c) Ein Händler bietet Saatmais in Packungen mit einer bestimmten Anzahl von Körnern an. Der Inhalt der Packungen ist annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert $\mu = 50\,250$ Körner und einer Standardabweichung $\sigma = 500$ Körner.

In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.

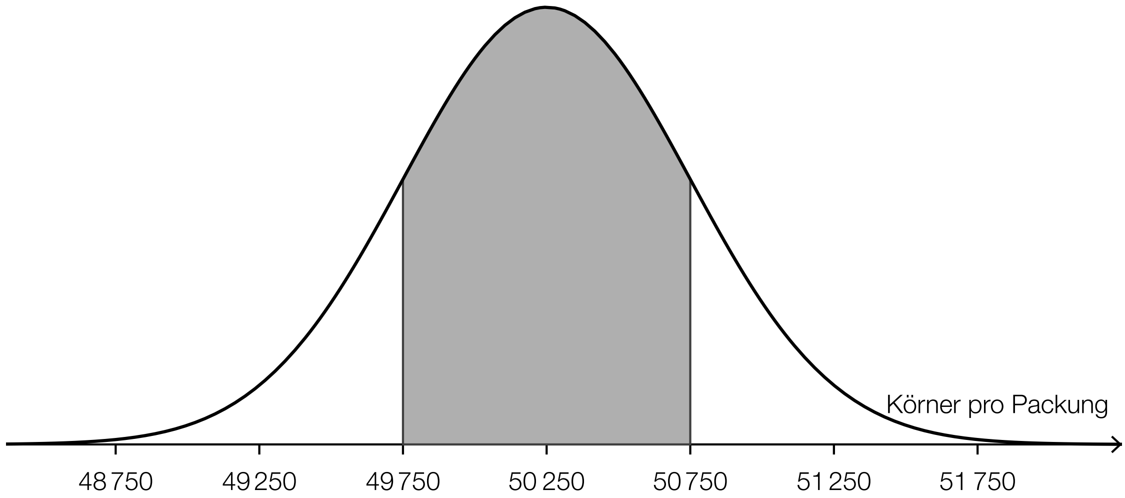


Abbildung 1

– Beschreiben Sie die Bedeutung des Inhalts der markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. (R)
– Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung 2 den Graphen der zugehörigen Verteilungsfunktion. (A)

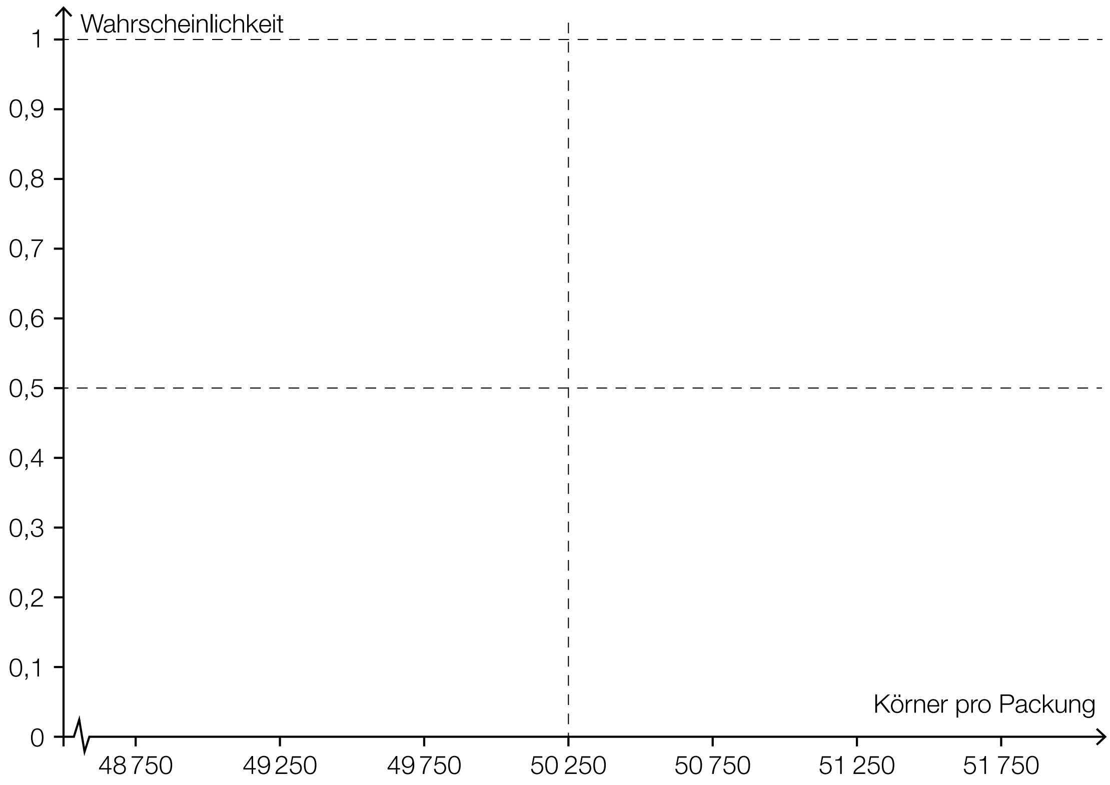


Abbildung 2

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer zufällig ausgewählten Packung der angegebene Inhalt von 50 000 Körnern nicht unterschritten wird. (B)

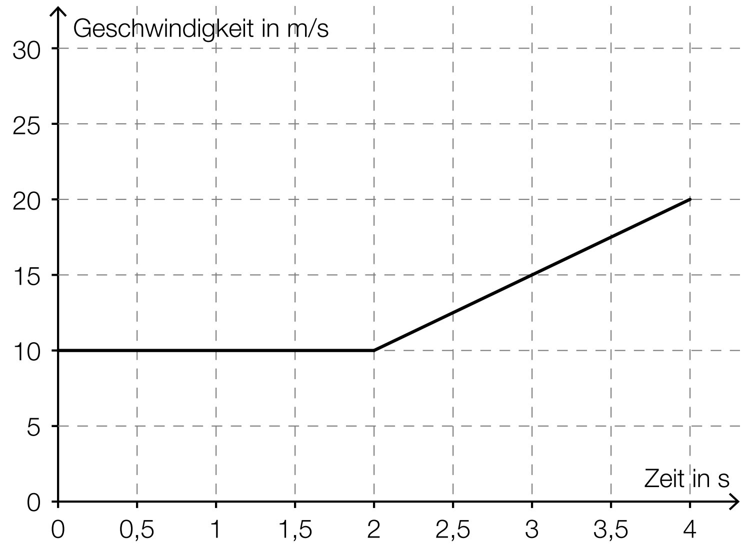
Verpflichtende verbale Fragestellung:

– Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Dichtefunktion aus Abbildung 1 verändert, wenn der Erwartungswert um 250 Körner verringert und die Standardabweichung verdoppelt wird. (R)

b) Die Lebensdauer von Lampen in Verkehrsampeln ist annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 95 000 Betriebsstunden und einer Standardabweichung von 3 000 Betriebsstunden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer einer zufällig ausgewählten Lampe höchstens 100 000 Betriebsstunden beträgt. (B)

Ein Einsatzfahrzeug fährt auf eine Verkehrsampel zu, die grün zu blinken beginnt. Nachstehend ist näherungsweise das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm des Einsatzfahrzeugs während der Blinkphase (Beginn der Blinkphase zur Zeit $t = 0$) dargestellt.



– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion v auf, die die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit im Zeitintervall [2; 4] beschreibt. (A)
– Ermitteln Sie, welche Strecke das Einsatzfahrzeug im Zeitintervall [0; 4] zurücklegt. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

– **Erklären Sie mithilfe des obigen Diagramms die Bedeutung des Ergebnisses der folgenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang:**

$$\frac{20 - 10}{4 - 0} = 2{,}5$$ (R)

a) Die Masse von Getreidesäcken ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 40,0 kg und der Standardabweichung σ = 0,2 kg. Getreidesäcke, die eine geringere Masse als 39,5 kg aufweisen, werden ausgesondert.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p, dass ein zufällig ausgewählter Getreidesack ausgesondert wird. (B)

Pro Tag werden m Säcke befüllt.

– Erstellen Sie eine Formel, mit der die erwartete Anzahl A der Getreidesäcke, die in einem Monat mit 20 Arbeitstagen ausgesondert werden, berechnet werden kann, wenn p und m bekannt sind.

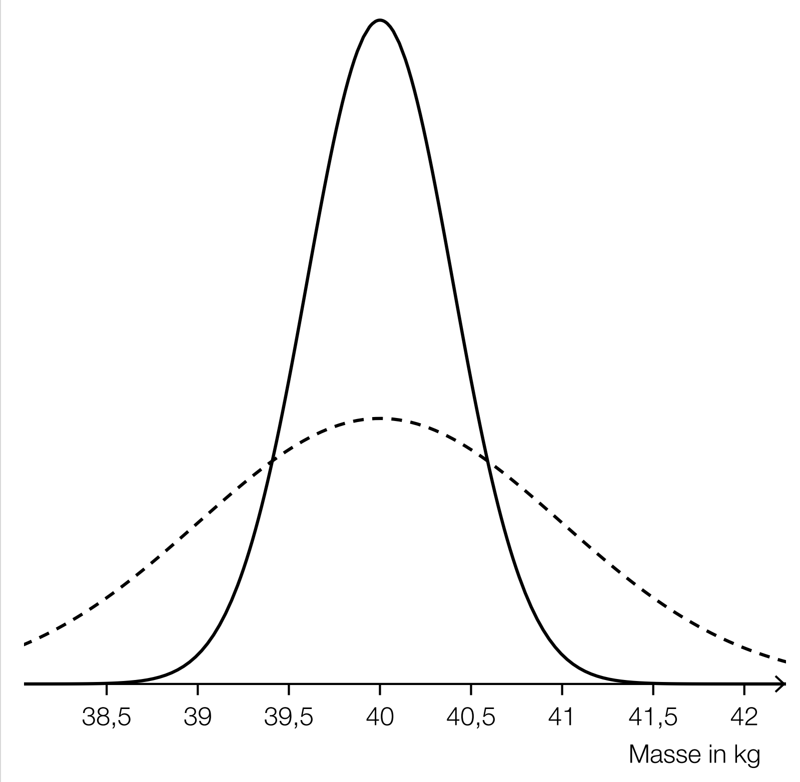
A = ____ (A)

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Verpackung eines zufällig ausgewählten Getreidesacks fehlerhaft ist, beträgt 0,62 %.

– Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang ein Ereignis E, dessen Wahrscheinlichkeit mit folgendem Ausdruck berechnet werden kann:
$P(E) = 1 - 0{,}9938^{10}$ (R)

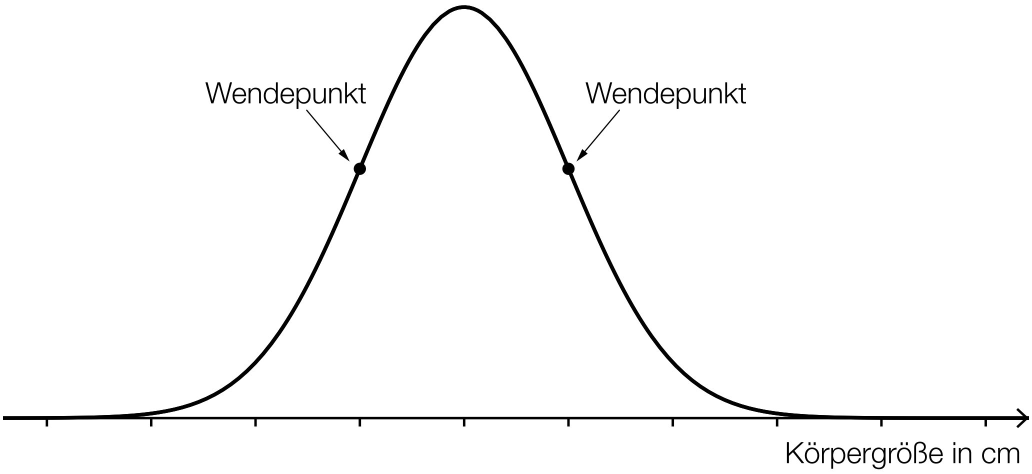
Verpflichtende verbale Fragestellung:

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Dichtefunktionen zweier normalverteilter Zufallsvariablen dargestellt.



– Vergleichen Sie diese beiden Normalverteilungen in Bezug auf den Erwartungswert und die Standardabweichung. (R)

c) Entsprechend einer Studie ist die Körpergröße 9-jähriger Mädchen annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 135 cm und einer Standardabweichung von 5 cm. Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Erwartungswert und die Standardabweichung. (R)

Die 9-jährigen Mädchen sollen auf Basis ihrer Körpergröße in 3 Gruppen eingeteilt werden:

Alle, die größer als 140 cm sind, gehören zu einer Gruppe. Die Übrigen sollen so auf 2 Gruppen aufgeteilt werden, dass gleich viele Mädchen in diesen beiden Gruppen sind. (Das bedeutet: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes 9-jähriges Mädchen zu einer dieser beiden Gruppen gehört, soll für beide Gruppen gleich groß sein.)

– Berechnen Sie, bei welcher Körpergröße die Grenze zwischen den beiden Gruppen, die gleich viele 9-jährige Mädchen beinhalten, zu ziehen ist. (B)
– Veranschaulichen Sie die Gruppeneinteilung in der obigen Abbildung. (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Entsprechend einer Studie ist die Körpergröße 14-jähriger Mädchen annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 160 cm und einer Standardabweichung von 7 cm.

– Beschreiben Sie, wie sich der Graph der Dichtefunktion der 14-jährigen Mädchen vom Graphen der Dichtefunktion der 9-jährigen Mädchen unterscheidet. (R)

c) Die Schärfe von Chilischoten gibt man entweder in Scoville-Graden oder in Schärfegraden an. Die Umrechnungsformel lautet:

$S = 10^{\frac{G+5}{3}}$

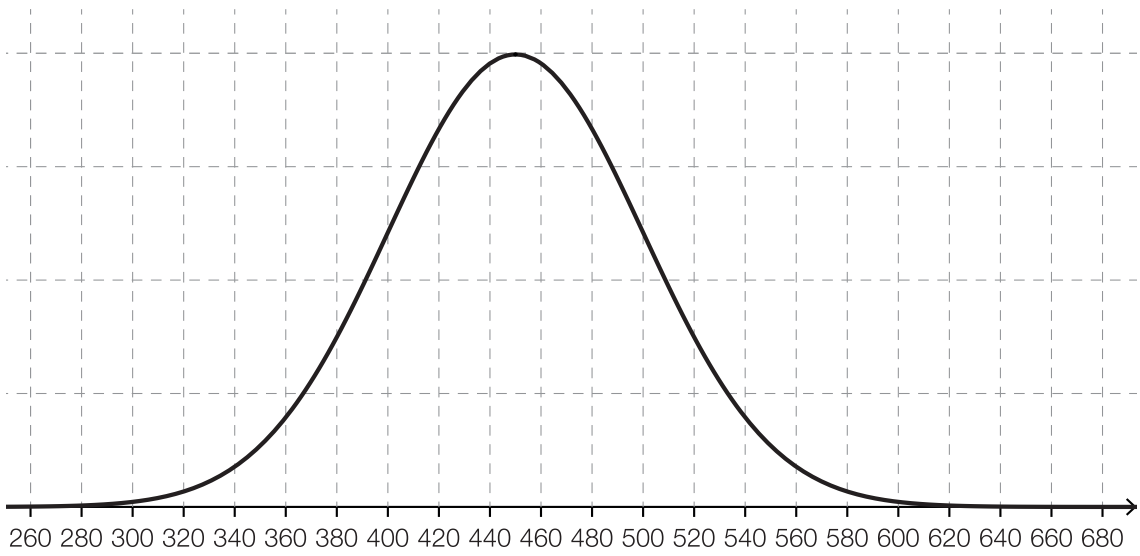
G ... Schärfe in Schärfegraden
S ... Schärfe in Scoville-Graden

– Berechnen Sie diejenige Schärfe in Schärfegraden, die einem Wert von 10^5 Scoville-Graden entspricht. (B)

Für die Schärfe von Chilischoten ist der Wirkstoff Capsaicin verantwortlich. Der Capsaicingehalt einer bestimmten Sorte ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 450$ mg/kg und der Standardabweichung $\sigma = 50$ mg/kg.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine zufällig ausgewählte Chilischote dieser Sorte einen Capsaicingehalt von mindestens 400 mg/kg aufweist. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



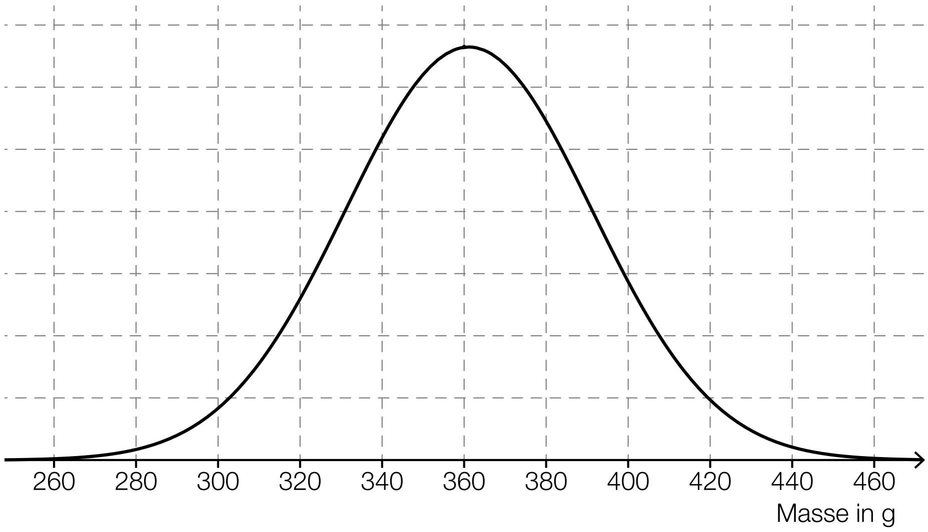
– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Chilischote einen Capsaicingehalt von höchstens 520 mg/kg aufweist. (A)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

– Begründen Sie, warum eine Schärfe von 0 Scoville-Graden nicht mithilfe der obigen Formel in Schärfegrade umgerechnet werden kann. (R)

c) Die Masse von neugeborenen Welpen einer bestimmten Hunderasse ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 360$ g und der Standardabweichung $\sigma = 30$ g.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter neugeborener Welpe dieser Hunderasse eine Masse von weniger als 320 g oder mehr als 400 g hat. (A)
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter neugeborener Welpe dieser Hunderasse eine Masse von mindestens 380 g hat. (B)

Ein spezieller Gen-Defekt tritt bei Hunden mit der Wahrscheinlichkeit p auf. Im Zuge einer Studie werden pro Tag a zufällig ausgewählte Hunde auf diesen Gen-Defekt hin getestet. Die Tests werden an 25 Tagen durchgeführt.

– Stellen Sie eine Formel auf, mit der die zu erwartende Anzahl A der getesteten Hunde mit diesem Gen-Defekt berechnet werden kann, wenn p und a bekannt sind.

$A =$ ____ (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

E bezeichnet das Ereignis, dass von 20 zufällig ausgewählten Hunden mindestens 3 den oben beschriebenen Gen-Defekt haben.

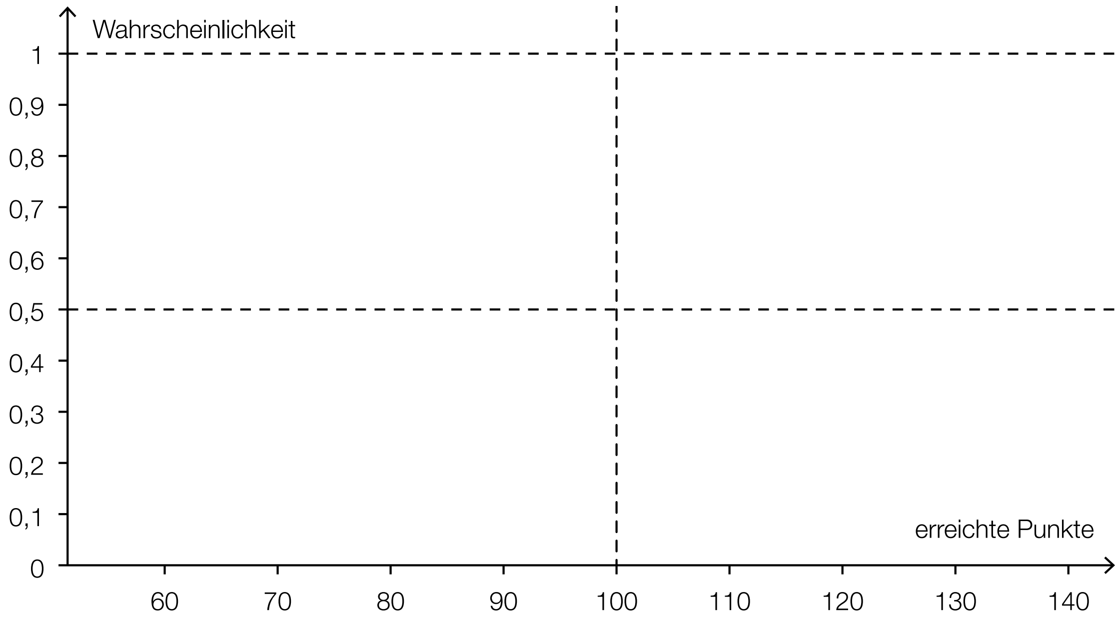
– Beschreiben Sie das Ereignis E_1 im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit $P(E_1) = 1 - P(E)$ berechnet wird. (R)

c) Im Unterrichtsgegenstand Mathematik wurde österreichweit ein standardisierter Test durchgeführt.

Die Punkte, die die einzelnen Schüler/innen bei dem Test erreicht haben, sind annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 100$ und der Standardabweichung $\sigma = 10$.

– Ermitteln Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem 95 % der Punkte, die die einzelnen Schüler/innen bei dem Test erreicht haben, liegen. (B)

– Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Verteilungsfunktion dieser Normalverteilung. (A)



– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Schülerin bzw. ein zufällig ausgewählter Schüler bei diesem Test mehr als 120 Punkte erreicht hat. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Begründen Sie anhand des Graphen der zugehörigen Dichtefunktion, warum gilt:

X ... erreichte Punkte

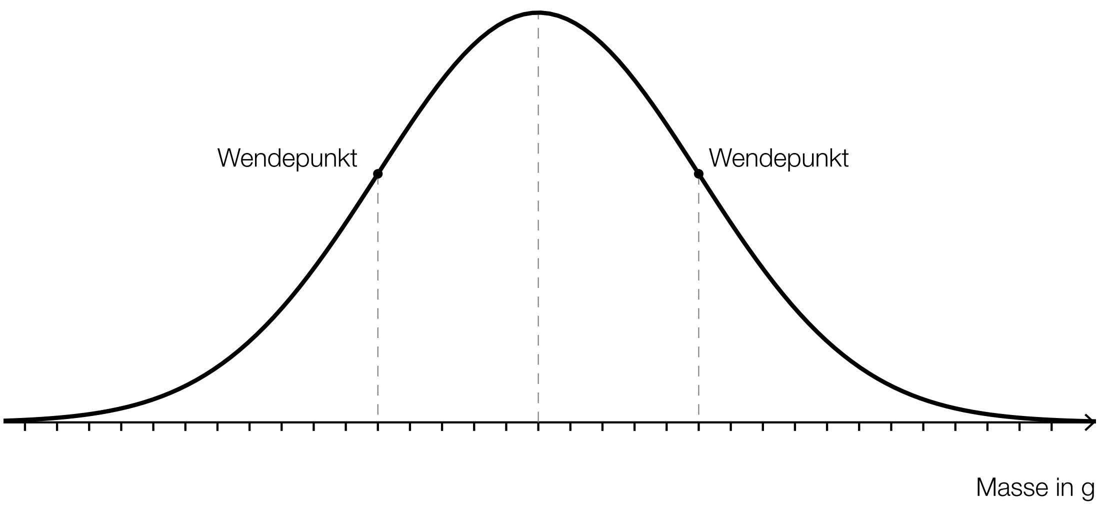
$P(X < 90) = P(X > 110)$ (R)

2) Die Masse von Butterpäckchen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 251$ g und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}5$ g.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Butterpäckchens mindestens 250 g beträgt. (B)

In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dieser Normalverteilung dargestellt.

– Veranschaulichen Sie in der nachstehenden Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse eines zufällig ausgewählten Butterpäckchens zwischen 251,2 g und 251,6 g liegt. (A)



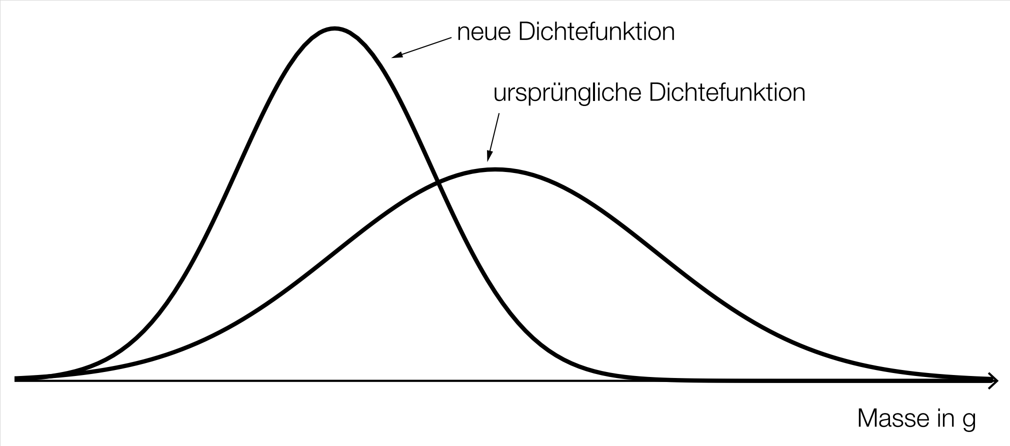
F ist die zugehörige Verteilungsfunktion dieser Normalverteilung.

– Beschreiben Sie ein Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem folgenden Ausdruck berechnet wird:

$1 - F(252)$ (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Die Paketiermaschine zum Abpacken der Butterpäckchen wurde neu eingestellt. Dies führt zu einer anderen Normalverteilung der Masse der Butterpäckchen. Der Graph der neuen und jener der ursprünglichen Dichtefunktion sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



– Erläutern Sie, wie sich der Erwartungswert und die Standardabweichung durch die Neueinstellung verändert haben. (R)

2) Die Histamin-Intoleranz ist eine Nahrungsmittelunverträglichkeit. 1,5 % der in Österreich lebenden Menschen sind davon betroffen. 80 % der betroffenen Personen sind weiblich. Im Jahr 2015 lebten in Österreich rund 8,63 Millionen Menschen.

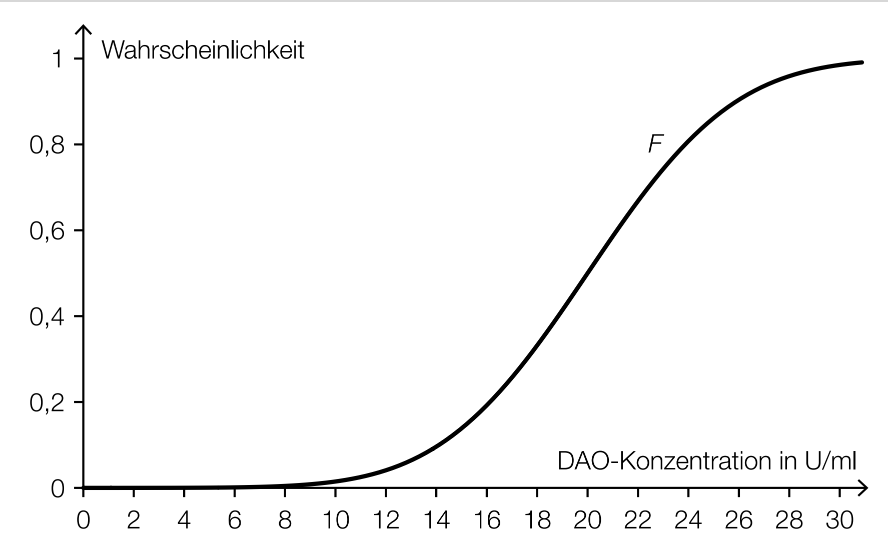
– Berechnen Sie, wie viele weibliche Personen in Österreich im Jahr 2015 von einer Histamin-Intoleranz betroffen waren. (B)

Das Enzym DAO ist verantwortlich für den Histaminabbau im Körper. Die DAO-Konzentration im Blut von Menschen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 20 Units pro Milliliter (U/ml) und der Standardabweichung σ = 4,6 U/ml. Bei einer Konzentration unter 10 U/ml im Blut ist eine Histamin-Intoleranz zu vermuten.

– Veranschaulichen Sie mithilfe des Graphen der zugehörigen Dichtefunktion die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem zufällig ausgewählten Menschen eine Histamin-Intoleranz zu vermuten ist. (A)
– Berechnen Sie diejenige DAO-Konzentration im Blut, die mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % bei einem zufällig ausgewählten Menschen überschritten wird. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Verteilungsfunktion F für die DAO-Konzentration im Blut von Menschen dargestellt.



– Beschreiben Sie die Bedeutung der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang:
$F(22) - F(14) \approx 0{,}572$ (R)

2) Eine 250-g-Packung Knabbermischung beinhaltet 150 g Erdnüsse und 100 g Cashew-Nüsse. Erdnüsse bestehen zu 48,1 % aus Fett und Cashew-Nüsse zu 42,2 % aus Fett.

– Berechnen Sie, wie viel Gramm Fett diese Packung enthält. (B)

In einer Großpackung Schokohaselnüsse sind 40 % der enthaltenen Haselnüsse mit dunkler Schokolade überzogen, der Rest mit heller Schokolade.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 zufällig ausgewählten Haselnüssen dieser Großpackung mindestens 4 Stück mit dunkler Schokolade überzogen sind. (B)

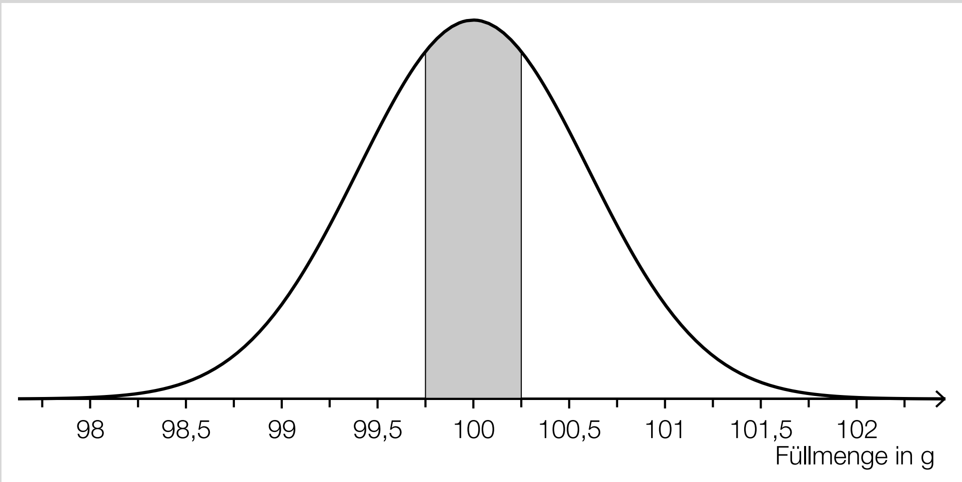
Ein Betrieb produziert Packungen mit gemischten, qualitativ hochwertigen Nüssen. Werden 18 kg Haselnüsse mit 6 kg Walnüssen vermischt, so betragen die durchschnittlichen Kosten für diese Mischung 67,5 Cent pro 100 g.
Werden 9 kg Haselnüsse und 15 kg Walnüsse vermischt, so betragen die durchschnittlichen Kosten für diese Mischung 78,75 Cent pro 100 g.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Kosten für 1 kg Haselnüsse und der Kosten für 1 kg Walnüsse. (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Die Füllmenge der Nusspackungen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 100 g.

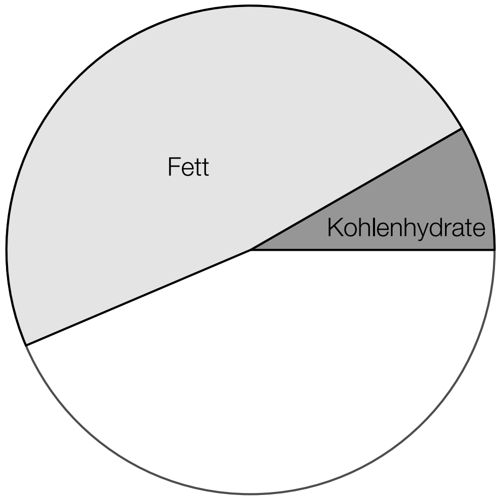
– Interpretieren Sie den Inhalt der in der nachstehenden Abbildung des Graphen der zugehörigen Dichtefunktion gekennzeichneten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang. (R)



2) 100 g Erdnüsse enthalten:

Kohlenhydrate	Fett	Eiweiß	Sonstiges
8,3 g	48,1 g	25,3 g	18,3 g

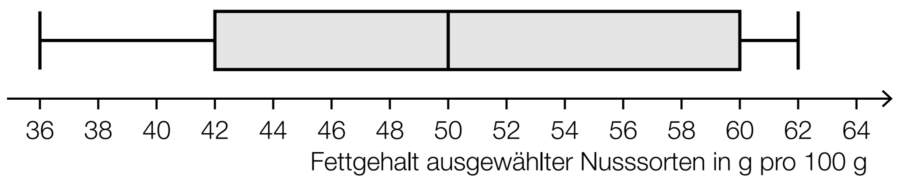
– Vervollständigen Sie das nachstehende Kreisdiagramm unter Verwendung der obigen Tabelle. (A)



Die Füllmenge von Erdnuss-Packungen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 300$ g und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}974$ g.

– Ermitteln Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem die Füllmenge einer zufällig ausgewählten Packung mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % liegt. (B)

Im nachstehenden Boxplot ist der Fettgehalt ausgewählter Nusssorten dargestellt.



Jemand behauptet, dass für den obigen Boxplot folgende Aussage gilt: „Die Spannweite ist genau 1,5-mal so groß wie der Interquartilsabstand."

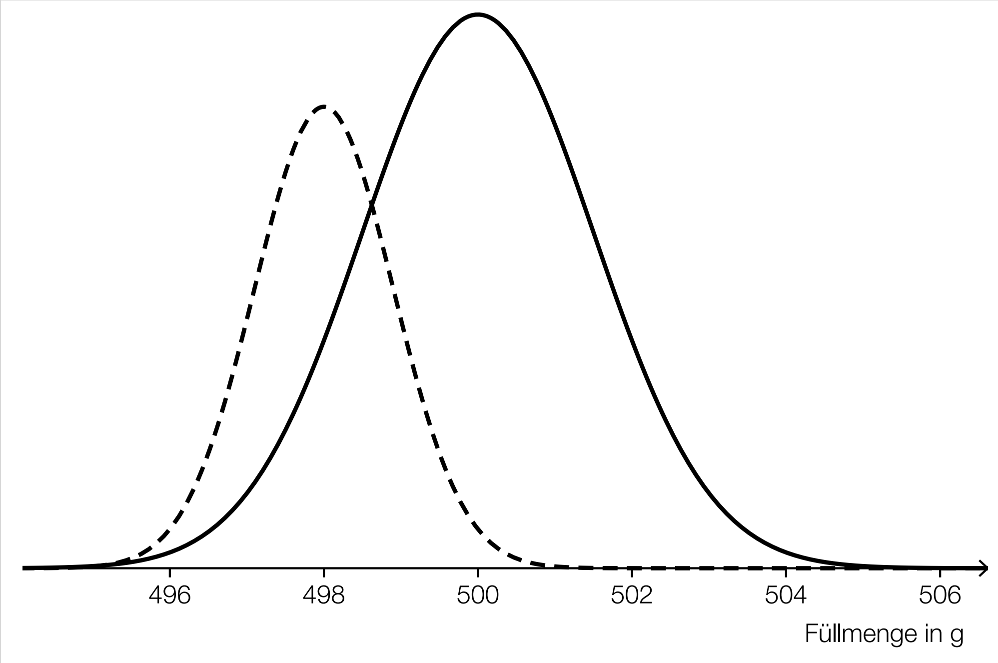
– Überprüfen Sie nachweislich, ob diese Behauptung richtig ist. (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Die Füllmenge von Walnuss-Packungen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 500$ g. Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist in der unten stehenden Abbildung dargestellt (durchgezogener Graph).

Nach einer Wartung der Abfüllanlage sind sowohl der Erwartungswert als auch die Standardabweichung kleiner als zuvor.

– Begründen Sie, woran man erkennen kann, dass in der nachstehenden Abbildung der Graph der Dichtefunktion nach der Wartung (strichlierter Graph) falsch dargestellt ist. (R)

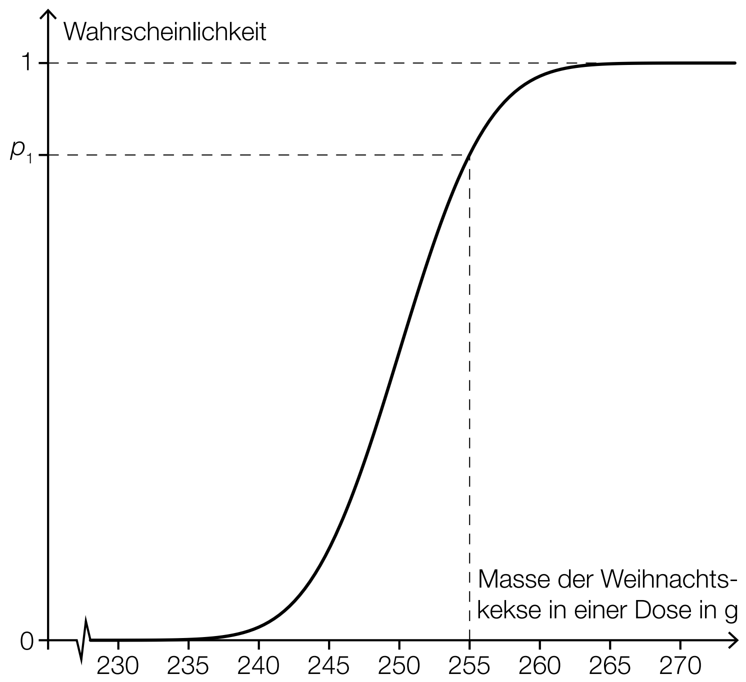


1) In einer Bäckerei werden Weihnachtskekse in Dosen verpackt. Die Masse der Weihnachtskekse in einer Dose ist annähernd normalverteilt. Der Erwartungswert beträgt $\mu = 250$ g, die Standardabweichung beträgt $\sigma = 5$ g.

Die Masse der Weihnachtskekse in einer zufällig ausgewählten Dose wird überprüft.

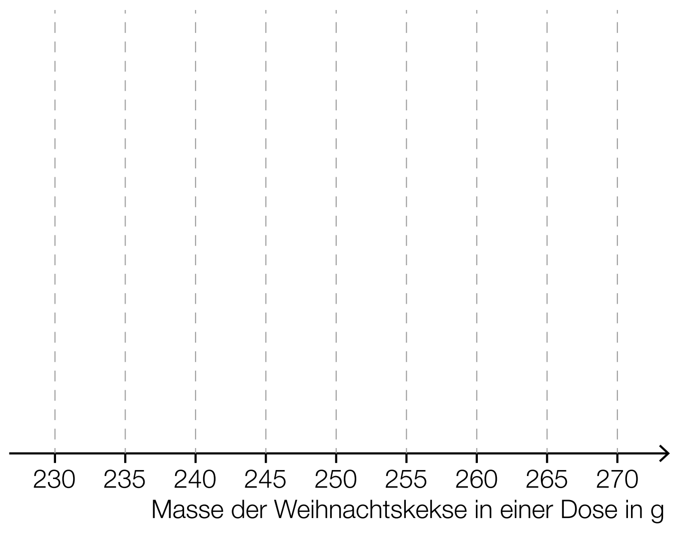
– Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Masse der Weihnachtskekse in der Dose höchstens 260 g beträgt. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit $P(E) = 1 - p_1$ berechnet wird. (R)

– Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion. (A)



1) Speisetopfen wird in Kunststoffbecher abgefüllt. Die Füllmenge der Kunststoffbecher ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 255$ g. In der nachstehenden Abbildung 1 ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion für diese Zufallsvariable X dargestellt.

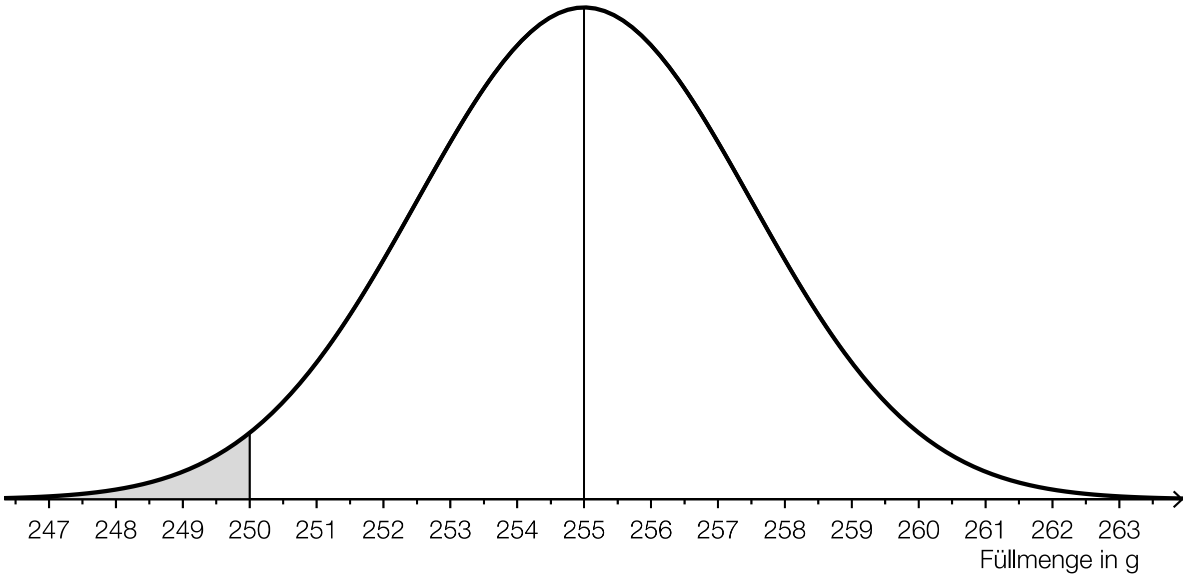


Abbildung 1

Der Inhalt der in Abbildung 1 markierten Fläche entspricht einer Wahrscheinlichkeit p.

– Erstellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeit:

$P(255 \leq X \leq 260) =$ ______________________________ (A)

– Kreuzen Sie die zutreffende Standardabweichung an. *[1 aus 5]* (R)

$\sigma = 0{,}5$ g	☐
$\sigma = 252{,}5$ g	☐
$\sigma = 257{,}5$ g	☐
$\sigma = 2{,}5$ g	☐
$\sigma = 5$ g	☐

In der nachstehenden Abbildung 2 ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.

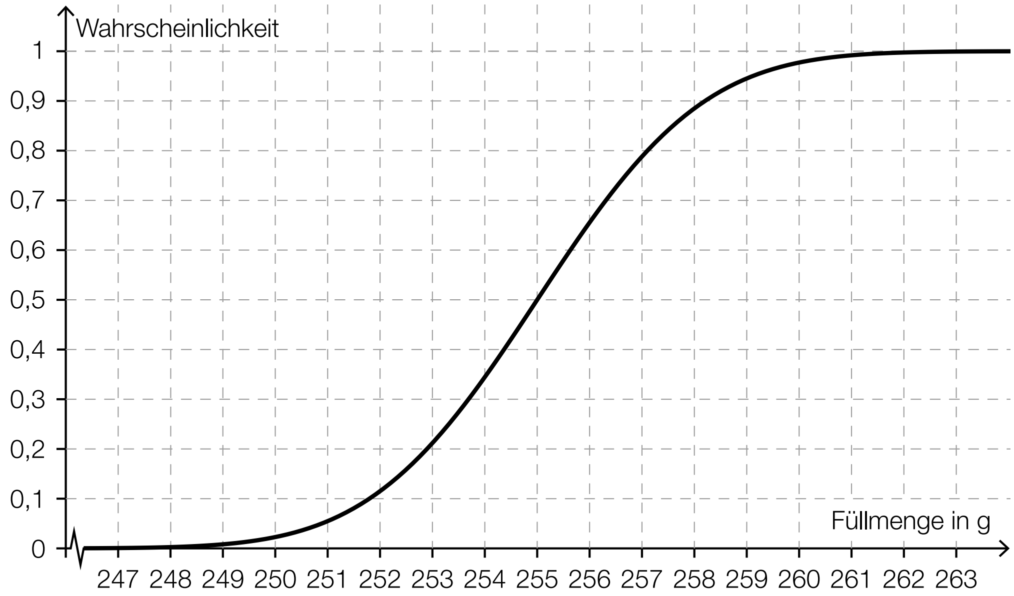


Abbildung 2

– Veranschaulichen Sie in Abbildung 2 die Wahrscheinlichkeit $P(255 \leq X \leq 260)$. (A)

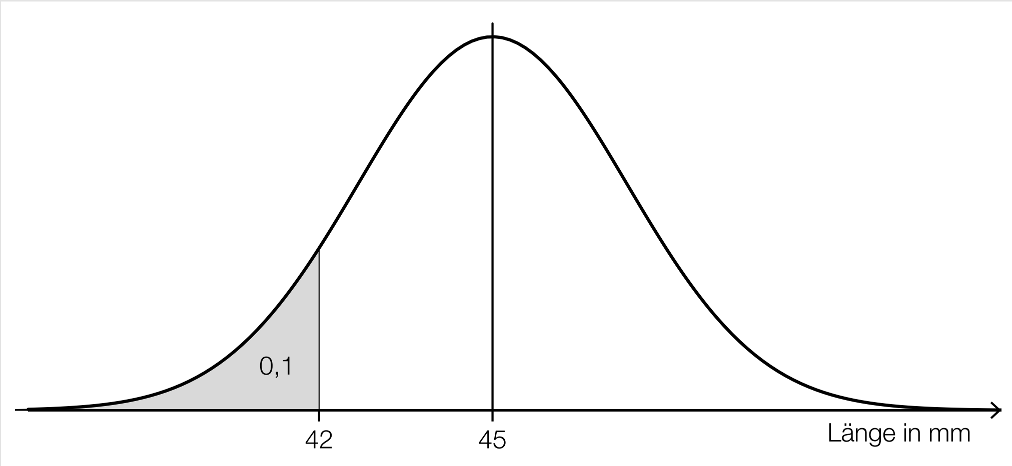
Verpflichtende verbale Fragestellung:

Der Inhalt der in Abbildung 1 markierten Fläche entspricht der Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E.

– Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Die Länge der Oberschenkelknochen von Embryos in einer bestimmten Schwangerschaftswoche ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 45 mm. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.

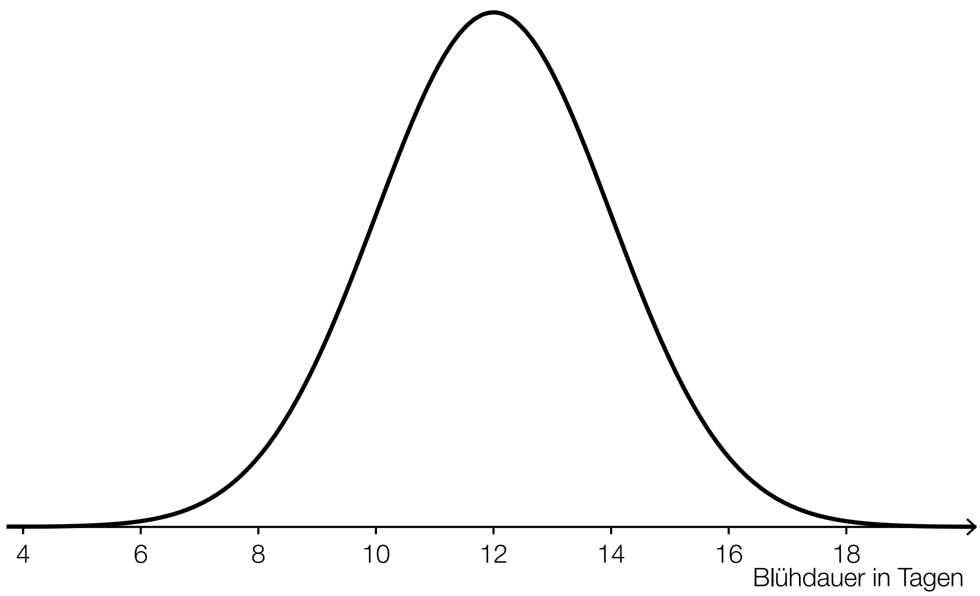


– Begründen Sie, warum man aus der obigen Abbildung schließen kann, dass die Länge der Oberschenkelknochen bei 80 % der Embryos im Intervall [42 mm; 48 mm] liegt. (R)

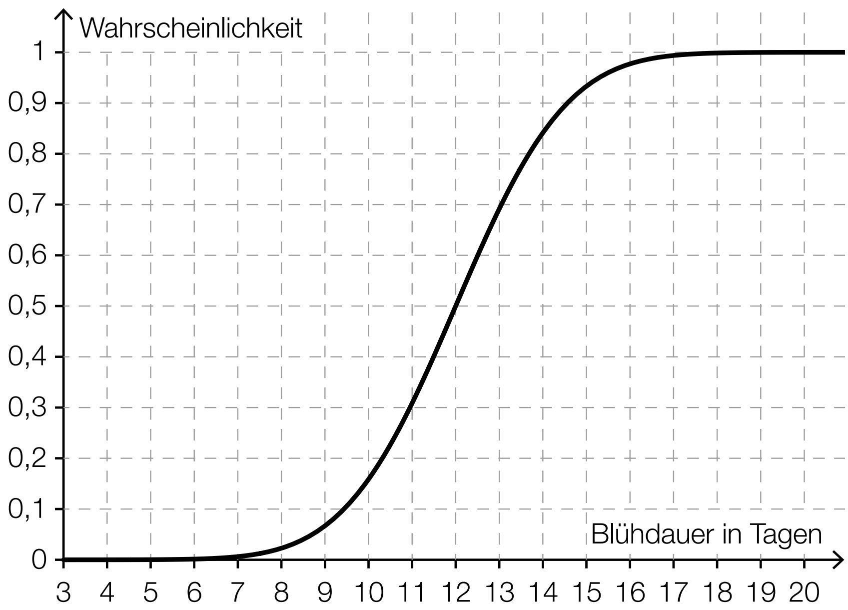
1) Die Blühdauer einer Nelkenart A ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 12$ Tage und der Standardabweichung $\sigma = 2$ Tage.

– Ermitteln Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem die Blühdauer einer zufällig ausgewählten Nelke mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % liegt. (B)

– Veranschaulichen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \geq 14)$ in der nachstehenden Abbildung des Graphen der zugehörigen Dichtefunktion. (A)



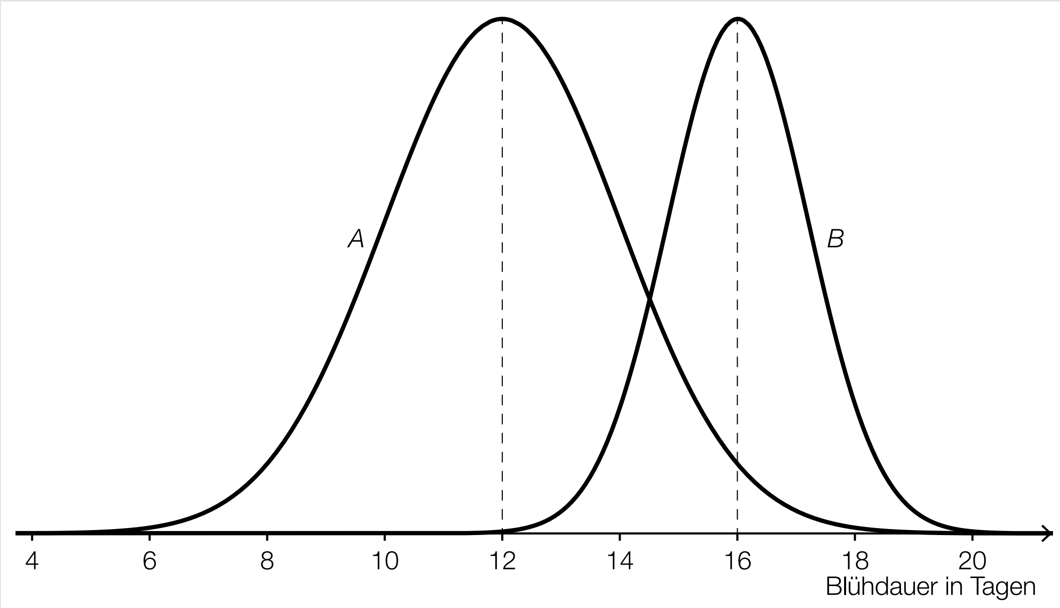
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Nelke mindestens 11 Tage lang blüht. (A)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Die Blühdauer einer Nelkenart *B* ist ebenfalls annähernd normalverteilt mit einem größeren Erwartungswert und einer kleineren Standardabweichung als bei der Nelkenart *A*.
Der Graph der Dichtefunktion für die Blühdauer der Nelkenart *B* ist in der nachstehenden Abbildung falsch eingezeichnet.



– Erklären Sie, woran man erkennen kann, dass zumindest einer der beiden Graphen falsch eingezeichnet wurde. (R)

1) Für eine bestimmte Sorte Feuerwerksraketen ist bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit einer Fehlfunktion 2 ‰ beträgt.

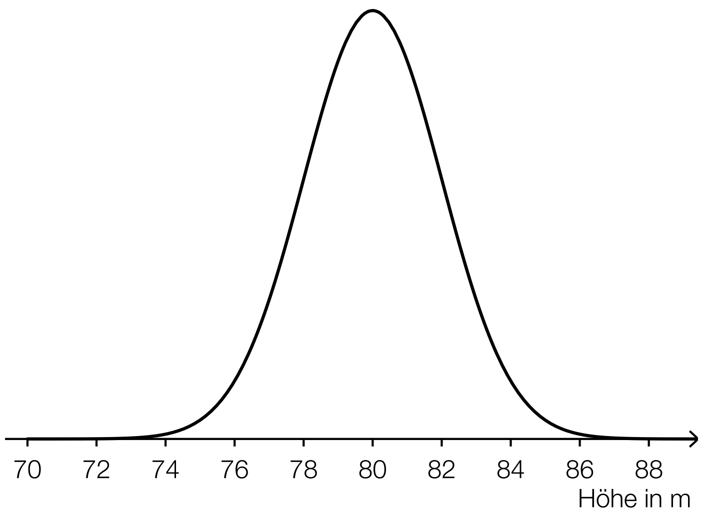
Es werden 2 zufällig ausgewählte Feuerwerksraketen dieser Sorte hintereinander gezündet.

– Übertragen Sie diesen Sachverhalt in ein mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriftetes Baumdiagramm. (A)

Es werden 50 zufällig ausgewählte Feuerwerksraketen dieser Sorte hintereinander gezündet.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei höchstens einer Feuerwerksrakete eine Fehlfunktion auftritt. (B)

Die von den Feuerwerksraketen erreichte maximale Höhe kann als annähernd normalverteilt angenommen werden. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der zugehörigen Dichtefunktion dieser Normalverteilung.



– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Feuerwerksrakete eine Höhe von mindestens 84 m erreicht. (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Beschreiben Sie, wie man aus der obigen Abbildung des Graphen der Dichtefunktion den Erwartungswert und die Standardabweichung der Normalverteilung ablesen kann. (R)