b) Ein Auto macht eine Vollbremsung, bis es zum Stillstand kommt.
Der Weg, den es dabei bis zum Stillstand zurücklegt, lässt sich in Abhängigkeit von der vergangenen Zeit t durch die Funktion s beschreiben:

$s(t) = -3{,}25 \cdot t^2 + 26 \cdot t$ mit $0 \leq t \leq 4$

t … ab Beginn der Vollbremsung vergangene Zeit in Sekunden
$s(t)$ … zurückgelegter Weg zur Zeit t in Metern

– Zeigen Sie, dass das Auto zur Zeit $t = 4$ zum Stillstand kommt. (R)
– Stellen Sie eine Formel auf, mit der man die mittlere Geschwindigkeit $\overline{v}$ im Intervall $[t_0; t_1]$ bestimmen kann.

$\overline{v}$ = ____ (A)

Jemand berechnet: $s''(t) = -6{,}5$

– Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl –6,5 im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

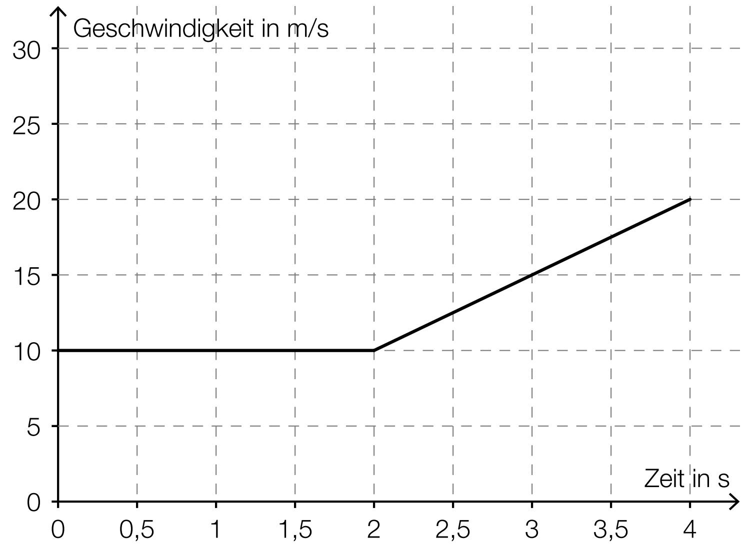
<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Begründen Sie, warum der Graph der angegebenen Funktion s keinen Wendepunkt hat. (R)

b) Die Lebensdauer von Lampen in Verkehrsampeln ist annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 95 000 Betriebsstunden und einer Standardabweichung von 3 000 Betriebsstunden.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer einer zufällig ausgewählten Lampe höchstens 100 000 Betriebsstunden beträgt. (B)

Ein Einsatzfahrzeug fährt auf eine Verkehrsampel zu, die grün zu blinken beginnt. Nachstehend ist näherungsweise das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm des Einsatzfahrzeugs während der Blinkphase (Beginn der Blinkphase zur Zeit $t = 0$) dargestellt.



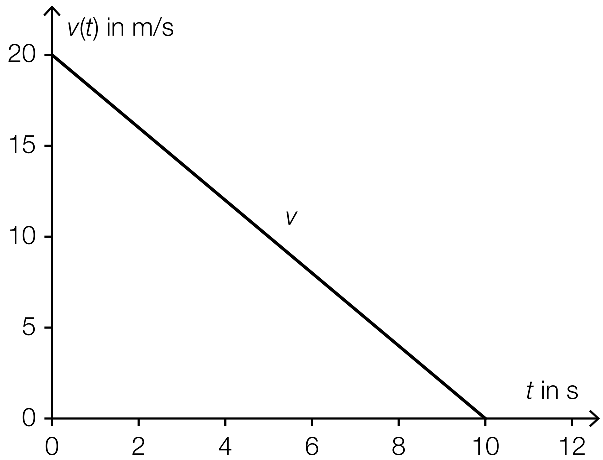
– Stellen Sie eine Gleichung der Funktion v auf, die die Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit im Zeitintervall [2; 4] beschreibt. (A)
– Ermitteln Sie, welche Strecke das Einsatzfahrzeug im Zeitintervall [0; 4] zurücklegt. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

– **Erklären Sie mithilfe des obigen Diagramms die Bedeutung des Ergebnisses der folgenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang:**

$$\frac{20-10}{4-0} = 2{,}5$$ (R)

b) In der nachstehenden Abbildung ist ein vereinfachtes Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für einen Bremsvorgang dargestellt.



– Erstellen Sie eine Gleichung der in der obigen Abbildung dargestellten linearen Geschwindigkeitsfunktion v. (A)
– Erklären Sie die Bedeutung der Steigung von v im gegebenen Sachzusammenhang. (R)
– Berechnen Sie den während des Bremsvorgangs zurückgelegten Weg. (B)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Die zur abgebildeten Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v zugehörige Weg-Zeit-Funktion s ist eine quadratische Funktion.

– Erklären Sie, warum die zugehörige Weg-Zeit-Funktion im Intervall [0; 10[streng monoton steigend ist. (R)

b) Die Fahrt eines Radfahrers kann für einen bestimmten Streckenabschnitt und einen begrenzten Zeitraum durch die Funktion s beschrieben werden.

$s(t) = 0{,}75 \cdot t^2 + 1{,}25 \cdot t$

t ... Fahrzeit in Sekunden (s)
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in Metern (m)

– Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit des Radfahrers im Zeitintervall [0; 5]. (B)
– Bestimmen Sie die Momentangeschwindigkeit des Radfahrers zur Zeit $t = 5$. (B)
– Veranschaulichen Sie mithilfe des zugehörigen Weg-Zeit-Diagramms, dass die Momentangeschwindigkeit zur Zeit $t = 5$ größer ist als die mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall [0; 5]. (R)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

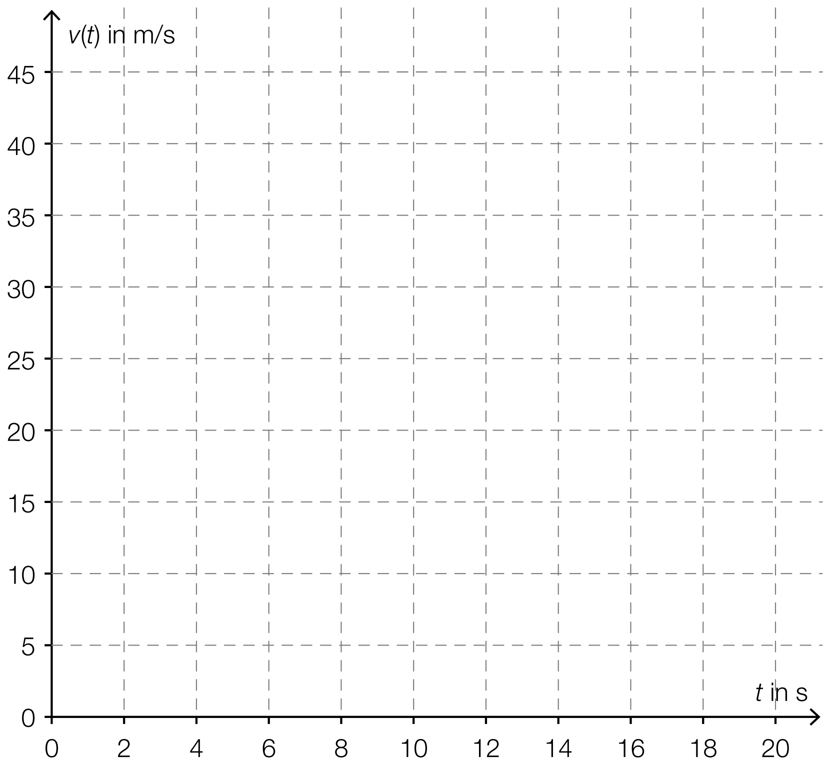
– Zeigen Sie, dass für diese Fahrt die Beschleunigung konstant ist. (R)

b) Ein Sportwagen beschleunigt aus dem Stand und bremst anschließend wieder ab.
Die Funktion v beschreibt näherungsweise die Geschwindigkeit des Sportwagens:

$v(t) = 0{,}002 \cdot t^3 - 0{,}216 \cdot t^2 + 5{,}734 \cdot t$ mit $0 \leq t \leq 20$

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit des Sportwagens zur Zeit t in m/s

– Zeichnen Sie in das nachstehende Koordinatensystem den Graphen von v im gegebenen Intervall ein. (B)



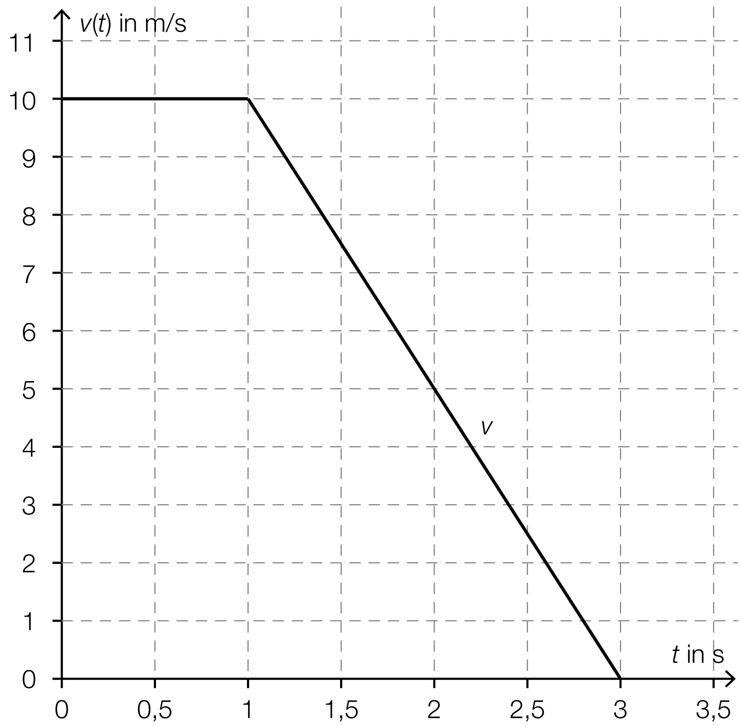
– Berechnen Sie, zu welcher Zeit nach dem Start der Sportwagen seine größte Geschwindigkeit erreicht. (B)
– Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion auf ($s(0) = 0$). (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Erklären Sie mithilfe der Differenzialrechnung, warum zu dem Zeitpunkt, an dem der Sportwagen seine größte Geschwindigkeit erreicht, seine Beschleunigung gleich null ist. (R)

a) Bei der Notbremsung eines Fahrzeugs benötigt der Fahrer eine gewisse Zeitspanne (Reaktionszeit), bis der Bremsvorgang beginnt.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion während dieses gesamten Anhaltevorgangs (Reaktionszeit und Bremsvorgang) vereinfacht dargestellt.



– Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung den während dieses Anhaltevorgangs zurückgelegten Weg. (B)
– Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Wert der Beschleunigung im Intervall [1; 3] ab. (R)
– Erstellen Sie eine Gleichung der Geschwindigkeit-Zeit-Funktion im Intervall [1; 3]. (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Es soll die Weg-Zeit-Funktion im Intervall [1; 3] ermittelt werden.

– Erklären Sie, um welchen Funktionstyp es sich dabei handeln muss. (R)

a) Die Orte A und B liegen an einer annähernd geradlinig verlaufenden Autobahn und sind 150 km voneinander entfernt.

Ein Motorrad fährt vom Ort A zum Ort B. Seine Entfernung vom Ort A in Abhängigkeit von der Zeit lässt sich durch folgende Funktion s_1 beschreiben:

$s_1(t) = 60 \cdot t$ mit $t \geq 0$

t ... Zeit in h
$s_1(t)$ ... Entfernung vom Ort A zur Zeit t in km

– Interpretieren Sie den Koeffizienten 60 im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der entsprechenden Einheit. (R)

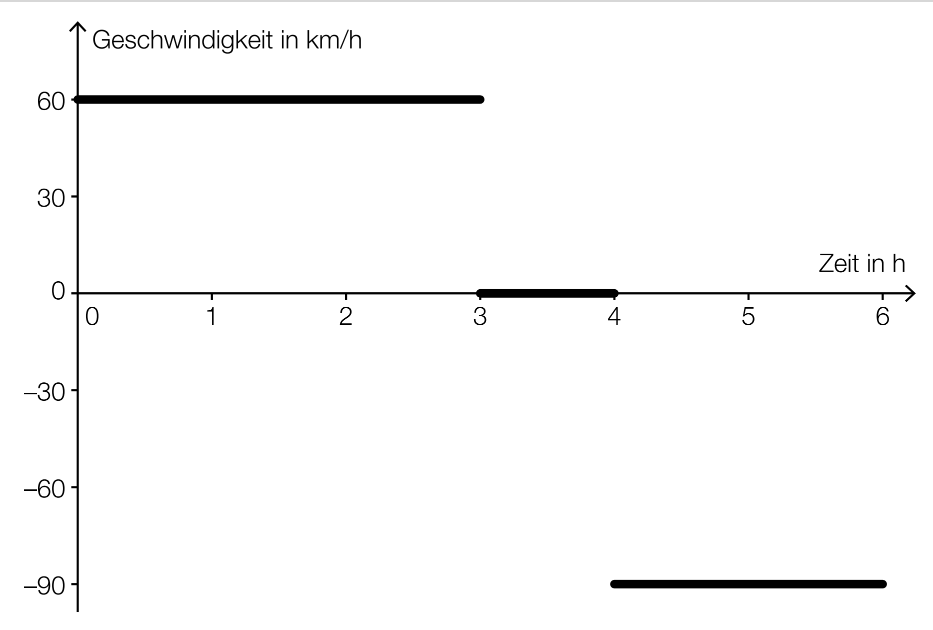
Ein Auto fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 120 km/h vom Ort B zum Ort A. Es startet zur selben Zeit wie das Motorrad.

Die Entfernung des Autos vom Ort A (in km) soll in Abhängigkeit von der Zeit t (in h) durch eine lineare Funktion s_2 beschrieben werden.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion s_2. (A)
– Berechnen Sie, nach welcher Fahrzeit (in min) das Motorrad und das Auto gleich weit vom Ort A entfernt sind. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Ein LKW fährt vom Zentrallager zu einem Kunden, wird dort entladen und fährt anschließend wieder zurück.
Die nachstehende Abbildung zeigt stark vereinfacht das zugehörige Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm.



– Bestimmen Sie mithilfe des oben dargestellten Diagramms die Länge der gesamten Fahrtstrecke und die Dauer des Entladevorgangs. (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

v ist die Geschwindigkeit-Zeit-Funktion eines bestimmten Fahrers bei diesem Seifen-kistenrennen.

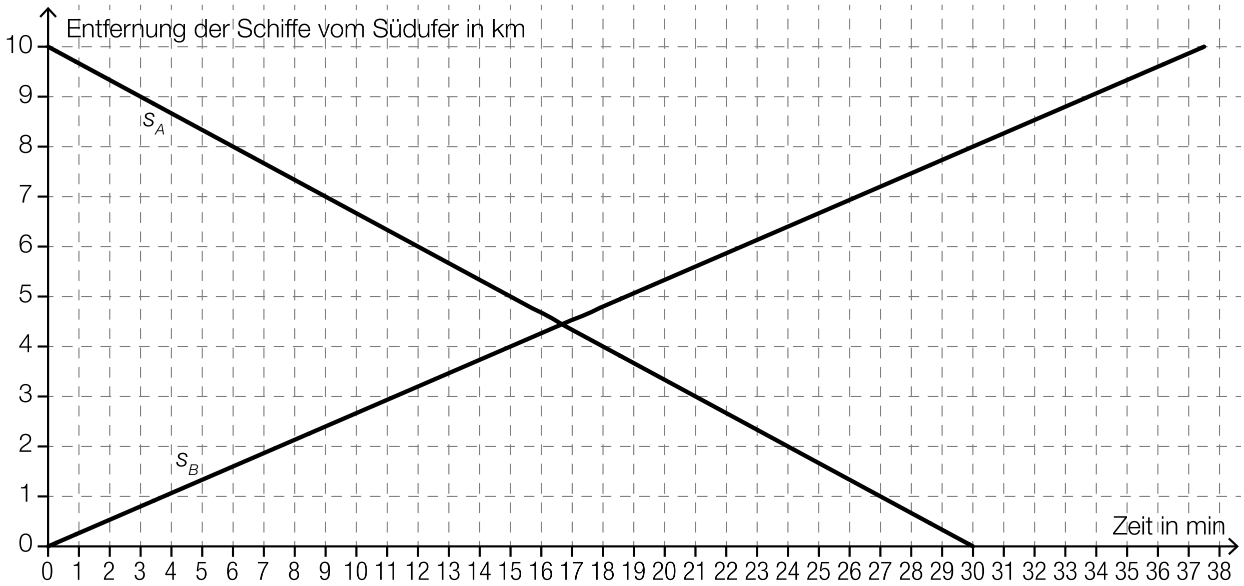
t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s

– Interpretieren Sie unter Angabe der entsprechenden Einheit die Bedeutung von x in der nachstehenden Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

  $\int_0^x v(t)\,\mathrm{d}t = 156\text{ m}$ (R)

1) Zwei Schiffe verkehren auf derselben Route zwischen dem Südufer und dem 10 km entfernten Nordufer eines Sees.

Das nachstehende Diagramm zeigt näherungsweise die Bewegung der beiden Schiffe, die gleichzeitig ablegen.



t ... Zeit in min
$s_A(t)$, $s_B(t)$ ... Entfernung des Schiffs A bzw. B vom Südufer zur Zeit t in km

– Ermitteln Sie die Geschwindigkeit des Schiffs A in km/h. (B)
– Lesen Sie aus dem obigen Diagramm ab, zu welchen Zeiten die Schiffe 1 km voneinander entfernt sind. (R)

Das Schiff C fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit v_C (in km/h) auf direktem Weg vom Südufer in Richtung Nordufer.

– Erstellen Sie eine Formel, mit der man die Entfernung e dieses Schiffs vom Nordufer (in km) eine Viertelstunde nach dem Start bestimmen kann.

$e =$ ____ (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

– Interpretieren Sie, was mit der Gleichung $s_A(t) = s_B(t)$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird. (R)

3) Ein Pensionistenverein plant einen Ausflug.

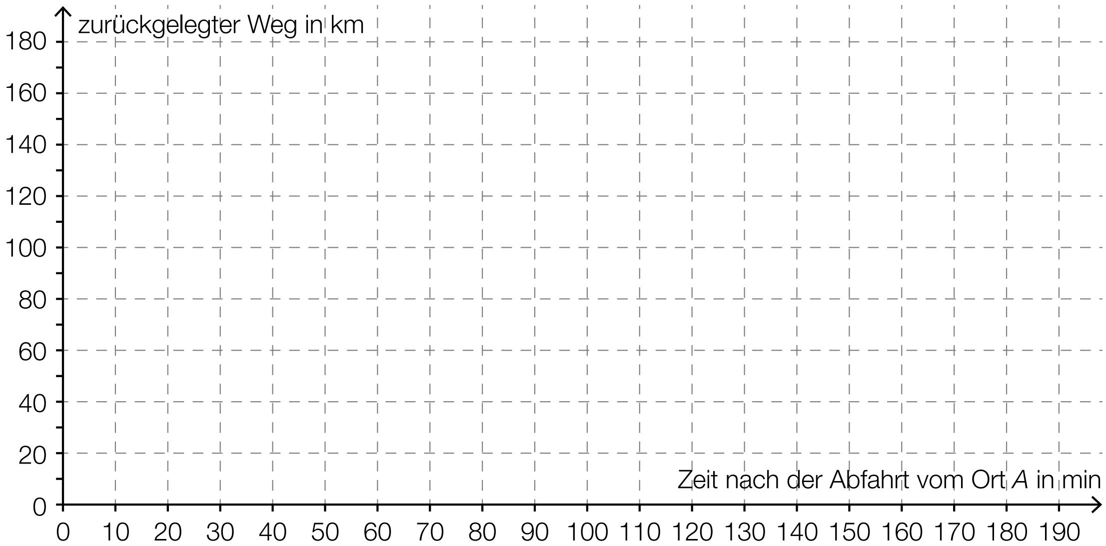
Die Kosten für den Bus betragen € 336 und werden auf alle n teilnehmenden Personen gleichmäßig aufgeteilt. Am Tag des Ausflugs sind 3 Personen erkrankt und nehmen deshalb nicht am Ausflug teil. Daher musste jede tatsächlich teilnehmende Person € 2 mehr bezahlen als ursprünglich geplant.

– Erstellen Sie eine Gleichung zur Berechnung von n. (A)

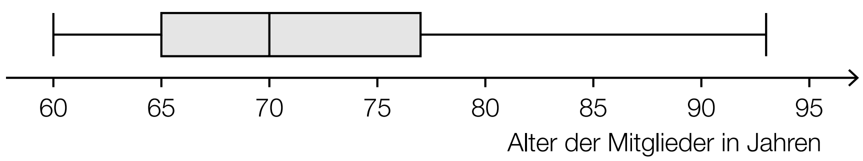
Vereinfacht werden im Folgenden alle Geschwindigkeiten jeweils als konstant angenommen.

Der Bus fährt zunächst mit einer Geschwindigkeit von 60 km/h vom Ort A zum 10 km entfernten Ort B. Dort gibt es einen 10-minütigen Zwischenaufenthalt.
Danach fährt der Bus 70 km weit zum Ort C. Diese Fahrt dauert 50 Minuten.
Nach einem weiteren Aufenthalt von 40 Minuten fährt der Bus noch 80 km weit zum Ort D.
Diese letzte Fahrt dauert 1 Stunde und 20 Minuten.

– Veranschaulichen Sie im nachstehenden Koordinatensystem die oben beschriebene Fahrt. (A)



Im nachstehenden Boxplot ist die Altersverteilung der 121 Mitglieder eines Pensionistenvereins dargestellt.



– Begründen Sie anhand des Boxplots, warum mindestens eines dieser 121 Mitglieder genau 70 Jahre alt ist. (R)

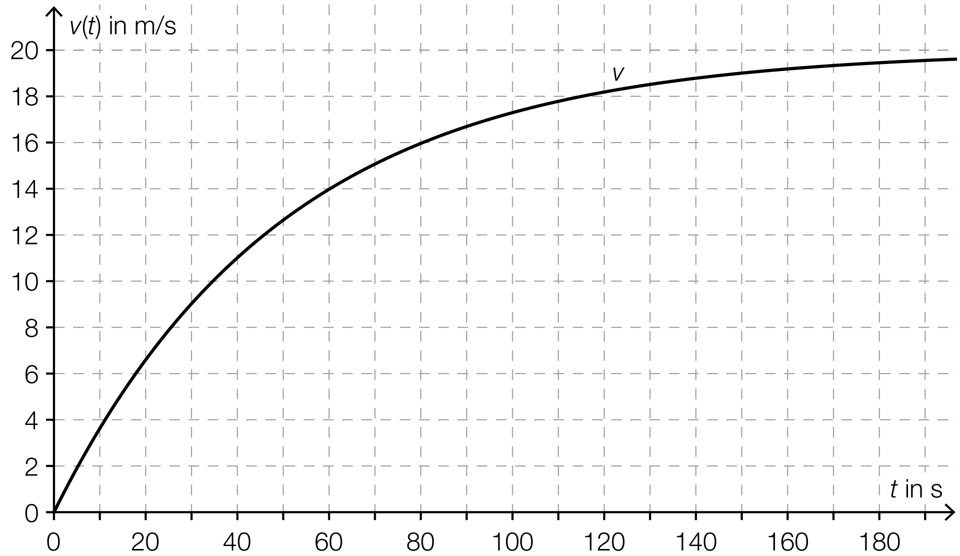
Verpflichtende verbale Fragestellung:

s ist die Weg-Zeit-Funktion einer bestimmten Fahrt im Zeitintervall $[t_1; t_2]$.

Zu einer bestimmten Zeit t_3 dieser Fahrt gilt: $s'(t_3) > \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$

– Beschreiben Sie die Bedeutung dieser Aussage im gegebenen Sachzusammenhang. (R)

2) In der nachstehenden Abbildung ist das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm eines Teils einer Fahrt dargestellt.



– Veranschaulichen Sie im obigen Diagramm denjenigen Weg, der in den ersten 30 Sekunden zurückgelegt wurde. (A)

– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung näherungsweise die momentane Beschleunigung zur Zeit $t = 60$ Sekunden. (B)

– Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$\frac{v(30) - v(20)}{v(20)} \approx 0{,}37$ (R)

Verpflichtende verbale Fragestellung:

Der Graph der Funktion v nähert sich asymptotisch der zur horizontalen Achse parallelen Geraden bei 20 m/s. Die Funktion v kann folgendermaßen beschrieben werden:

$v(t) = a \cdot e^{-k \cdot t} + c$ mit $k > 0$

– Geben Sie die Parameter a und c mithilfe des obigen Geschwindigkeit-Zeit-Diagramms an. (R)

2) Beim *Bungeejumping* wird ein dehnbares Seil an den Fußgelenken einer Person befestigt, die sich anschließend von einer Plattform aus senkrecht in die Tiefe fallen lässt. Bis sich das Seil zu dehnen beginnt, befindet sich die Person im freien Fall. Der in diesem Zeitraum zurückgelegte Weg entspricht der Seillänge l. Für den freien Fall gilt näherungsweise:

$s(t) = 5 \cdot t^2$

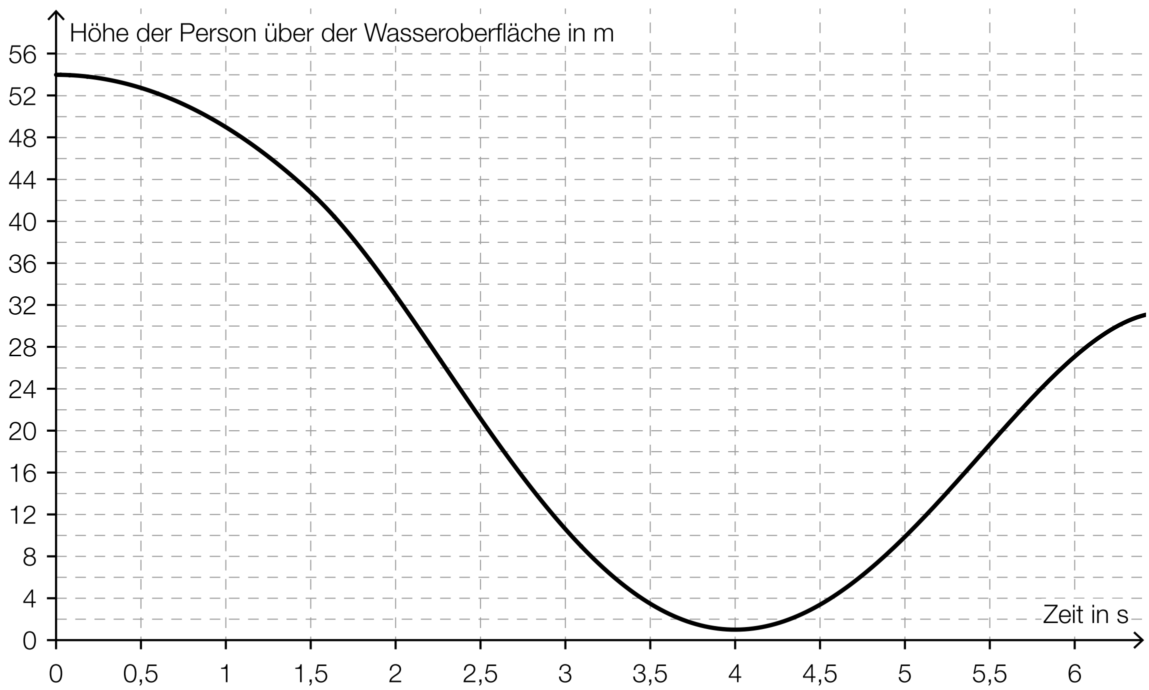
t ... Zeit nach dem Absprung in s
$s(t)$ ... zurückgelegter Weg zur Zeit t in m

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung der Dauer des freien Falls t_F aus der Seillänge l.

t_F = ____ (A)

– Berechnen Sie die Geschwindigkeit in km/h zur Zeit $t = 1{,}55$ s, wenn sich die Person bis dahin im freien Fall befindet. (B)

In der nachstehenden Abbildung ist näherungsweise der zeitliche Verlauf eines Bungee-Sprungs über einem See dargestellt.



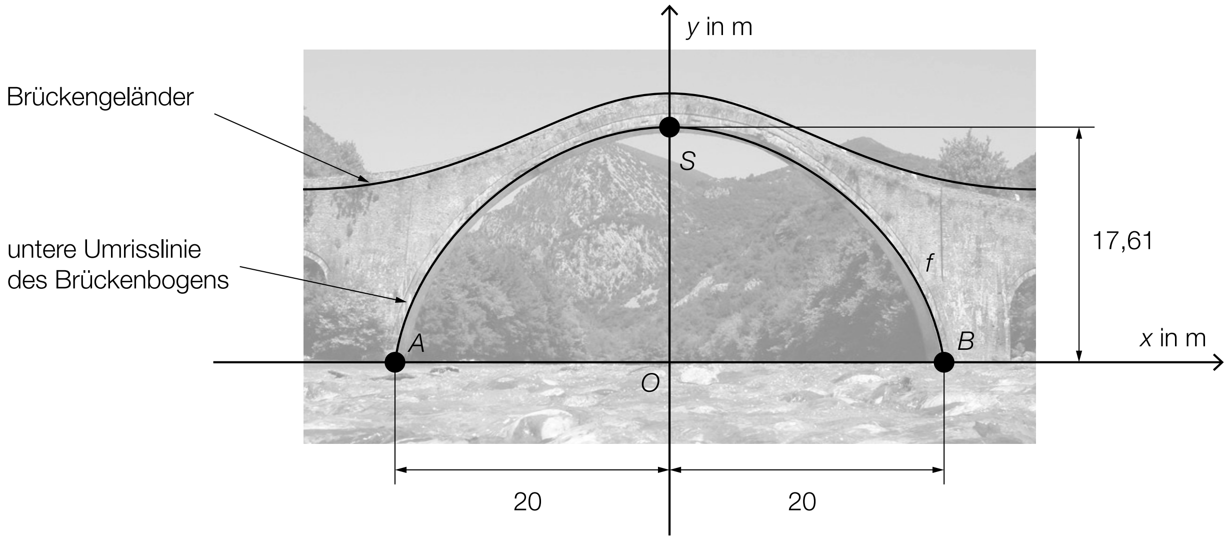
– Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung die durchschnittliche Geschwindigkeit der Person in m/s für das Zeitintervall [4 s; 6 s]. (B)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Der oben dargestellte Graph hat die Wendestelle $t \approx 2{,}3$ s.

– Interpretieren Sie die Bedeutung dieser Wendestelle in Bezug auf den Betrag der Geschwindigkeit der Person. (R)

2) In der nachstehenden Abbildung ist die Plaka-Brücke in Griechenland in einem Koordinatensystem so dargestellt, dass die x-Achse auf der Wasseroberfläche liegt.



Bildquelle: https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3APlaka_Bridge_Epirus_Greece.jpg
By [2] (peppi9). Uploaded from wikimedia user Thiodor2012. ([1]) [CC BY-SA 2.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0)], via Wikimedia Commons [23.02.2018] (adaptiert).

Die untere Umrisslinie des Brückenbogens lässt sich näherungsweise durch eine quadratische Funktion f modellieren.

– Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung desjenigen Winkels α, den die untere Umrisslinie f des Brückenbogens im Punkt A mit der Wasseroberfläche einschließt.

α = ____ (A)

Der Graph der Funktion f verläuft durch die Punkte A, B und S.

– Erstellen Sie eine Gleichung der Funktion f. (A)

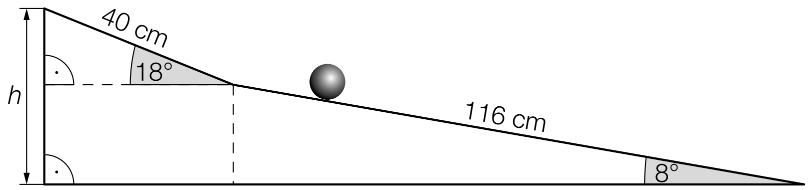
Ein Wanderer geht über die Brücke. Vom höchsten Punkt des Brückengeländers aus möchte er die ungefähre Höhe der Brücke ermitteln, indem er einen Stein senkrecht nach unten fallen lässt. Bis zum Auftreffen des Steins auf die Wasseroberfläche vergehen 1,9 s. Näherungsweise gilt folgende Formel:

$v(t) = 10 \cdot t$

t ... Zeit nach dem Loslassen des Steins in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit des Steins zur Zeit t in m/s

– Bestimmen Sie mithilfe der obigen Formel näherungsweise die Höhe der Brücke. (B)

3) Eine Kugelbahn ist ein Spielzeug, auf dem man Kugeln nach unten rollen lassen kann. In der nachstehenden Abbildung ist eine bestimmte Kugelbahn dargestellt.



– Berechnen Sie den Höhenunterschied h zwischen Start und Ziel. (B)

Eine Kugel hat einen Radius von 1 cm und rollt die gesamte Kugelbahn hinunter.

– Berechnen Sie die Anzahl der Umdrehungen, die diese Kugel dafür benötigt. (B)

Eine andere geradlinig verlaufende Kugelbahn wird so gestaltet, dass ihr Gefälle konstant 25 % beträgt. Der Startpunkt der Kugelbahn liegt auf einer Anfangshöhe h_0 über dem horizontalen Boden.

Die Höhe der Kugelbahn über dem Boden soll in Abhängigkeit von der horizontalen Entfernung vom Startpunkt beschrieben werden.

– Stellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Funktion auf. (A)

<u>Verpflichtende verbale Fragestellung:</u>

Die Weg-Zeit-Funktion einer Kugel, die eine bestimmte Kugelbahn hinunterrollt, ist näherungsweise eine Polynomfunktion 2. Grades.

– Erklären Sie mithilfe der Differenzialrechnung, was man über die Beschleunigung dieser Kugel aussagen kann. (R)