c) Der Treibstoffverbrauch eines Autos kann für Geschwindigkeiten zwischen 50 km/h und 130 km/h näherungsweise mithilfe der Funktion f beschrieben werden:

$f(v) = 0{,}00042 \cdot v^2 - 0{,}038 \cdot v + 4{,}1$ mit $50 < v < 130$

v ... Geschwindigkeit des Autos in km/h
$f(v)$ ... Treibstoffverbrauch des Autos bei der Geschwindigkeit v in Litern pro 100 km

– Stellen Sie die Funktion f im angegebenen Bereich grafisch dar. (B)

– Interpretieren Sie das Ergebnis der Berechnung $\frac{f(120) - f(70)}{f(70)} \approx 0{,}597$ im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

Ein Auto fährt eine 50 km lange Teststrecke mit konstanter Geschwindigkeit v_0 (in km/h). Der zugehörige Treibstoffverbrauch kann mithilfe der obigen Funktion f beschrieben werden. Zu Beginn dieser Fahrt befinden sich 35 Liter Treibstoff im Tank. Die Treibstoffmenge m (in Litern) im Tank am Ende der Fahrt soll ermittelt werden.

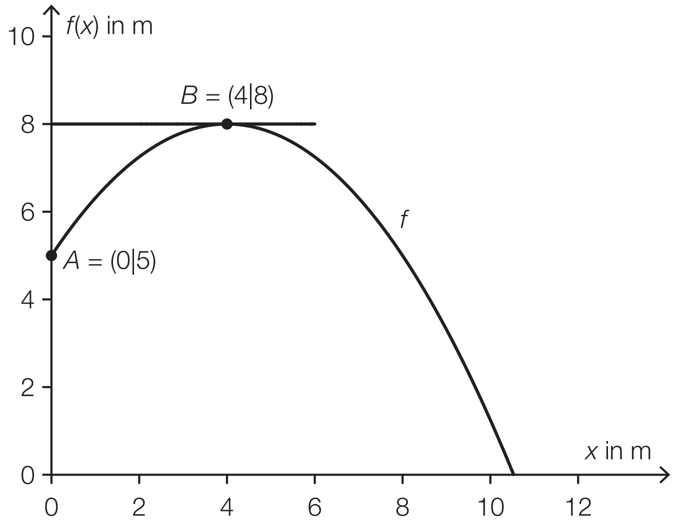
– Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von m mithilfe von $f(v_0)$ auf.

m = ____ (A)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

– Beurteilen Sie mithilfe der Diskriminante, wie viele reelle Lösungen die quadratische Gleichung $0{,}00042 \cdot v^2 - 0{,}038 \cdot v + 4{,}1 = 3$ hat. (R)

b) Die nachstehende Abbildung stellt eine Rasenfläche dar, die näherungsweise durch die Koordinatenachsen sowie den Graphen der Polynomfunktion 2. Grades f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ begrenzt ist. Im Punkt B ist die Tangente an den Graphen von f eingezeichnet.



– Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f mithilfe der gegebenen Informationen zu den Punkten A und B auf. (A)

– Ermitteln Sie die Koeffizienten der Funktion f. (B)

– Markieren Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mithilfe des nachstehenden Ausdrucks berechnet wird.

$\int_4^{x_1} f(x)\,\mathrm{d}x$ mit $f(x_1) = 0$ und $x_1 > 0$ (R)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

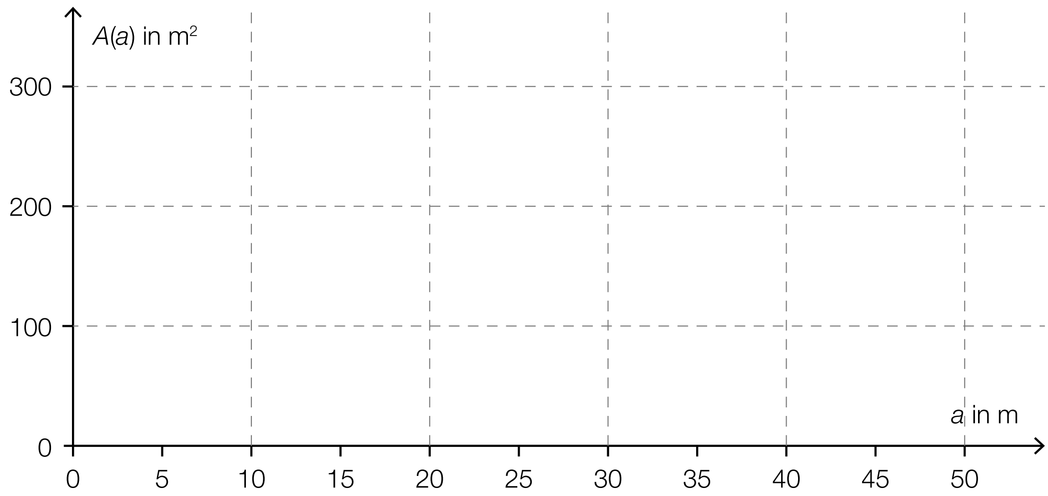
Die Lösungen der quadratischen Gleichung $f(x) = d$ sollen im Folgenden untersucht werden.

– Erläutern Sie mithilfe der obigen Abbildung, für welchen Wert von d die zugehörige Diskriminante null ist. (R)

b) Ein rechteckiger Garten soll angelegt werden. Er soll mit einer Seite a an ein Bauernhaus angrenzen und an den restlichen drei Seiten durch einen Zaun begrenzt werden. Es stehen insgesamt 50 m Zaun zur Verfügung.

Die Funktion A beschreibt den Flächeninhalt des rechteckigen Gartens in Abhängigkeit von der Länge der Seite a.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion A. (A)
– Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion A. (B)



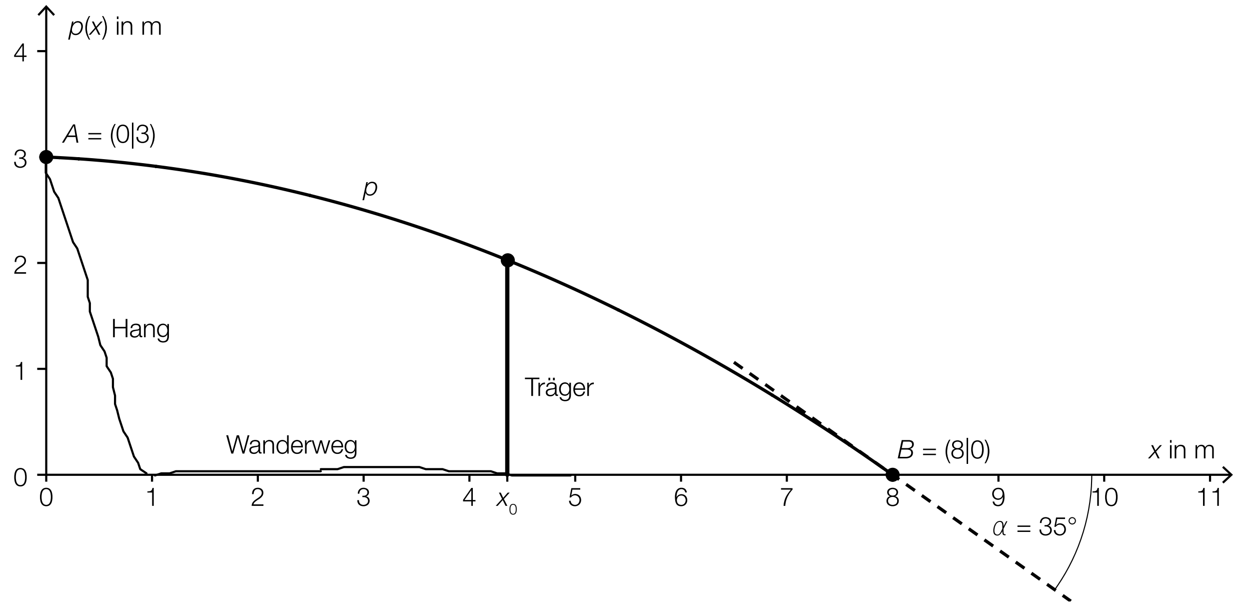
Im Garten werden 30 Sträucher gepflanzt. Erfahrungsgemäß stirbt ein Strauch mit einer Wahrscheinlichkeit p innerhalb des ersten Jahres nach der Pflanzung ab.

– Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit $1 - p^{30}$ berechnet wird. (R)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Zeigen Sie, dass bei einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = x \cdot (a - x)$ die Stelle $x = \frac{a}{2}$ eine Extremstelle ist. (R)

b) Die nachstehende Abbildung zeigt die Profillinie einer parabelförmigen Rampe, die für eine Mountainbike-Downhill-Strecke über einem Wanderweg errichtet werden soll.



Diese Profillinie kann zwischen den Punkten A und B mithilfe der quadratischen Funktion p mit $p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

– Erstellen Sie unter Verwendung von A, B und α ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten der Funktion p. (A)

– Ermitteln Sie diese Koeffizienten. (B)

An der Stelle x_0 soll ein senkrechter Träger eingebaut werden.

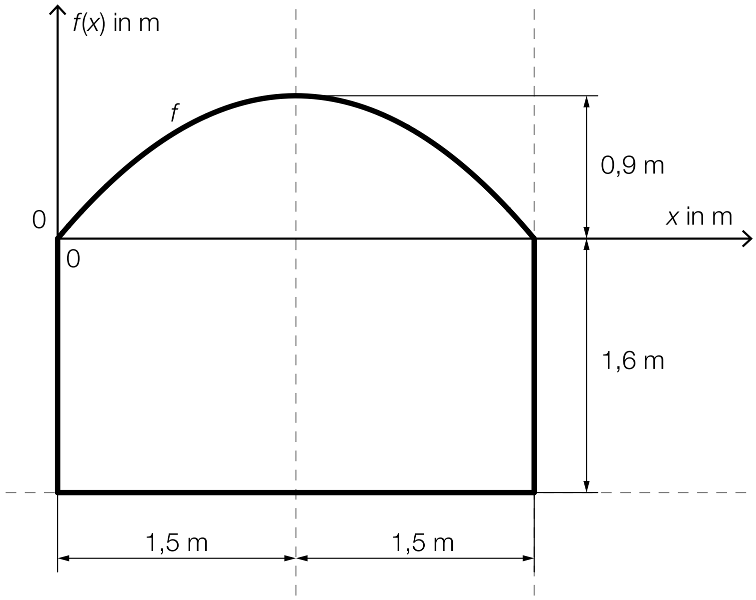
– Beschreiben Sie, wie man die Länge dieses Trägers bestimmen kann. (R)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Eine durch die Gleichung $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschriebene Parabel hat den Scheitelpunkt $S = (0|y_S)$.

– Begründen Sie, warum für diese Parabel gilt:
$c = y_S$ und $b = 0$ (R)

a) In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche eines 3 m breiten und 2,5 m hohen Gewächshauses dargestellt. Die Dachform des Gewächshauses kann näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion f beschrieben werden.



– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion f. (A)
– Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des Gewächshauses. (B)
– Geben Sie an, wohin der Ursprung des Koordinatensystems verschoben werden muss, wenn die Funktion f mithilfe einer Gleichung der Form $f(x) = a \cdot x^2$ beschrieben werden soll. (R)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

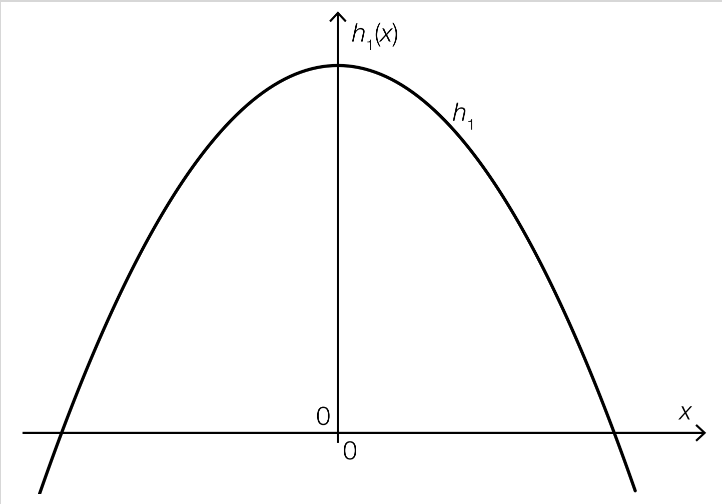
Die Dachform eines anderen Gewächshauses wird näherungsweise mithilfe der Funktion h beschrieben:

$h(x) = -a \cdot x^2 + c$ mit $a > 0, c > 0$

– Beschreiben Sie, wie sich der Verlauf des Graphen von h ändert, wenn entweder nur der Parameter a oder nur der Parameter c vergrößert wird. (R)

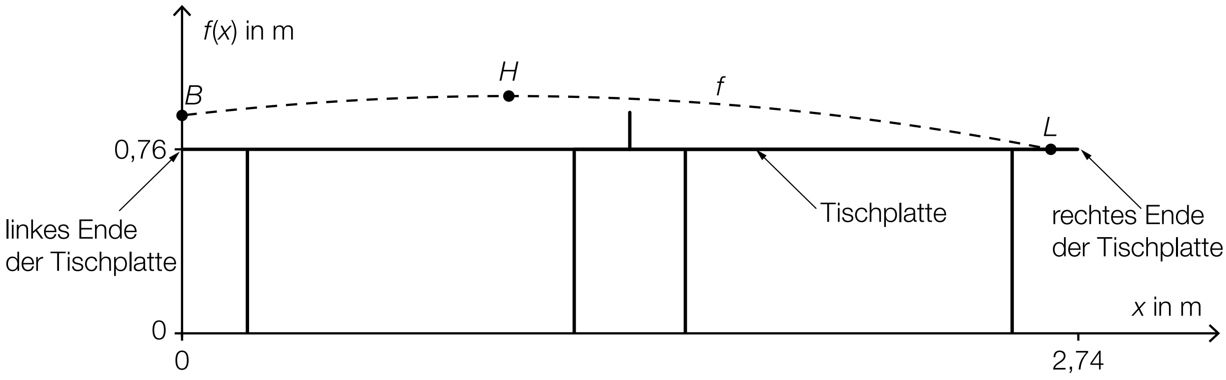
Verpflichtende verbale Fragestellung:

Stark vereinfacht kann die obere Begrenzungslinie eines anderen Tunnels durch den Graphen einer quadratischen Funktion h_1 mit $h_1(x) = a \cdot x^2 + c$ beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Geben Sie an, welche Bedingungen die Vorzeichen der Koeffizienten a und c erfüllen müssen. (R)

3) Die Platte eines Tischtennistischs weist eine Länge von 2,74 m auf und hat vom Boden einen Abstand von 0,76 m. In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenansicht dieses Tischtennistischs dargestellt, wobei das linke Ende der Tischplatte bei $x = 0$ m liegt.



Ein Tischtennisball wird vom Schläger im Punkt $B = (0|0{,}9)$ getroffen. Seine Flugbahn kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

Der höchste Punkt H der Flugbahn wird nach einer horizontalen Weglänge von 1 m und in einer Höhe von 22 cm über der Tischplatte erreicht.

– Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, mit dem die Koeffizienten a, b und c ermittelt werden können. (A)

Eine Gleichung der Funktion f lautet:
$f(x) = -0{,}08 \cdot x^2 + 0{,}16 \cdot x + 0{,}9$

– Berechnen Sie, wie weit der Punkt L, in dem der Ball auftrifft, vom rechten Ende der Tischplatte entfernt ist. (B)

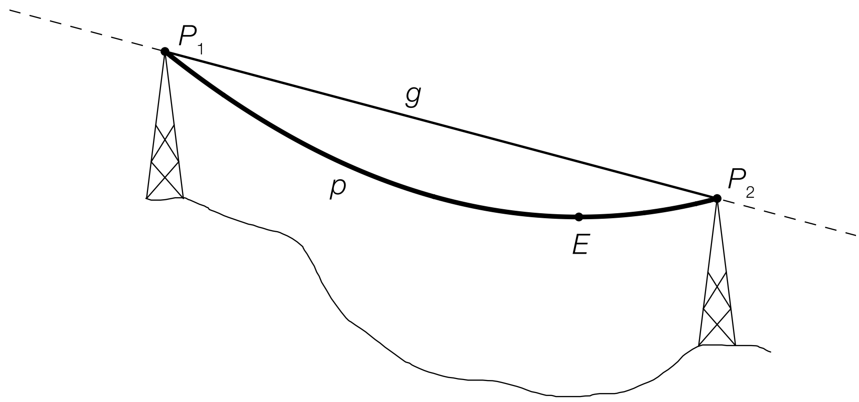
Ein Tischtennisball legt eine Wegstrecke von 270 cm in $76{,}6 \cdot 10^{-3}$ s zurück.

– Ermitteln Sie die mittlere Geschwindigkeit des Balles in Kilometern pro Stunde. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Markieren Sie in der gegebenen Abbildung denjenigen Punkt, in dem sich der Koordinatenursprung befinden müsste, wenn die Funktion f die folgende Gleichung hätte:
$f(x) = a \cdot x^2 + 0{,}22$ (R)

3) Die nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung zeigt eine Stromleitung zwischen zwei Strommasten. Die Leitung verläuft zwischen den Punkten P_1 und P_2 im Winter nahezu geradlinig, während sie im Sommer durchhängt.



Der Verlauf der Stromleitung zwischen P_1 und P_2 im Sommer lässt sich näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion p mit dem Scheitelpunkt E beschreiben (siehe obige Abbildung).

– Ordnen Sie den jeweiligen Aussagen über den Ursprung des Koordinatensystems die passende Form der Funktionsgleichung von p aus A bis D zu. Dabei gilt: a, b, $c \neq 0$.
[2 zu 4] (R)

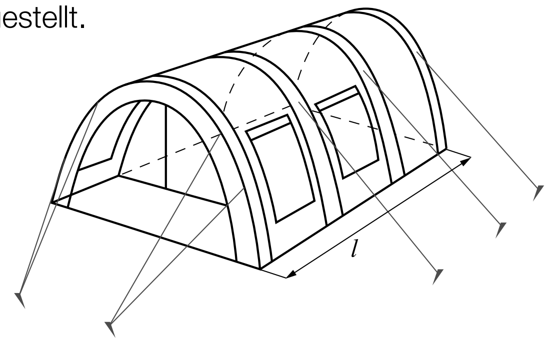
Der Ursprung des Koordinatensystems liegt im Punkt P_1.	
Der Ursprung des Koordinatensystems liegt im Punkt E.	

A	$p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
B	$p(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$
C	$p(x) = a \cdot x^2 + c$
D	$p(x) = a \cdot x^2$

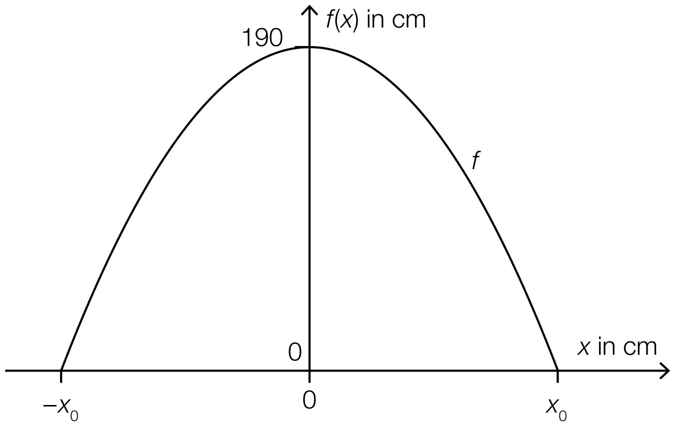
In einem bestimmten Koordinatensystem gilt: $P_1 = (0|8)$, $P_2 = (30|0)$ (Koordinaten in Metern).

– Erstellen Sie eine Gleichung derjenigen linearen Funktion g, deren Graph durch die Punkte P_1 und P_2 verläuft. (A)
– Berechnen Sie die Streckenlänge $\overline{P_1P_2}$. (B)

1) In der nebenstehenden Skizze ist ein Tunnelzelt dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie der Frontseite eines solchen Tunnelzelts kann näherungsweise durch den Graphen einer quadratischen Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Kreuzen Sie die zutreffende Funktionsgleichung für f an. *[1 aus 5]* (R)

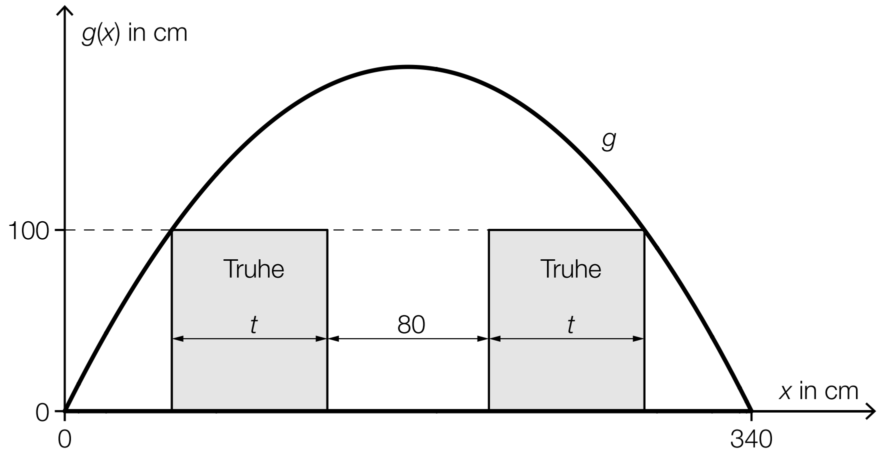
$f(x) = a \cdot x^2 - 190$ mit $a < 0$	☐
$f(x) = a \cdot x^2 - 190 \cdot x$ mit $a > 0$	☐
$f(x) = a \cdot x^2 + 190$ mit $a < 0$	☐
$f(x) = a \cdot x^2 + 190$ mit $a > 0$	☐
$f(x) = a \cdot x^2 - 190 \cdot x$ mit $a < 0$	☐

Das Tunnelzelt hat eine Länge von l cm (siehe obige Abbildung).

– Erstellen Sie mithilfe von f, l und x_0 eine Formel zur Berechnung des Volumens V des Tunnelzelts.

$V =$ ______________________________ (A)

Liegt der Ursprung des Koordinatensystems wie in der nachstehenden Abbildung, so kann die obere Begrenzungslinie der Frontseite eines anderen Tunnelzelts näherungsweise durch den Graphen der Funktion g beschrieben werden.



$$g(x) = -\frac{19}{2890} \cdot x^2 + \frac{38}{17} \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 340$$

Im Eingangsbereich wird, wie in der obigen Abbildung dargestellt, links und rechts jeweils eine 1 m hohe Truhe zur Aufbewahrung von Campingmöbeln aufgestellt. In der Zeltmitte verbleibt ein 80 cm breiter Gang.

– Berechnen Sie die Breite t einer Truhe. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Eine Familie hat für ihren Campingurlaub keinen Stellplatz reserviert. Aus Erfahrung weiß man, dass beim Campingplatz A die Wahrscheinlichkeit für einen freien Stellplatz 75 % beträgt. Beim Campingplatz B beträgt sie 63 % und beim Campingplatz C beträgt sie 81 %.

Die Familie plant, in der Reihenfolge A, B, C nach einem freien Stellplatz zu suchen und auf dem ersten Campingplatz, auf dem sie einen freien Stellplatz erhält, zu bleiben.

– Beschreiben Sie das Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit folgendem Ausdruck berechnet wird:
  $P(E) = 0{,}25 \cdot 0{,}37 \cdot 0{,}81$ (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Der Graph der Funktion k mit $k(x) = a \cdot x^2$ (mit $a \neq 0$) wird an der x-Achse gespiegelt und anschließend um 3 Einheiten nach oben verschoben. Dadurch entsteht eine neue Funktion h.

Geben Sie mithilfe von a eine Gleichung dieser Funktion h an.

$h(x) =$ ____________________ (R)