpha = 45°$. (B)

Die Wahrscheinlichkeit, dass der Gepard eine Gazelle erbeutet, liegt bei jedem Versuch unabhängig voneinander bei 30 %.

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$P(E) = \binom{n}{1} \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7^{n-1}$ (R)

1) Das Logo einer Ferienregion ist modellhaft in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Für die Funktionen f und g gilt:

$f(x) = \frac{3}{16} \cdot x^3 - \frac{15}{8} \cdot x^2 + \frac{9}{2} \cdot x + 3$ mit $0 \leq x \leq 6$

$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ mit $6 \leq x \leq 10$

x, $f(x)$, $g(x)$ ... Koordinaten in cm

– Berechnen Sie den Inhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche. (B)

Der Graph der Funktion f geht im Punkt C knickfrei in den Graphen der quadratischen Funktion g über. „Knickfrei" bedeutet, dass die Funktionen an derjenigen Stelle, an der sie zusammenstoßen, den gleichen Funktionswert und die gleiche Steigung haben. Der Graph der Funktion g endet im Punkt D.

– Erstellen Sie aus diesen Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion g. (A)

Der Scheitelpunkt der Funktion g lautet: $S = (x_S | y_S)$.

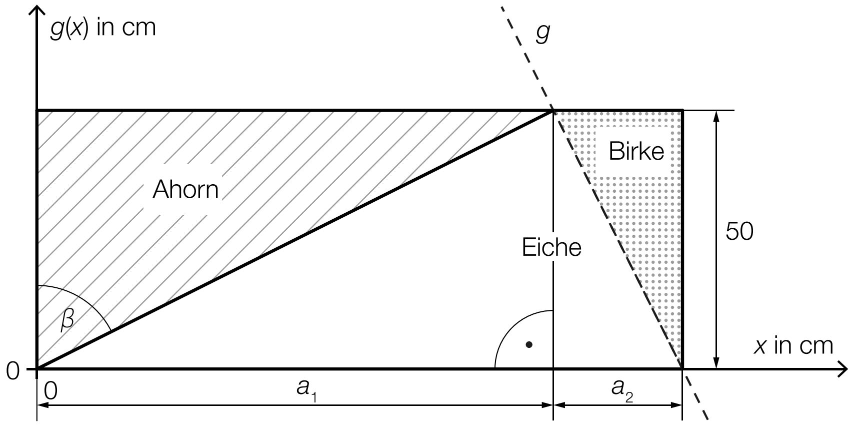
Der Koordinatenursprung soll so verschoben werden, dass die Funktion g (siehe obige Abbildung) nun mit $g(x) = a \cdot x^2 + y_S$ beschrieben werden kann.

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diesen neuen Koordinatenursprung. (R)

Im oben dargestellten Logo ist ein rechtwinkeliges Dreieck eingezeichnet.

– Berechnen Sie den kleinsten Winkel dieses Dreiecks. (B)

1) Eine Tischlerei stellt rechteckige Platten mit drei unterschiedlichen Furnieren (dünne Beläge aus Holz) her (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung).



– Erstellen Sie mithilfe von a_1 eine Formel zur Berechnung von β.

$\beta =$ ____ (A)

– Markieren Sie in der obigen Abbildung die Größe c, die folgendermaßen berechnet werden kann:

$c = \frac{50}{\cos(\beta)}$ (R)

Die Grenze zwischen Birkenfurnier und Eichenfurnier verläuft entlang des Graphen der linearen Funktion g.

– Ermitteln Sie die Steigung von g für $a_2 = 20$ cm. (B)

Die mit Ahorn furnierte Fläche hat den Flächeninhalt A_{Ahorn}, die mit Eiche furnierte Fläche hat den Flächeninhalt A_{Eiche}.

– Zeigen Sie, dass gilt: $A_{\text{Ahorn}} : A_{\text{Eiche}} = a_1 : (a_1 + a_2)$ (R)