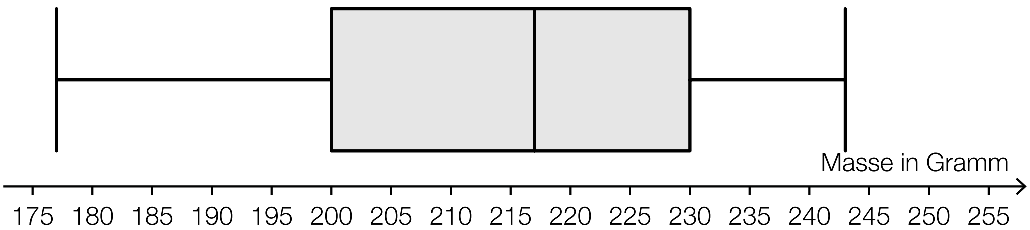
Äpfel*

Aufgabennummer: A_170

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Die Äpfel einer Großlieferung wurden einzeln gewogen. Die Daten sind in Form eines Boxplots dargestellt:



In der Fachliteratur wird ein Wert oft als „Ausreißer nach oben" bezeichnet, wenn der Wert weiter als das 1,5-Fache des Interquartilsabstands rechts vom 3. Quartil liegt. Solche Ausreißer sind im obigen Boxplot nicht berücksichtigt.

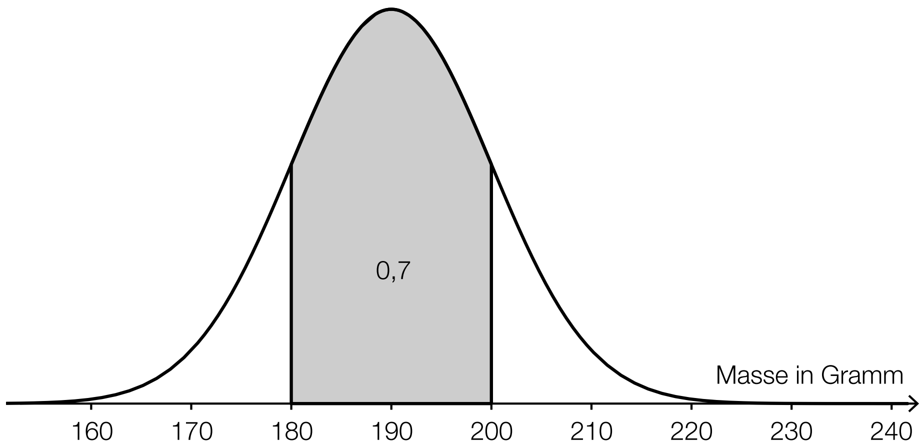
– Geben Sie an, ab welcher Masse ein Apfel als „Ausreißer nach oben" bezeichnet wird.

b) Die Masse von Äpfeln einer bestimmten Sorte ist annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 200 g und einer Standardabweichung von 50 g.

– Berechnen Sie dasjenige um den Erwartungswert symmetrische Intervall, in dem die Masse eines zufällig ausgewählten Apfels mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Die Masse der Äpfel in einer Lieferung ist annähernd normalverteilt mit einem Erwartungswert von 190 g.
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Dichtefunktion dargestellt.



– Interpretieren Sie die Bedeutung der markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.
– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein zufällig ausgewählter Apfel eine Masse von mehr als 200 g hat.

d) Aus Erfahrung ist bekannt, dass $\frac{1}{30}$ aller Äpfel einer Lieferung wurmstichig ist.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Zufallsstichprobe von 200 Äpfeln höchstens 5 Äpfel wurmstichig sind.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Interquartilsabstand: 230 – 200 = 30
3. Quartil: 230
$230 + 1{,}5 \cdot 30 = 275$

Äpfel mit einer Masse von mehr als 275 g werden als „Ausreißer nach oben“ bezeichnet.

b) Berechnung des symmetrischen Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a < X < \mu + a) = 0{,}90 \quad \Rightarrow \quad [117{,}8;\ 282{,}2]$

c) Ein zufällig ausgewählter Apfel hat mit einer Wahrscheinlichkeit von 70 % eine Masse zwischen 180 g und 200 g.

Aufgrund der Symmetrie der Glockenkurve gilt:
$P(X > 200) = 15\ \%$

d) X ... Anzahl der wurmstichigen Äpfel
Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = \frac{1}{30}$
Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \leq 5) = 0{,}34133... \approx 34{,}13\ \%$

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Angeben der Masse, ab der ein Apfel als „Ausreißer nach oben“ bezeichnet wird

b) 1 × B: für die richtige Berechnung des symmetrischen Intervalls

c) 1 × C1: für die richtige Interpretation der Fläche im gegebenen Sachzusammenhang
1 × C2: für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit

d) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

Batterien*

Aufgabennummer: A_228		
Technologieeinsatz:	möglich ☐	erforderlich ☒

Ein Unternehmen produziert Batterien.

a) Ein Händler kauft Batterien bei diesem Unternehmen und erhält die Information, dass erfahrungsgemäß 2 % der gelieferten Batterien defekt sind.

Der Händler entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 40 Batterien.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass höchstens 2 der entnommenen Batterien defekt sind.

b) Für den Versand der Batterien an Einzelhändler werden diese jeweils in 4er-Packungen verpackt. Ein Einzelhändler erhält eine Lieferung von a 4er-Packungen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie defekt ist, beträgt p.

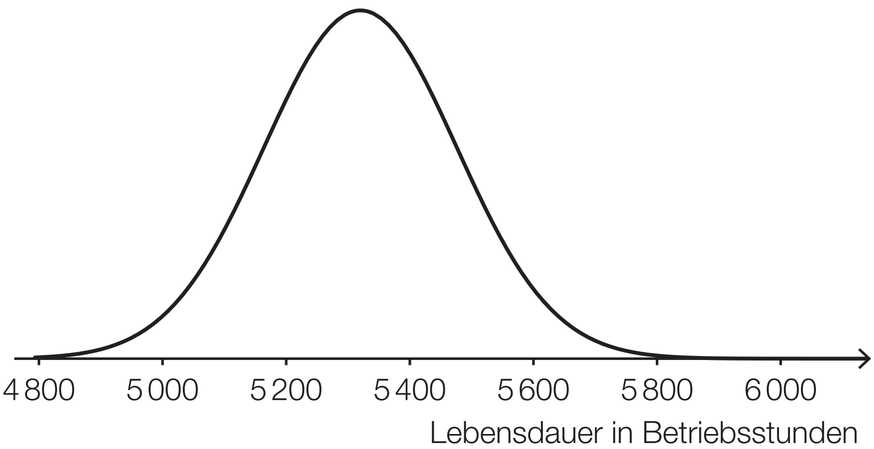
– Beschreiben Sie, was mit dem Ausdruck $4 \cdot a \cdot p$ in diesem Sachzusammenhang berechnet wird.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Das Unternehmen gibt an, dass die Lebensdauer der Batterien annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 5\,320$ Betriebsstunden und der Standardabweichung $\sigma = 156$ Betriebsstunden ist.

– Berechnen Sie dasjenige symmetrische Intervall um μ, in dem die Lebensdauer einer zufällig ausgewählten Batterie mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion dieser Normalverteilung dargestellt.



– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Batterie eine Lebensdauer von maximal 5 200 Betriebsstunden hat.

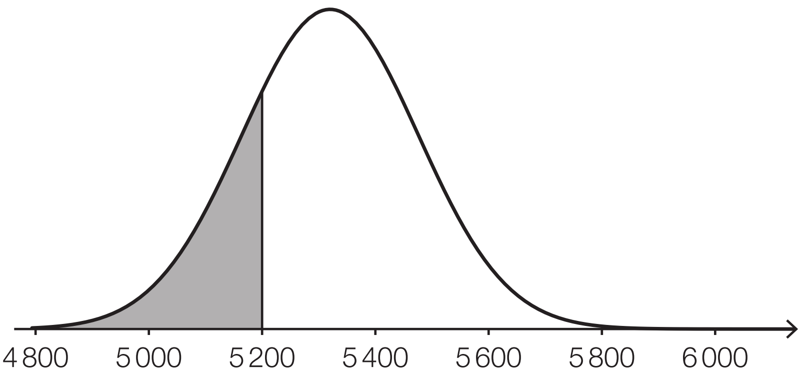
Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Binomialverteilung: $n = 40$, $p = 0{,}02$
Berechnung mittels Technologieeinsatz: $P(X \leq 2) = 0{,}95432\ldots \approx 95{,}43\ \%$

b) Der angegebene Ausdruck gibt den Erwartungswert für die Anzahl der defekten Batterien in dieser Lieferung an.

c) Berechnung des Intervalls mittels Technologieeinsatz:
$P(\mu - a \leq X \leq \mu + a) = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad [5\,063{,}4;\ 5\,576{,}6]$



Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

b) 1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung in diesem Sachzusammenhang

c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Intervalls
1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit

BMB
Bundesministerium
für Bildung

Blutgruppen*

Aufgabennummer: A_243

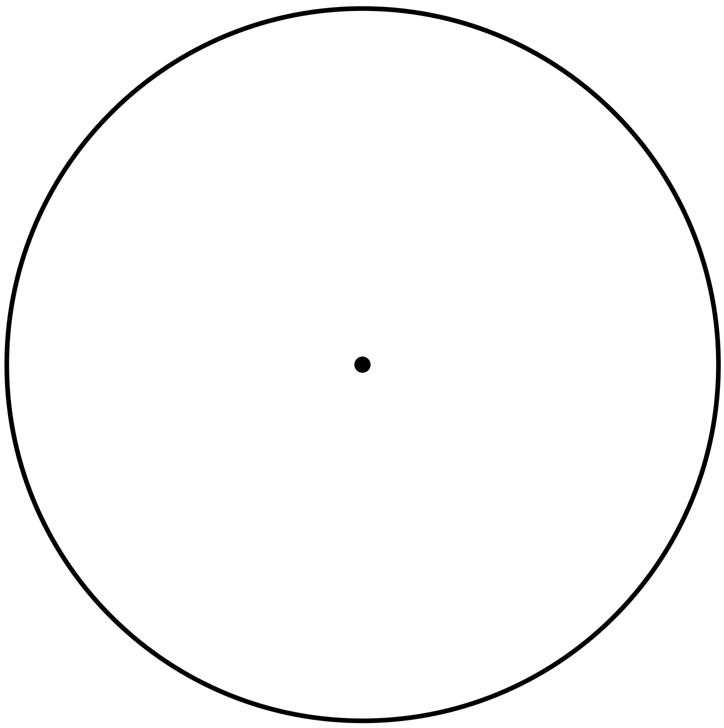
Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Nach Karl Landsteiner unterscheidet man vier Blutgruppen: 0, A, B und AB. Diese kommen in Österreich annähernd mit folgender relativer Häufigkeit vor:

Blutgruppe	0	A	B	AB
relative Häufigkeit	37 %	41 %	15 %	7 %

a) Die Verteilung der Blutgruppen in Österreich soll in einem Kreisdiagramm dargestellt werden.

– Berechnen Sie die Winkel der jeweiligen Sektoren.
– Zeichnen Sie die Sektoren in den nachstehenden Kreis ein.

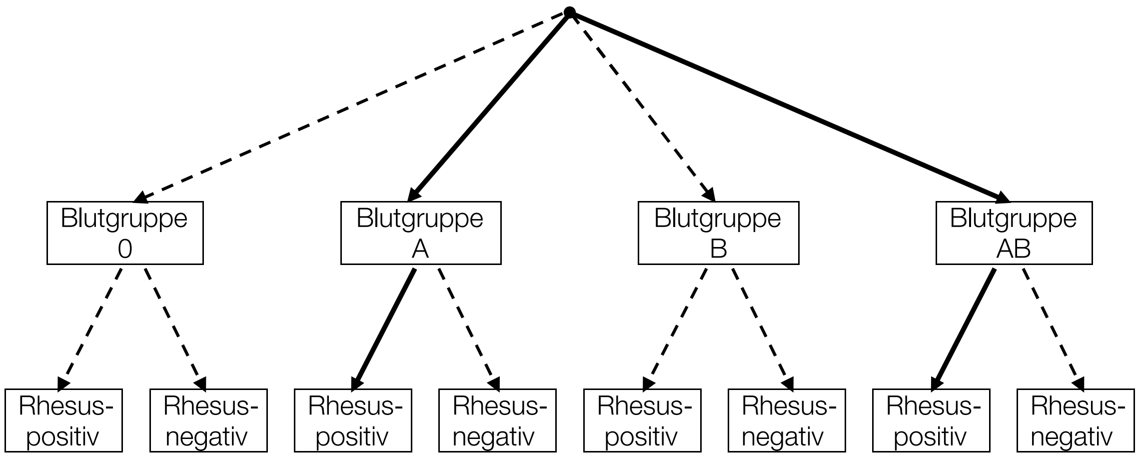


b) – Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in einer Zufallsstichprobe von 25 Personen in Österreich mindestens 9 Personen die Blutgruppe 0 haben.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Zusätzlich wird je nach Vorliegen eines bestimmten Antigens noch zwischen *Rhesus-positiv* und *Rhesus-negativ* unterschieden. 85 % aller Personen in Österreich sind Rhesus-positiv, alle anderen Rhesus-negativ, wobei die Verteilung bei allen Blutgruppen gleich ist.

Im nachstehenden Baumdiagramm sind alle möglichen Fälle für Blutgruppen mit ihrem Rhesusfaktor aufgelistet.



– Vervollständigen Sie das obige Baumdiagramm, indem Sie die Pfeile mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschriften.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person in Österreich die Blutgruppe B Rhesus-negativ hat.
– Beschreiben Sie, welches Ereignis durch die beiden fett gezeichneten (nicht strichlierten) Pfade angegeben wird.

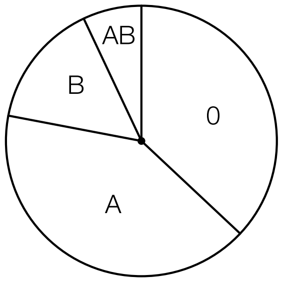
Möglicher Lösungsweg

a) Blutgruppe 0: $\frac{37}{100} \cdot 360° = 133{,}2°$

Blutgruppe A: $\frac{41}{100} \cdot 360° = 147{,}6°$

Blutgruppe B: $\frac{15}{100} \cdot 360° = 54°$

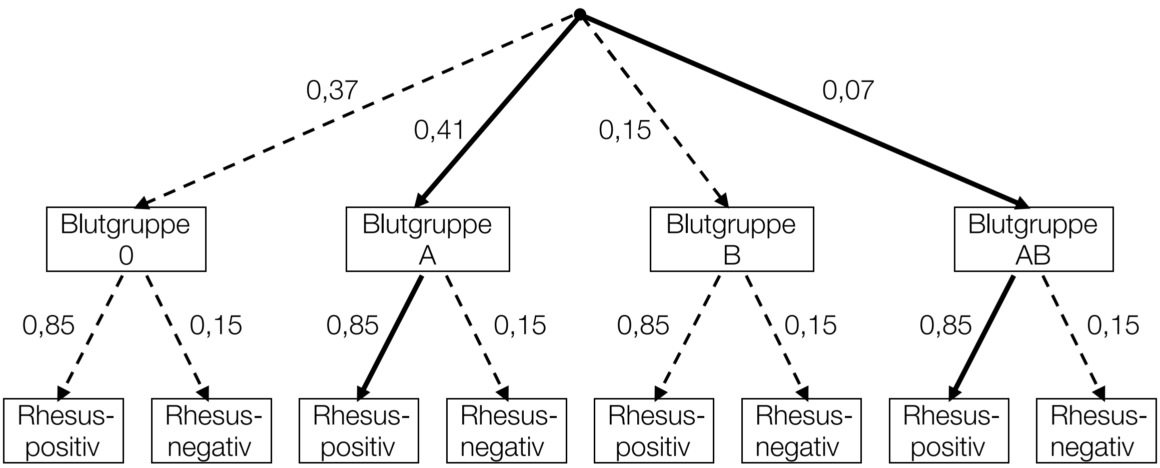
Blutgruppe AB: $360° - 133{,}2° - 147{,}6° - 54° = 25{,}2°$



b) X … Anzahl der Personen mit Blutgruppe 0
Binomialverteilung: $n = 25$, $p = 0{,}37$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8) = 0{,}61524\ldots \approx 61{,}52\ \%$

c)



P(„Blutgruppe B Rhesus-negativ") $= 0{,}15 \cdot 0{,}15 = 0{,}0225 = 2{,}25\ \%$

Es wird das Ereignis beschrieben, dass eine (zufällig ausgewählte) Person Blutgruppe A oder AB hat und Rhesus-positiv ist.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Winkel der jeweiligen Sektoren
1 × A: für das richtige Veranschaulichen im Kreisdiagramm

b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

c) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × C: für eine richtige Beschreibung

Buntes Spielzeug*

Aufgabennummer: A_260

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Spielzeugteile werden von einer Maschine in den Farben Rot, Gelb und Blau eingefärbt.

a) Die 3 zur Produktion notwendigen Farbdüsen arbeiten (unabhängig voneinander) jeweils mit unterschiedlicher Qualität. Die Farbe Rot wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 96,8 %, die Farbe Gelb mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,3 % und die Farbe Blau mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,2 % so auf die Teile aufgetragen, dass diese die Qualitätskontrolle bestehen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zweifärbiges Spielzeugteil in den Farben Rot und Blau die Qualitätskontrolle besteht.
– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang für ein zweifärbiges Spielzeugteil, dessen Wahrscheinlichkeit durch $P(E) = 1 - (0{,}968 \cdot 0{,}983)$ berechnet wird.

b) Die einfärbigen Spielzeugteile einer Produktion werden vermessen und ihre jeweiligen Längen werden tabellarisch erfasst.

rote Spielzeugteile	
Länge in cm	Anzahl
4,5	20
5,6	10
6,0	20
6,5	15
25,3	5

gelbe Spielzeugteile	
Länge in cm	Anzahl
5,5	25
10,0	7
14,5	13

blaue Spielzeugteile	
Länge in cm	Anzahl
7,0	70

– Ermitteln Sie den Median der Längen der gelben Spielzeugteile.
– Zeigen Sie, dass das arithmetische Mittel der Längen der blauen Spielzeugteile gleich groß ist wie das arithmetische Mittel der Längen der roten Spielzeugteile.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a) E ... zweifärbiger Spielzeugteil in den Farben Rot und Blau besteht die Kontrolle

$P(E) = 0{,}968 \cdot 0{,}972 = 0{,}9408...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 94,1 %.

$\overline{E}$ steht in diesem Sachzusammenhang für das Ereignis, dass ein zweifärbiges Spielzeugteil in den Farben Rot und Gelb die Kontrolle nicht besteht.

b) Median der Längen der gelben Spielzeugteile: $\tilde{x} = 5{,}5$ cm

$$\bar{x}_{\text{rot}} = \frac{20 \cdot 4{,}5\text{ cm} + 10 \cdot 5{,}6\text{ cm} + 20 \cdot 6{,}0\text{ cm} + 15 \cdot 6{,}5\text{ cm} + 5 \cdot 25{,}3\text{ cm}}{70} = 7{,}0\text{ cm}$$

$\bar{x}_{\text{blau}} = 7{,}0$ cm

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang

b) 1 × C: für das richtige Ermitteln des Medians
1 × D: für den richtigen Nachweis

Dorffest

Aufgabennummer: A_135

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Auf einem Dorffest gibt es ein Unterhaltungsprogramm für Kinder.

a) Lea und Ahmad treten im Bogenschießen als Team an. Zuerst schießt Ahmad und dann Lea auf eine Zielscheibe. Aus Erfahrung weiß man, dass Ahmad bei 3 von 4 Versuchen trifft. Lea trifft das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit p.

– Veranschaulichen Sie diesen Sachverhalt mithilfe eines Baumdiagramms.

Die Wahrscheinlichkeit, dass sowohl Lea als auch Ahmad das Ziel treffen, beträgt 50 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit p, mit der Lea das Ziel trifft.

b) Unter den Kindern werden einige Preise verlost.

– Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten jeweils die dazu äquivalente Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt“)	
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt“)	

A	1 – P(„kein Mädchen gewinnt“)
B	1 – P(„höchstens 2 Mädchen gewinnen“)
C	1 – P(„mindestens 2 Mädchen gewinnen“)
D	1 – P(„genau 1 Mädchen gewinnt“)

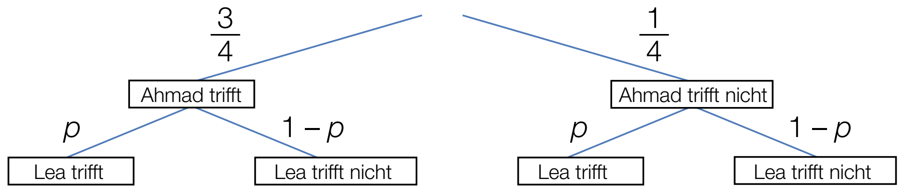
c) Am Festgelände fährt ein Bummelzug. Für Kinder unter 3 Jahren ist die Fahrt kostenlos. Kinder ab 3 Jahren zahlen die Hälfte des Fahrpreises p für Erwachsene.
Insgesamt wurden n Fahrgäste gezählt. Die Tageseinnahmen können mit dem Ausdruck $0{,}5 \cdot n \cdot \frac{p}{2} + 0{,}2 \cdot n \cdot p$ berechnet werden.

– Ermitteln Sie mithilfe des gegebenen Ausdrucks, wie viel Prozent der Fahrgäste unter 3 Jahre alt waren.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a)



$P(\text{„beide treffen“}) = \frac{3}{4} \cdot p = 0{,}5$

$p = \frac{2}{3}$

Lea trifft das Ziel mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}$.

b)

P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt“)	C
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt“)	A

A	1 – P(„kein Mädchen gewinnt“)
B	1 – P(„höchstens 2 Mädchen gewinnen“)
C	1 – P(„mindestens 2 Mädchen gewinnen“)
D	1 – P(„genau 1 Mädchen gewinnt“)

c) Es waren 30 % der Fahrgäste unter 3 Jahre alt.
Es wurden n Fahrgäste gezählt. 50 % davon fuhren zum Preis $\frac{p}{2}$ und 20 % zum Preis p.
Die verbleibenden 30 % haben für die Fahrt nichts bezahlt.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 5 Stochastik
c) 1 Zahlen und Maße

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) 2 Algebra und Geometrie

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) –
c) –

Schwierigkeitsgrad:	Punkteanzahl:
a) mittel	a) 2
b) leicht	b) 1
c) mittel	c) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: –

Düngersäcke (2)

Aufgabennummer: B_018

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Mehrere Maschinen füllen Säcke mit Dünger ab. Als Füllmenge sind laut Aufdruck 25 kg vorgesehen.

a) Langfristige Überprüfungen einer bestimmten Maschine haben ergeben, dass die tatsächliche Füllmenge der Säcke mit dem Erwartungswert $\mu = 24{,}8$ kg und der Standardabweichung $\sigma = 0{,}2$ kg normalverteilt ist.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Sack eine geringere Füllmenge als vorgesehen aufweist.
- Beschreiben Sie, wie man den Prozentsatz dieser Wahrscheinlichkeit anhand einer Skizze ohne genaue Berechnung abschätzen kann.

b) In der nachstehenden Abbildung sind 2 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen zu sehen.

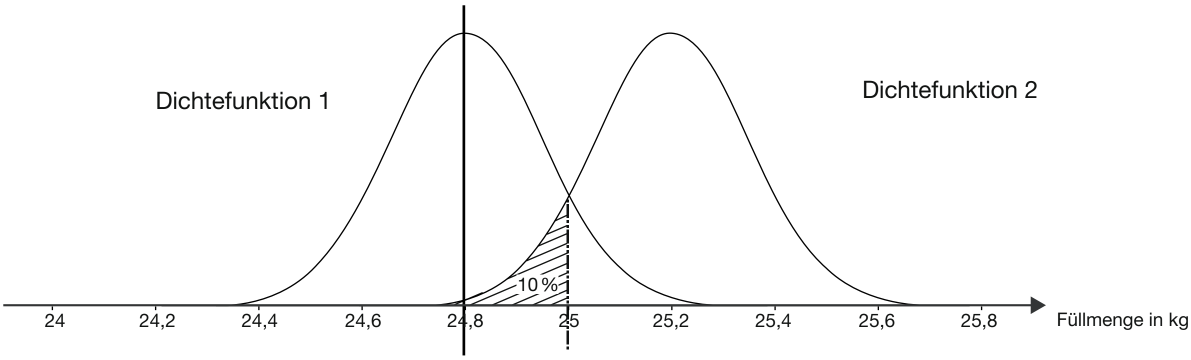


Abbildung 1

Dichtefunktion 1 hat einen Erwartungswert $\mu = 24{,}8$ kg und eine Standardabweichung $\sigma = 0{,}2$ kg. Die Dichtefunktion 2 wurde im Vergleich zur Dichtefunktion 1 verändert.

- Beschreiben Sie, welcher Parameter verändert wurde und woran das zu sehen ist.
- Beschreiben Sie, woran zu sehen ist, dass der andere Parameter nicht verändert wurde.
- Berechnen Sie den geänderten Parameter mithilfe des gleichgebliebenen Parameters und des in der Dichtefunktion 2 eingezeichneten Bereichs.

c) Bei einer bestimmten Abfüllmaschine erhält man durch Beobachtung folgende Daten:
Die Füllmenge ist normalverteilt.
20 % der Füllmengen sind kleiner als 24 kg.
90 % der Füllmengen sind kleiner als 26 kg.

– Berechnen Sie den Erwartungswert μ.
– Berechnen Sie die Standardabweichung σ.

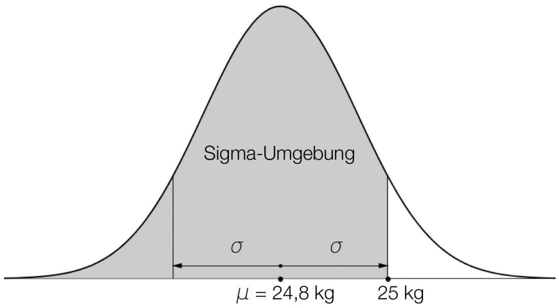
Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) $z = \frac{25 - 24{,}8}{0{,}2} = 1$

Aus $z = 1$ folgt laut Tabelle (oder Technologie) eine Wahrscheinlichkeit von ungefähr 84,13 %.

Die Differenz zwischen der Soll-Füllmenge und dem Erwartungswert entspricht genau der Standardabweichung.
Der Bereich für $x < 25$ kg besteht daher aus der Sigma-Umgebung ($\mu - \sigma$ bis $\mu + \sigma$), das sind ca. 68 %, und der Hälfte des außerhalb der Sigma-Umgebung liegenden Bereiches, das sind ca. 16 %. Gesamt sind es daher ca. 84 %.



b) – Der Erwartungswert μ ist größer geworden, weil die zweite Kurve den Hochpunkt weiter rechts hat. (Die ganze Kurve ist nach rechts verschoben.)
– Die Standardabweichung σ ist gleich geblieben, weil die Kurve außer der Verschiebung nach rechts gleich geblieben ist.

(Die Höhe des neuen Erwartungswertes lässt sich mithilfe der gleich gebliebenen Standardabweichung und der Information, dass 10 % der Säcke leichter als 25 kg sind, berechnen.)

Zu einer Wahrscheinlichkeit von 10 % gehört (Liste oder Technologie) ein z-Wert von ungefähr $-1{,}28 \Rightarrow z \approx -1{,}28 = \frac{25 - \mu}{0{,}2} \Rightarrow \mu \approx 25{,}256$ kg.

c) Aus $P(X \leq 24) = 20$ % folgt $z \approx -0{,}8416$ und aus $P(X \leq 26) = 90$ % folgt $z \approx 1{,}2816$.

$-0{,}8416 = \frac{24 - \mu}{\sigma}$ $\qquad$ $1{,}2816 = \frac{26 - \mu}{\sigma}$

$\sigma = \frac{24 - \mu}{-0{,}8416}$ $\qquad$ $\sigma = \frac{26 - \mu}{1{,}2816}$

$\frac{24 - \mu}{-0{,}8416} = \frac{26 - \mu}{1{,}2816}$

$30{,}7548 - 1{,}2816\mu = -21{,}8816 + 0{,}8416\mu$

$\mu \approx 24{,}79$ kg $\Rightarrow$ $\sigma \approx 0{,}94$ kg

(Andere korrekte Formen der Berechnung, z. B. mit Technologieeinsatz, sind ebenso zu akzeptieren.)

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 5 Stochastik
c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz, D Argumentieren und Kommunizieren
c) A Modellieren und Transferieren

Schwierigkeitsgrad:	Punkteanzahl:
a) mittel	a) 2
b) mittel	b) 3
c) mittel	c) 2

Thema: Wirtschaft

Quellen: –

Bundesinstitut bifie
Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens

Farbenfrohe Gummibären*

Aufgabennummer: A_157

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

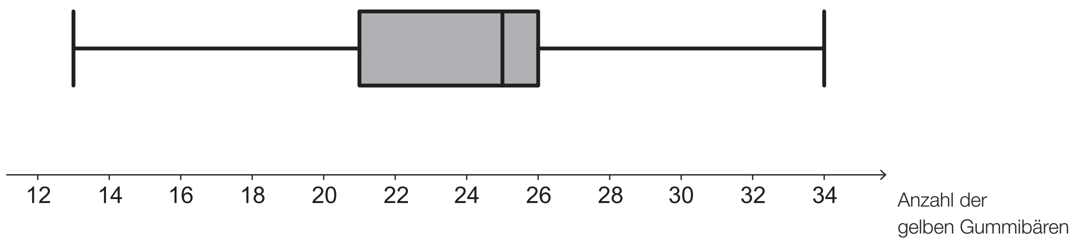
Gummibären werden in 5 unterschiedlichen Farben bzw. 6 unterschiedlichen Geschmacksrichtungen hergestellt: rot (Himbeere und Erdbeere), gelb (Zitrone), grün (Apfel), orange (Orange) und weiß (Ananas).

a) Die nachstehende Tabelle enthält eine Auflistung, wie viele weiße Gummibären in den untersuchten Packungen waren.

Anzahl weißer Gummibären pro Packung	17	20	21	22	24
Anzahl der Packungen	2	3	3	1	4

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Anzahlen weißer Gummibären pro Packung.

b) Mehrere Packungen wurden hinsichtlich der Anzahl der gelben Gummibären pro Packung untersucht. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Eine der untersuchten Packungen wird zufällig ausgewählt. Sie gehört zu jenem Viertel aller untersuchten Packungen, in dem die meisten gelben Gummibären zu finden waren.

– Lesen Sie aus dem Boxplot ab, in welchem Bereich die Anzahl der gelben Gummibären in der ausgewählten Packung liegen muss.

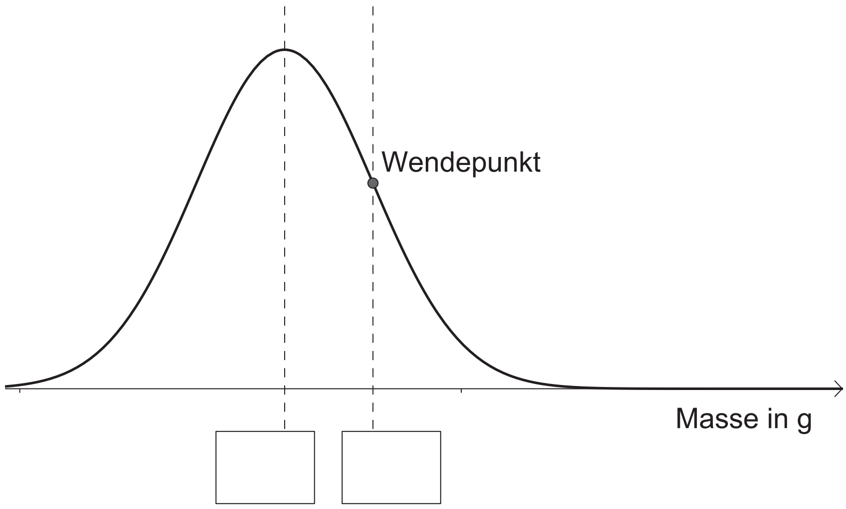
c) In einer Packung sind alle Geschmacksrichtungen in gleichen Anteilen zu finden.

– Berechnen Sie, wie viel Prozent der Gummibären in dieser Packung die Farbe Rot haben.

* ehemalige Klausuraufgabe

d) Die Masse von Gummibären ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ = 2,3 g und der Standardabweichung σ = 0,1 g. Der Graph der Wahrscheinlichkeitsdichte ist in der unten stehenden Abbildung dargestellt.

– Tragen Sie die fehlenden Beschriftungen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



Gummibären, die zu leicht oder zu schwer sind, werden aussortiert. Abweichungen von bis zu ± 0,25 g vom Erwartungswert werden toleriert.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zufällig ausgewählter Gummibär aussortiert wird.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

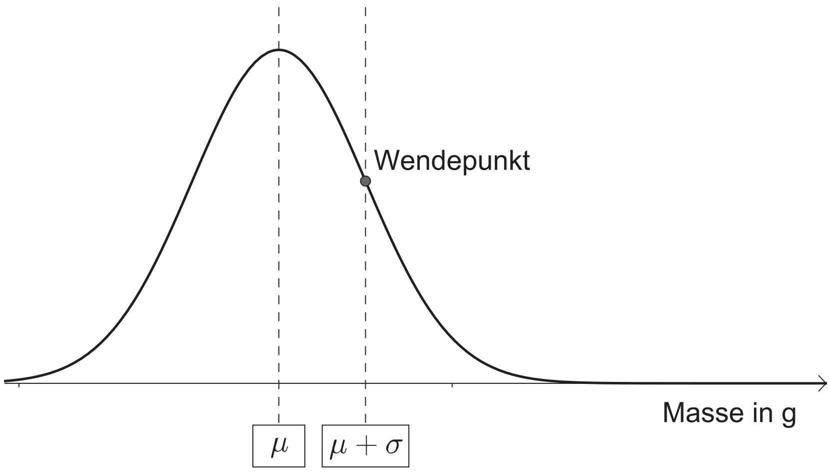
a) $\bar{x} = \frac{17 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 21 \cdot 3 + 22 \cdot 1 + 24 \cdot 4}{2 + 3 + 3 + 1 + 4} = 21{,}153... \approx 21{,}15$

b) Diese Packung enthält mindestens 26 und höchstens 34 gelbe Gummibären.

c) Anteil einer Geschmacksrichtung: $\frac{1}{6}$

Da die Farbe Rot 2-mal vorkommt: $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \approx 33{,}33\ \%$.

d)



P(„Gummibär wird aussortiert“) = $1 - P(2{,}05 \leq X \leq 2{,}55) = 0{,}01241... \approx 0{,}0124$

Ein zufällig ausgewählter Gummibär wird mit einer Wahrscheinlichkeit von rund 1,24 % aussortiert.

Lösungsschlüssel

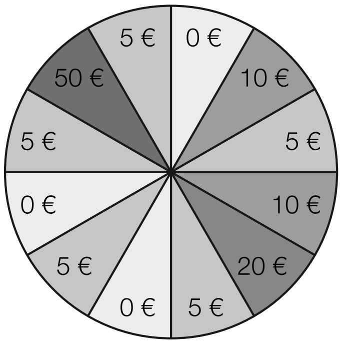
a) 1 × B: für die richtige Berechnung des arithmetischen Mittels
b) 1 × C: für das richtige Ablesen des Bereichs
c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Prozentsatzes
d) 1 × A: für das richtige Eintragen der fehlenden Beschriftungen (μ und $\mu + \sigma$ bzw. die entsprechenden Werte 2,3 und 2,4)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

Glücksrad

Aufgabennummer: A_166

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Auf einem Jahrmarkt steht das nachstehend dargestellte Glücksrad, das in 12 gleich große Felder unterteilt ist. Nach jedem Drehen wird der angezeigte Geldbetrag ausbezahlt.



a) Sabine beschäftigt sich mit der Wahrscheinlichkeit, dass man 50 Euro gewinnt. Sie stellt dabei folgende Gleichung auf:

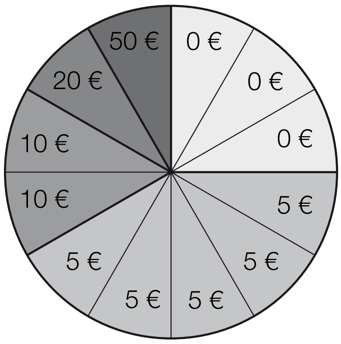
$$1 - \left(\frac{11}{12}\right)^n = 0{,}9$$

– Interpretieren Sie die Bedeutung dieser Gleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

b) Die Wahrscheinlichkeit, dass man bei einmaligem Drehen des Glücksrads einen Gewinn erzielt, ist p. Martin dreht das Glücksrad 3-mal.

– Erstellen Sie eine Formel, mit der man die Wahrscheinlichkeit berechnen kann, dass Martin genau 2-mal einen Gewinn erzielt.
– Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit, wenn die Gewinnwahrscheinlichkeit bei einmaligem Drehen $p = 0{,}75$ beträgt.

c) Der Glücksradbetreiber möchte das Design seines Glücksrads wie nachstehend dargestellt ändern.



– Überprüfen Sie nachweislich, ob die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Auszahlungsbeträge jener des ursprünglichen Glücksrads entsprechen.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) Sabine möchte berechnen, wie oft sie das Glücksrad drehen muss, um mit 90%iger Wahrscheinlichkeit mindestens einmal den 50-Euro-Betrag zu erhalten.

b) Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft ein Gewinn erzielt wird.
$P(X = 2) = \binom{3}{2} \cdot p^2 \cdot (1 - p) = 3 \cdot p^2 \cdot (1 - p)$
Für $p = 0{,}75$ ergibt sich $P(X = 2) = 0{,}421875 = 42{,}1875~\%$.

c) Die Anzahl der Felder pro Auszahlungsbetrag ist in beiden Rädern gleich. Da deren Anordnung für die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens keine Rolle spielt, sind die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Auszahlungsbeträge bei beiden Rädern gleich.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 5 Stochastik
c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

a) —
b) —
c) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) A Modellieren und Transferieren
c) D Argumentieren und Kommunizieren

Nebenhandlungsdimension:

a) —
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) —

Schwierigkeitsgrad:	**Punkteanzahl:**
a) mittel	a) 1
b) leicht	b) 2
c) mittel	c) 1

Thema: Sonstiges

Quellen: —

Gummibärchen ziehen*

Aufgabennummer: B_354

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Gummibärchen werden in unterschiedlichen Farben hergestellt.

a) In einer Packung mit insgesamt 132 Gummibärchen sind 27 orangefärbige Gummibärchen. Carina nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus der Packung. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen orangefärbig, wird es sofort gegessen. Ein andersfärbiges Gummibärchen legt sie wieder in die Packung zurück. Das macht sie 2-mal hintereinander.

– Veranschaulichen Sie die möglichen Ausgänge dieses Zufallsexperiments in einem mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Carina 2 orangefärbige Gummibärchen zieht.

b) Stefan nimmt ohne hinzusehen ein Gummibärchen aus einer Packung, die verschiedenfärbige Gummibärchen enthält. Ist dieses zufällig ausgewählte Gummibärchen weiß, legt er es zurück, ist es ein andersfärbiges, wird es sofort gegessen. Das macht er 10-mal hintereinander.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der dabei gezogenen weißen Gummibärchen.

– Erklären Sie, warum dieses Zufallsexperiment nicht durch eine Binomialverteilung beschrieben werden kann.

c) Eine kleine Packung Gummibärchen enthält 5 rote Gummibärchen und je 1 grünes, 1 gelbes und 1 weißes Gummibärchen. Es wird ein Gummibärchen nach dem anderen zufällig aus der Packung genommen und nicht wieder zurückgelegt. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.
Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der benötigten Züge, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.

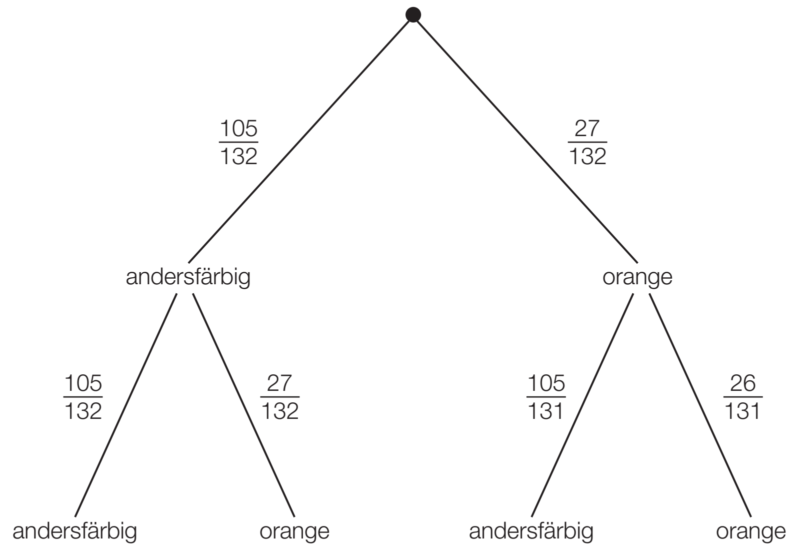
– Erstellen Sie eine Tabelle, der man die möglichen Werte dieser Zufallsvariablen X und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten entnehmen kann.
– Berechnen Sie den Erwartungswert von X.
– Interpretieren Sie die Bedeutung des Erwartungswertes im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a)



$P(\text{„2 orangefärbige Gummibärchen“}) = \frac{27}{132} \cdot \frac{26}{131} = 0{,}04059\ldots \approx 4{,}06\,\%$

b) Die Verwendung der Binomialverteilung setzt voraus, dass die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Versuchsausgangs jeweils konstant bleibt. Bei jedem Zug, bei dem kein weißes Gummibärchen gezogen wird, ändert sich die Gesamtzahl in der Packung und damit die Wahrscheinlichkeit des Versuchsausgangs.

c)

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{56}$	$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{5} = \frac{1}{56}$

$E(X) = 1 \cdot \frac{5}{8} + 2 \cdot \frac{15}{56} + 3 \cdot \frac{5}{56} + 4 \cdot \frac{1}{56} = 1{,}5$

Der Erwartungswert gibt an, wie viele Züge man im Mittel benötigt, bis ein rotes Gummibärchen gezogen wird.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Veranschaulichen in einem mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten beschrifteten Baumdiagramm
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

b) 1 × D: für die richtige Erklärung

c) 1 × A: für die richtige und vollständige Angabe der Werte der Zufallsvariablen
1 × B1: für die richtige und vollständige Berechnung der zugehörigen Wahrscheinlichkeiten
1 × B2: für die richtige Berechnung des Erwartungswertes
1 × C: für die richtige Interpretation des Erwartungswertes im gegebenen Sachzusammenhang

Hotel

Aufgabennummer: A_162

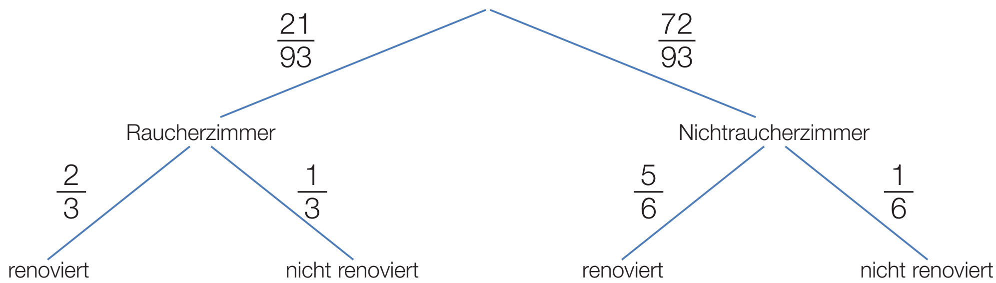
Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Hotel kann 93 Zimmer vermieten.

a) Das Hotel verfügt über 174 Betten, die als Ein- und auch Doppelbettzimmer angeboten werden.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Anzahl an Ein- und Doppelbettzimmern.
– Berechnen Sie die Höhe der Einnahmen bei voller Auslastung pro Nacht, wenn die Übernachtung inkl. Frühstück im Einbettzimmer € 90 und im Doppelbettzimmer € 75 pro Person kostet.

b) Die Hotelzimmer wurden teilweise renoviert. Bei einer Onlinebuchung wird einem Gast zufällig ein Zimmer zugewiesen. Das nachstehende Baumdiagramm zeigt, mit welcher Wahrscheinlichkeit das zugeteilte Zimmer ein Raucher- bzw. Nichtraucherzimmer ist und mit welcher Wahrscheinlichkeit das Zimmer renoviert bzw. nicht renoviert wurde.



– Kreuzen Sie die richtige Aussage an. *[1 aus 5]*

$P(\text{„renoviertes Zimmer“}) = \frac{7}{31} \cdot \frac{2}{3} + \frac{24}{31} \cdot \frac{5}{6}$	☐
$P(\text{„nicht renoviertes Zimmer“}) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$	☐
$P(\text{„renoviertes Raucherzimmer“}) = \frac{2}{3}$	☐
$P(\text{„renoviertes Raucher- oder Nichtraucherzimmer“}) = 1$	☐
$P(\text{„nicht renoviertes Nichtraucherzimmer“}) = 1 - \frac{72}{93} \cdot \frac{5}{6}$	☐

– Berechnen Sie mithilfe des Baumdiagramms die Anzahl der renovierten Zimmer.

c) Anlässlich einer Sportveranstaltung besteht eine große Buchungsnachfrage. Aus Erfahrung weiß man, dass im Schnitt p % aller Buchungen wieder kurzfristig storniert werden. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der vorgenommenen Stornierungen an.

– Erklären Sie, unter welchen Bedingungen diese Zufallsvariable im gegebenen Sachzusammenhang binomialverteilt ist.

d) Erfahrungsgemäß nehmen 55 % der voneinander unabhängig buchenden Gäste Vollpension in Anspruch.

– Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit bei 40 zufällig ausgewählten Gästen mehr als 20 und weniger als 25 Personen Vollpension buchen.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) x … Anzahl der Einbettzimmer
y … Anzahl der Doppelbettzimmer

$$x + y = 93$$
$$x + 2y = 174$$

Berechnung der Anzahl der Zimmer: $y = 81$ und $x = 12$
$12 \cdot 90 + 81 \cdot 2 \cdot 75 = 13230$
Die Einnahmen bei voller Auslastung pro Nacht betragen € 13.230.

b)

$P(\text{„renoviertes Zimmer"}) = \frac{7}{31} \cdot \frac{2}{3} + \frac{24}{31} \cdot \frac{5}{6}$	☒
[...]	
[...]	
[...]	
[...]	

Anzahl der renovierten Raucherzimmer: $21 \cdot \frac{2}{3} = 14$

Anzahl der renovierten Nichtraucherzimmer: $72 \cdot \frac{5}{6} = 60$

Es wurden 74 Zimmer renoviert.

c) Die Binomialverteilung kann verwendet werden, wenn die Stornierung von Zimmern als Zufallsexperiment mit 2 möglichen Ausgängen (Stornierung, keine Stornierung) aufgefasst werden kann.
Die Wahrscheinlichkeit für eine Stornierung ist unabhängig von eventuell bereits vorausgegangenen Stornierungen.
Die Wahrscheinlichkeit p für eine Stornierung muss bei jeder Buchung konstant sein.

d) Binomialverteilung mit $n = 40$, $p = 0{,}55$
X ... Anzahl der Gäste, die Vollpension buchen

$P(20 < X < 25) = P(X \leq 24) - P(X \leq 20) = 0{,}7858 - 0{,}3156 = 0{,}4702\ldots \approx 47\ \%$

oder:

$P(20 < X < 25) = P(X = 21) + P(X = 22) + P(X = 23) + P(X = 24)$

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 2 Algebra und Geometrie
b) 5 Stochastik
c) 5 Stochastik
d) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –
d) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) C Interpretieren und Dokumentieren
c) D Argumentieren und Kommunizieren
d) A Modellieren und Transferieren

Nebenhandlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) –
d) B Operieren und Technologieeinsatz

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht
b) mittel
c) mittel
d) leicht

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 1
d) 2

Thema: Tourismus

Quellen: –

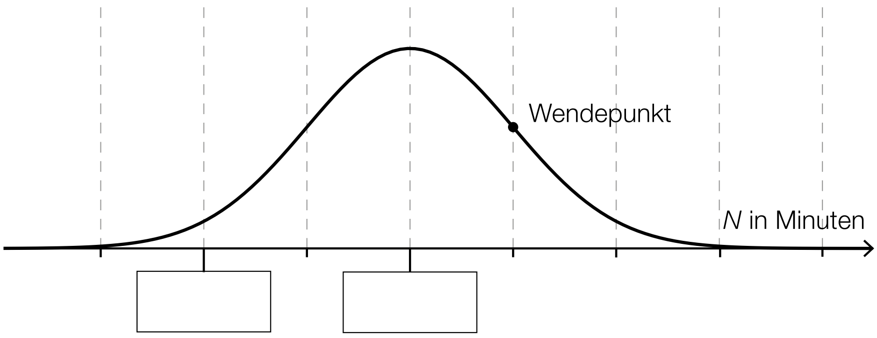
Internet*

Aufgabennummer: A_190

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

a) Eine Studie besagt, dass die durchschnittliche tägliche Internet-Nutzungsdauer *N* von Jugendlichen annähernd normalverteilt ist. Der Erwartungswert beträgt 180 Minuten und die Standardabweichung 20 Minuten. Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.

– Tragen Sie die fehlenden Zeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass für eine zufällig ausgewählte Person der untersuchten Altersgruppe die durchschnittliche tägliche Internet-Nutzungsdauer 200 Minuten oder weniger beträgt.

b) Selina verbringt 25 % ihrer Internet-Nutzungsdauer mit Spielen. Ein Achtel dieser Spielzeit entfällt dabei auf ein bestimmtes Spiel.

– Ermitteln Sie, wie viel Prozent ihrer Internet-Nutzungsdauer Selina für dieses bestimmte Spiel aufwendet.

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Eine Umfrage unter Schülerinnen und Schülern einer Schulklasse über die durchschnittliche tägliche Internet-Nutzungsdauer ergab folgendes Ergebnis (gerundet auf halbe Stunden):

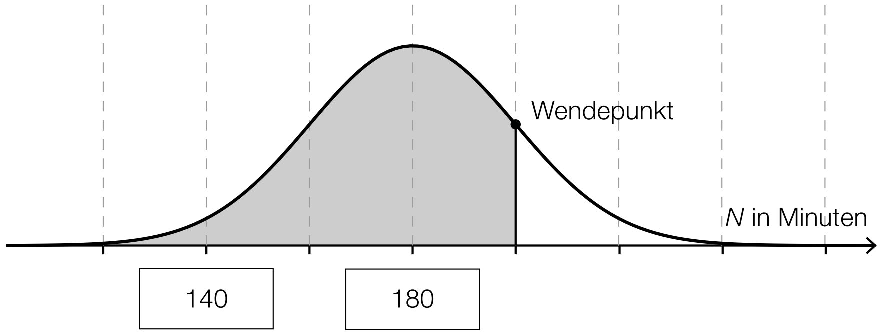
durchschnittliche tägliche Internet-Nutzungsdauer pro Person in Stunden	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	6,0	10,0
Anzahl der Personen	3	4	5	2	4	1	1

– Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der durchschnittlichen täglichen Internet-Nutzungsdauer pro Person aus den gegebenen Daten.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



b) $0{,}25 \cdot \frac{1}{8} = 0{,}03125$

Sie wendet etwa 3 % ihrer gesamten Internet-Nutzungsdauer für dieses Spiel auf.

c) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
arithmetisches Mittel: $\bar{x} = 3{,}95$ h
Standardabweichung: $s = 1{,}627...$ h

Auch eine Berechnung der Standardabweichung als $s_{n-1} = 1{,}669...$ *h ist als richtig zu werten.*

Lösungsschlüssel

a) 1 × A1: für das richtige Eintragen der beiden fehlenden Zeiten
1 × A2: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit in der gegebenen Abbildung

b) 1 × B: für das richtige Ermitteln des Prozentsatzes

c) 1 × B: für die richtige Berechnung des arithmetischen Mittels und der Standardabweichung (s bzw. s_{n-1})

Joghurtbecher*

Aufgabennummer: A_105

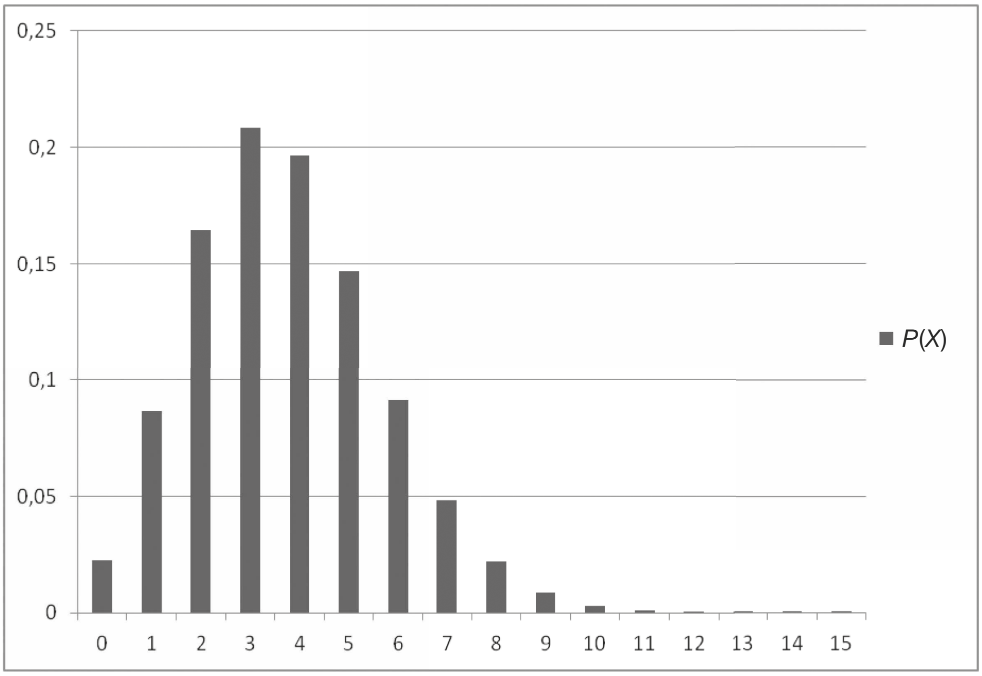
Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Erfahrungsgemäß enthalten 4 % aller Joghurtbecher eine Woche nach dem Ablaufdatum bereits verdorbene Ware. Im Lager einer Lebensmittelkette befinden sich noch 200 Joghurtbecher, deren Ablaufdatum um eine Woche überschritten ist.

a) – Berechnen Sie den Erwartungswert der Anzahl der Becher mit verdorbenem Joghurt.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in höchstens 5 der 200 Joghurtbecher verdorbene Ware enthalten ist.

c) In der folgenden Grafik ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Zufallsvariable X dargestellt:



X ... Anzahl der Joghurtbecher mit Verpackungsfehler
$P(X)$ ... Wahrscheinlichkeit für X Joghurtbecher mit Verpackungsfehler

– Erklären Sie, wie Sie aus der Grafik die Wahrscheinlichkeit ablesen können, dass mindestens 4 Joghurtbecher einen Verpackungsfehler aufweisen.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a) Berechnung des Erwartungswertes: $200 \cdot 4\,\% = 8$

b) Mit Technologie wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass höchstens 5 Becherinhalte verdorben sind, also die Summe der Wahrscheinlichkeiten, dass 0,1, 2, 3, 4 oder 5 Becherinhalte verdorben sind.

$P(X \leq 5)) = 18{,}56\,\%$

c) Die Wahrscheinlichkeit kann mittels der Gegenwahrscheinlichkeit ermittelt werden. Dazu wird die kumulierte Wahrscheinlichkeit für $X = 0$, 1, 2 oder 3 Becher mit Verpackungsfehler abgelesen.

P(„mindestens 4“) = 1 – P(„höchstens 3“)

Eine Lösungsvariante ohne Gegenwahrscheinlichkeit (die nicht sichtbaren Wahrscheinlichkeiten werden vernachlässigt) ist auch zulässig.

Lösungsschlüssel

a) 1 x B für die richtige Berechnung des Erwartungswertes
b) 1 x B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c) 1 x D für die richtige Erklärung

Körpergröße*

Aufgabennummer: A_244

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

An einer Universität werden Daten zur Körpergröße der männlichen Sport-Studenten erhoben.

a) Die Körpergröße von 10 zufällig ausgewählten Studenten wird gemessen.

Körpergröße in cm	168	169	171	174	179	181	182	183	188	191

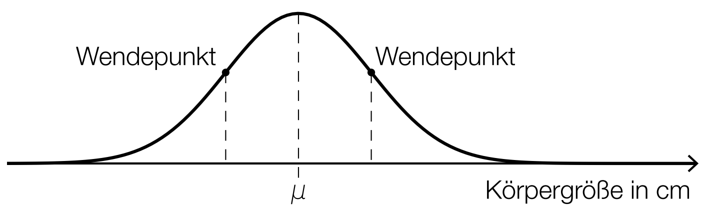
– Berechnen Sie den arithmetischen Mittelwert und die Standardabweichung der Körpergrößen.

Bei der Weiterverarbeitung der Daten wurde aufgrund eines Tippfehlers anstelle eines Messwerts aus der obigen Tabelle eine Körpergröße von mehr als 1 000 cm eingegeben. Dadurch ändert sich der Median von 180,0 cm auf 181,5 cm.

– Geben Sie diejenigen Messwerte an, die für diese fehlerhafte Eingabe in Frage kommen.

b) Man nimmt an, dass die Körpergröße der Studenten mit einem Erwartungswert von μ = 178,0 cm und einer Standardabweichung von σ = 6,5 cm annähernd normalverteilt ist.

– Berechnen Sie diejenige Körpergröße, die von einem zufällig ausgewählten Studenten mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % überschritten wird.
– Veranschaulichen Sie in der nachstehenden Abbildung der Dichtefunktion dieser Normalverteilung die Wahrscheinlichkeit, dass die Körpergröße eines zufällig ausgewählten Studenten im Intervall [165; 191] liegt.



Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

* ehemalige Klausuraufgabe

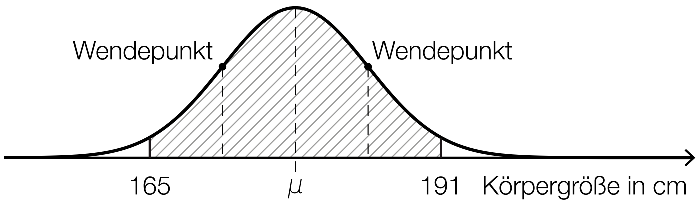
Möglicher Lösungsweg

a) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$\bar{x} = 178{,}6$ cm
$\sigma = 7{,}499\ldots$ cm $\approx 7{,}5$ cm bzw. $s = 7{,}904\ldots$ cm $\approx 7{,}9$ cm

Messwerte, die für die fehlerhafte Eingabe in Frage kommen: 168, 169, 171, 174, 179

b) X … Körpergröße eines zufällig ausgewählten Studenten in cm
$P(X \geq a) = 0{,}8$
Berechnung von a mittels Technologieeinsatz:
$a = 172{,}52\ldots$ cm

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % wird eine Körpergröße von rund 172,5 cm überschritten.



Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung des arithmetischen Mittelwerts und der Standardabweichung
1 × C: für die richtige Angabe aller Werte, die für die fehlerhafte Eingabe in Frage kommen

b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Körpergröße
1 × A: für das richtige Veranschaulichen der Wahrscheinlichkeit in der gegebenen Abbildung (Intervall: $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$)

Lego*

Aufgabennummer: B_409

Technologieeinsatz:	möglich ☐	erforderlich ☒

Legosteine sind Bausteine aus Kunststoff, die von einem dänischen Unternehmen produziert werden.

a) Könnte man 40 Milliarden Legosteine gleicher Höhe aufeinanderstecken, so würde der dabei entstehende „Turm" bis zum Mond reichen. Die Entfernung des Monds von der Erde beträgt etwa 384 400 km.

– Berechnen Sie die Höhe eines Legosteins, der dieser Überlegung zugrunde liegt, in Zentimetern.

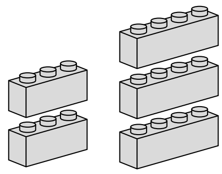
b) Am 80. Jahrestag der Gründung des Unternehmens gab es auf der Welt etwa 564,6 Milliarden Legosteine.

– Kreuzen Sie diejenige Zahl an, die nicht diesem Wert entspricht. *[1 aus 5]*

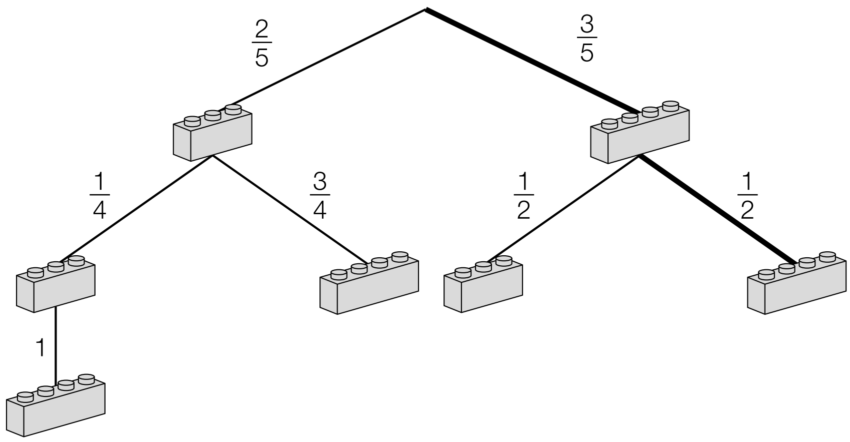
$0{,}5646 \cdot 10^{12}$	☐
$56\,460 \cdot 10^{7}$	☐
$56{,}46 \cdot 10^{10}$	☐
$564{,}6 \cdot 10^{9}$	☐
$564\,600 \cdot 10^{5}$	☐

* ehemalige Klausuraufgabe

c) Tobias spielt mit 5 Legosteinen: 2 Steine mit 3 Noppen in einer Reihe und 3 Steine mit 4 Noppen in einer Reihe (siehe nachstehende Abbildung).



Er zieht zufällig (also ohne die Anzahl der Noppen zu sehen oder zu ertasten) einen Legostein nach dem anderen und legt sie aneinander. Er zieht so lange, bis die entstehende Mauer mindestens 7 Noppen lang ist.
Das nachstehende Baumdiagramm zeigt seine möglichen Züge und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.



– Beschreiben Sie, welches Ereignis *E* durch den fett gezeichneten Pfad beschrieben wird.

Die Zufallsvariable *X* beschreibt die gesamte Anzahl der Noppen in der Mauer.

– Bestimmen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten mithilfe des Baumdiagramms und tragen Sie diese in der nachstehenden Tabelle ein.

x_i	7	8	10
$P(X = x_i)$			

Die Zufallsvariable *Y* beschreibt die Anzahl der Züge, die Tobias benötigt, um eine Mauer mit mindestens 7 Noppen zu erhalten.

– Berechnen Sie den Erwartungswert dieser Zufallsvariablen *Y*.

d) Legosteine unterscheiden sich in der Farbe und in der Anzahl der Noppen.
Es gelten folgende Bezeichnungen:

N … Menge aller Legosteine mit genau 6 Noppen
R … Menge aller Legosteine, die rot sind

– Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $N \cap R$ im gegebenen Sachzusammenhang.
– Beschreiben Sie die Bedeutung der Menge $R \setminus N$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

Möglicher Lösungsweg

a) $\frac{3{,}844 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 10^{10}} = 0{,}961$

Man geht bei dieser Überlegung von einer Höhe von rund 0,96 cm aus.

b)

$564\,600 \cdot 10^5$	☒

c) E ist das Ereignis, dass 2 Steine mit 4 Noppen gezogen werden.

x_i	7	8	10
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{10}$	$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$	$\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{1}{10}$

y_i	2	3
$P(Y = y_i)$	0,9	0,1

$E(Y) = 2 \cdot 0{,}9 + 3 \cdot 0{,}1 = 2{,}1$

d) $N \cap R$ ist die Menge aller Legosteine, die rot sind und genau 6 Noppen haben.

$R \backslash N$ ist die Menge aller Legosteine, die rot sind und nicht genau 6 Noppen haben.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Höhe der Legosteine in cm

b) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

c) 1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses im gegebenen Sachzusammenhang
1 × B1: für das richtige Bestimmen der Wahrscheinlichkeiten
1 × A: für die richtige Modellbildung
1 × B2: für die richtige Berechnung des Erwartungswerts

d) 1 × C1: für die richtige Beschreibung von $N \cap R$ im gegebenen Sachzusammenhang
1 × C2: für die richtige Beschreibung von $R \backslash N$ im gegebenen Sachzusammenhang

Leuchtmittel*

Aufgabennummer: A_109

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

In einem Betrieb werden Leuchtmittel erzeugt. Untersuchungen haben ergeben, dass 5 % der erzeugten Leuchtmittel fehlerhaft sind. Die übrigen Leuchtmittel funktionieren einwandfrei. Nun wird eine Stichprobe vom Umfang n = 100 untersucht.

a) – Erklären Sie, warum die Binomialverteilung hier als Modell zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten verwendet werden kann.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass 6 oder 7 fehlerhafte Leuchtmittel in der Stichprobe zu finden sind.

c) – Beschreiben Sie, welche Wahrscheinlichkeit durch den Ausdruck

$$0{,}05^4 \cdot 0{,}95^{96} \cdot \binom{100}{4}$$

berechnet wird.

d) Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe 5 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden, beträgt 18 %.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in 2 unabhängigen Stichproben gleichen Umfangs jeweils 5 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a) Es gibt genau 2 Möglichkeiten des Ausgangs: „fehlerhaft“ oder „nicht fehlerhaft“.
Die Versuche sind voneinander unabhängig.
Die Wahrscheinlichkeiten bleiben konstant.

b) $P(X = 6) + P(X = 7) = 0{,}1500 + 0{,}1060 = 0{,}2560$
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit beträgt 25,60 %.

c) Durch diesen Ausdruck kann man die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass in der Stichprobe genau 4 fehlerhafte Leuchtmittel gefunden werden.

d) Nach dem Multiplikationssatz für unabhängige Ereignisse ergibt sich für die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $0{,}18 \cdot 0{,}18 = 0{,}0324 \approx 3{,}24\ \%$.

Lösungsschlüssel

a) 1 × D für die richtigen Erklärungen zur Verwendung der Binomialverteilung
b) 1 × B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
c) 1 × C für die richtige Beschreibung zur berechneten Wahrscheinlichkeit
d) 1 × B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

Ölbohrungen*

Aufgabennummer: B_221

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Eine Ölgesellschaft führt Probebohrungen in Texas und in Alaska durch. Erfahrungsgemäß findet man bei einer Bohrung in Texas mit einer Wahrscheinlichkeit von 85 % und bei einer Bohrung in Alaska mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % Öl.

a) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nur in Texas oder nur in Alaska Öl gefunden wird, wenn die beiden Bohrungen unabhängig voneinander sind.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, in höchstens einem der beiden US-Bundesstaaten Öl zu finden, wenn die beiden Bohrungen unabhängig voneinander sind.
– Erklären Sie, welchen Vorteil eine Berechnung mittels Gegenwahrscheinlichkeit hier hat.

c) – Berechnen Sie, wie viele Bohrungen in Alaska zumindest notwendig sind, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit Öl zu finden.
– Beschreiben Sie, wie sich die gesuchte Anzahl der Bohrungen verändert, wenn eine 95%ige Wahrscheinlichkeit, Öl zu finden, ausreichend ist.

d) Von allen Arbeiter/innen der Ölgesellschaft arbeiten 30 % in Alaska, die übrigen bei Bohrungen in Texas. Insgesamt sprechen 65 % aller Arbeiter/innen Spanisch. Ein Sechstel aller in Alaska tätigen Arbeiter/innen spricht Spanisch.

– Übertragen Sie die Werte der Angabe in die entsprechenden Felder der untenstehenden Vierfeldertafel.
– Ermitteln Sie die Werte der restlichen Felder und tragen Sie diese in die entsprechenden Felder ein.

	Arbeiter/innen in Alaska	Arbeiter/innen in Texas	Summe
Spanisch sprechend			
nicht Spanisch sprechend			
Summe			

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a) $P(T \cap A') + P(T' \cap A) = 0{,}85 \cdot 0{,}35 + 0{,}15 \cdot 0{,}65 = 0{,}395 = 39{,}5\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass nur in Texas oder nur in Alaska Öl gefunden wird, beträgt 39,5 %.

b) $1 - P(T \cap A) = 1 - 0{,}85 \cdot 0{,}65 = 0{,}4475 = 44{,}75\ \%$
Die Wahrscheinlichkeit, in höchstens einem der beiden US-Bundesstaaten Öl zu finden, beträgt 44,75 %.
Bei einer Berechnung mithilfe der Gegenwahrscheinlichkeit hat man den Vorteil, dass man nur die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis – nämlich das Ereignis, dass bei beiden Bohrungen Öl gefunden wird – berechnen muss.

c) $1 - 0{,}35^n = 0{,}99$
Berechnung mithilfe von Technologie: $n \approx 4{,}4$

Es sind zumindest 5 Bohrungen in Alaska notwendig, um mit mindestens 99%iger Wahrscheinlichkeit Öl zu finden.
Ist nur eine 95%ige Sicherheit gefordert, so ist die Anzahl der notwendigen Bohrungen geringer.

d)

	Arbeiter/innen in Alaska	Arbeiter/innen in Texas	Summe
Spanisch sprechend	**5 %**	60 %	**65 %**
nicht Spanisch sprechend	25 %	10 %	35 %
Summe	**30 %**	70 %	

Die hervorgehobenen Werte in der obenstehenden Tabelle sind diejenigen, die aus der Angabe übertragen wurden.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
b) 1 × B für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × D für die richtige Erklärung zur Gegenwahrscheinlichkeit
c) 1 × B für die richtige Berechnung der Anzahl der notwendigen Bohrungen
1 × C für die richtige Beschreibung zur Veränderung der notwendigen Bohrungen
d) 1 × A für das richtige Übertragen der Werte in die Vierfeldertafel
1 × B für das richtige Ermitteln der fehlenden Werte

Pizzalieferdienst*

Aufgabennummer: A_264

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Eine Pizzeria liefert Pizzen auf Bestellung aus. Die Kunden sollen möglichst schnell beliefert werden, damit die Pizzen bei der Zustellung noch heiß sind.

a) Für 100 Pizzen wurden die Zustellzeiten erhoben und in 6 Klassen eingeteilt:

Klasse	Zustellzeit in Minuten	Klassenmitte	absolute Häufigkeit
1	[0; 10[	5	4
2	[10; 20[	15	48
3	[20; 30[	25	27
4	[30; 40[	35	11
5	[40; 50[	45	5
6	[50; 60[	55	5

– Geben Sie an, in welcher Klasse der Median der Zustellzeiten liegt.

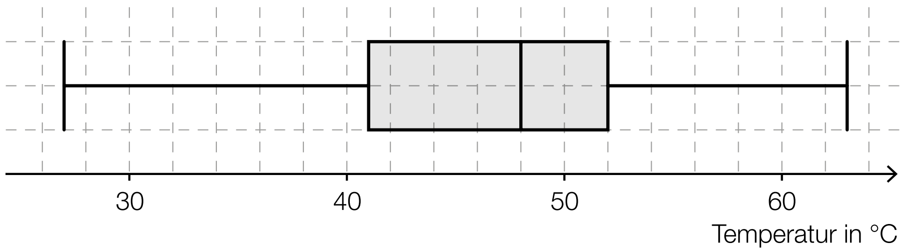
Mithilfe der Klassenmitten können das arithmetische Mittel $\bar{x}$ und die Standardabweichung s der Zustellzeiten näherungsweise berechnet werden.
Es gilt: $\bar{x} = 23$ min

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, mit dem die zugehörige Standardabweichung s der Zustellzeiten berechnet werden kann.

$\sqrt{\frac{(5-23)+(15-23)+(25-23)+(35-23)+(45-23)+(55-23)}{6}}$	☐
$\sqrt{\frac{(5-23)^2+(15-23)^2+(25-23)^2+(35-23)^2+(45-23)^2+(55-23)^2}{6}}$	☐
$\sqrt{\frac{(5-23)^2\cdot 4+(15-23)^2\cdot 48+(25-23)^2\cdot 27+(35-23)^2\cdot 11+(45-23)^2\cdot 5+(55-23)^2\cdot 5}{6}}$	☐
$\sqrt{\frac{(5-23)^2\cdot 4+(15-23)^2\cdot 48+(25-23)^2\cdot 27+(35-23)^2\cdot 11+(45-23)^2\cdot 5+(55-23)^2\cdot 5}{100}}$	☐
$\sqrt{\frac{(4-23)^2\cdot 5+(48-23)^2\cdot 15+(27-23)^2\cdot 25+(11-23)^2\cdot 35+(5-23)^2\cdot 45+(5-23)^2\cdot 55}{100}}$	☐

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Bei einer statistischen Erhebung wurde die Temperatur der gelieferten Pizzen untersucht. Die erhobenen Daten sind im folgenden Boxplot dargestellt:

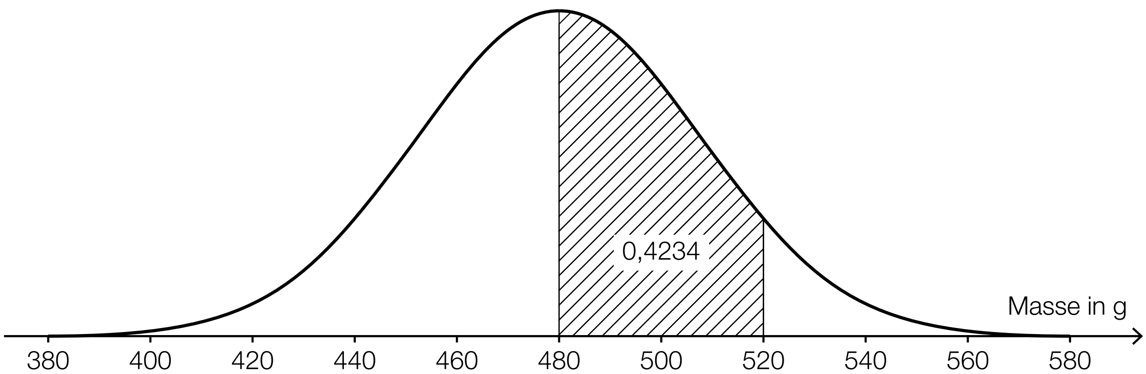


Es wird auf Basis dieses Boxplots behauptet: „Mindestens 80 % der gelieferten Pizzen haben eine Temperatur von über 45 °C."

– Argumentieren Sie anhand des obigen Boxplots, dass diese Behauptung falsch ist.

c) Die Masse der Pizzen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 480$ g.

In der nachstehenden Darstellung der Dichtefunktion ist diejenige Fläche markiert, die der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass die Masse einer zufällig ausgewählten Pizza zwischen 480 g und 520 g liegt.



– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza eine Masse von mindestens 520 g hat.
– Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Dichtefunktion einer Normalverteilung mit einem Erwartungswert von 520 g und einer kleineren Standardabweichung als jener der gegebenen Dichtefunktion.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

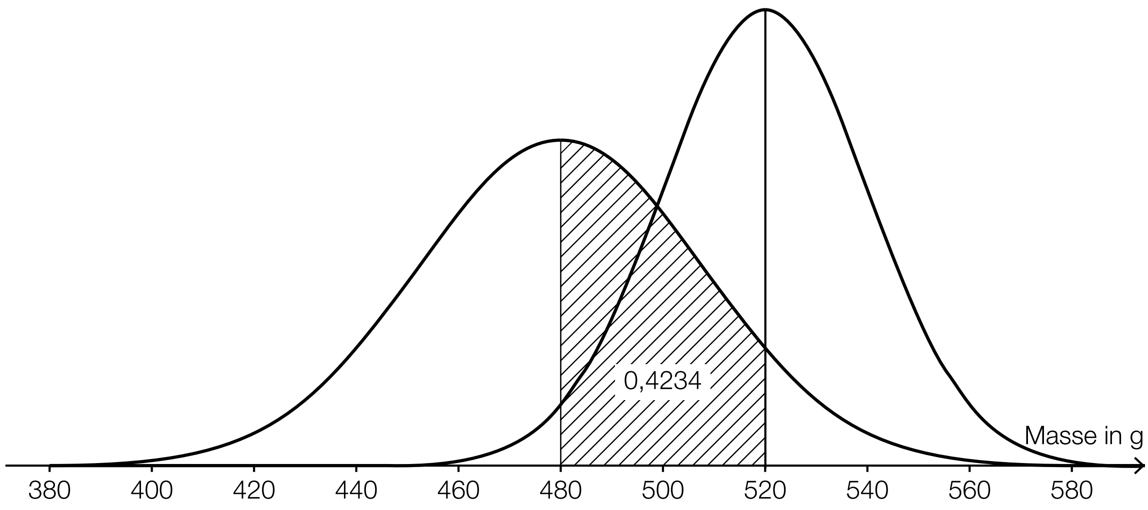
Möglicher Lösungsweg

a) Der Median liegt in der Klasse 2.

$\sqrt{\dfrac{(5-23)^2 \cdot 4 + (15-23)^2 \cdot 48 + (25-23)^2 \cdot 27 + (35-23)^2 \cdot 11 + (45-23)^2 \cdot 5 + (55-23)^2 \cdot 5}{100}}$	☒

b) Es gilt, dass mindestens 25 % der Werte kleiner oder gleich $q_1 = 41$ °C sind. Daher können nicht mindestens 80 % der gelieferten Pizzen eine Temperatur von über 45 °C haben.

c) Wegen der Symmetrie der Glockenkurve gilt:
$P(X \geq 520) = 0{,}5 - 0{,}4234 = 0{,}0766$
X ... Masse in g



Lösungsschlüssel

a) 1 × C1: für die richtige Angabe derjenigen Klasse, in der der Median liegt
   1 × C2: für das richtige Ankreuzen

b) 1 × D: für die richtige Argumentation

c) 1 × B: für das richtige Ermitteln der Wahrscheinlichkeit
   1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Dichtefunktion (Maximumstelle bei 520 g, Glockenkurve höher und schmäler als in der gegebenen Darstellung)

Produktion von Rucksäcken*

Aufgabennummer: A_210

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Bei der Produktion von Rucksäcken treten erfahrungsgemäß 3 verschiedene Fehlerarten unabhängig voneinander auf.

P(„Nahtfehler") = 2 %

P(„Reißverschlussdefekt") = 3 %

P(„Farbfehler") = 1 %

a) Ein Rucksack wird zufällig ausgewählt und überprüft. Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis E wird mit $P(E) = 0{,}02 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}99$ berechnet.

– Geben Sie ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit so berechnet wird.

b) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Rucksack mindestens 1 dieser 3 Fehlerarten aufweist.
– Erklären Sie, warum die Berechnung mittels Gegenwahrscheinlichkeit hier weniger aufwendig ist.

c) – Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Zufallsstichprobe von 100 Stück weniger als 3 Rucksäcke mit Reißverschlussdefekt vorhanden sind.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

* ehemalige Klausuraufgabe

Möglicher Lösungsweg

a) Es wird die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis berechnet, dass ein zufällig kontrollierter Rucksack Nahtfehler, aber keine der beiden anderen Fehlerarten aufweist.

b) $P(\text{„mindestens 1 Fehler“}) = 1 - P(\text{„kein Fehler“}) = 1 - 0{,}98 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}99 = 0{,}0589... \approx 5{,}9\ \%$

Bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Rucksack mindestens 1 dieser 3 Fehler aufweist, muss bei der Verwendung der Gegenwahrscheinlichkeit nur 1 Ereignis, nämlich das Ereignis, dass kein Fehler auftritt, betrachtet werden. Bei einer direkten Berechnung müssten die Wahrscheinlichkeiten für eine Vielzahl von Ereignissen berechnet und addiert werden.

c) Berechnung mittels Binomialverteilung: $n = 100$ und $p = 0{,}03$
$P(X < 3) = 0{,}41977\ldots \approx 41{,}98\ \%$

Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für die richtige Angabe des Ereignisses (es muss auch klar erkennbar sein, dass die beiden anderen Fehlerarten nicht auftreten)

b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit
1 × D: für die richtige Erklärung zur Gegenwahrscheinlichkeit

c) 1 × A: für das Erkennen des richtigen Wahrscheinlichkeitsmodells (Binomialverteilung)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

Regentage in Gmunden

Aufgabennummer: B_253

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

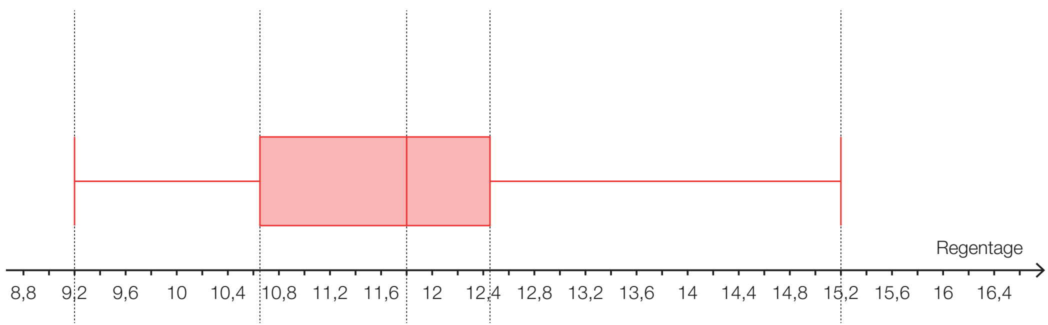
Die angeführte Tabelle zeigt die durchschnittliche Anzahl der Regentage in Gmunden (Oberösterreich) für die Monate Juni bis September.

Monat	durchschnittliche Anzahl der Regentage
Juni	15,2
Juli	13,8
August	12,3
September	11,0

a) Eine Familie macht im Juli Sommerurlaub in Gmunden und bleibt 5 Tage.
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass während ihrer Urlaubstage nicht mehr als ein Regentag vorkommt. Vorausgesetzt wird dabei eine annähernde Unabhängigkeit der Regentage.

b) In einem Hotel kostet eine bestimmte Zimmerkategorie € 75 pro Übernachtung. Der Hotelier hat für den Monat August nun folgende Idee:
Hotelgäste sollen für jeden Regentag nur mehr die Hälfte bezahlen. Damit der durchschnittliche Zimmerpreis von € 75 erhalten bleibt, erhöht der Hotelier den offiziellen Zimmerpreis.
– Berechnen Sie, wie hoch er den neuen Zimmerpreis ansetzen muss.

c) Die untenstehende Grafik zeigt einen Boxplot über die durchschnittliche Anzahl von Regentagen pro Monat während eines Jahres in Gmunden.



– Lesen Sie aus dem Boxplot folgende Kenngrößen ab: Spannweite, Median, unteres Quartil, oberes Quartil.
– Interpretieren Sie die Lage des Medians in Bezug auf die Verteilung der Daten.

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein.

Möglicher Lösungsweg

a) Die Anzahl der Regentage ist 0 oder 1.
$P(0 \text{ oder } 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$.
Die Wahrscheinlichkeiten können mit der Formel für die Binomialverteilung ausgerechnet werden.
Wahrscheinlichkeit für einen Regentag: $p_{\mathrm{R}} = \frac{13{,}8}{31} = 0{,}445$
$P(X = 0) = P(\text{„}\textit{nur regenfreie Tage}\text{“}) = (1 - 0{,}445)^5 = 0{,}053$
$P(X = 1) = 5 \cdot 0{,}445 \cdot (1 - 0{,}445)^4 = 0{,}211$
$P(X = 0) + P(X = 1) = 0{,}264$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,264 (bzw. 26,4 %) wird die Familie nicht mehr als einen Regentag in ihrem Urlaub haben.
(Eine Lösung auf der Basis 1 Monat = 30 Tage kann auch akzeptiert werden.)

b) Formel für den Erwartungswert: $E(X) = \sum x_i \cdot p_i$
A … Preis des Angebots
Wahrscheinlichkeit für einen Regentag im August: $p_{\mathrm{R}} = \frac{12{,}3}{31} = 0{,}397$
$75 = 0{,}397 \cdot A \cdot 0{,}5 + (1 - 0{,}397) \cdot A$
$75 = 0{,}8015 \cdot A$
$A = 93{,}56$
Der Hotelier müsste einen Preis von € 93,56 pro Übernachtung veranschlagen, um mit einem durchschnittlichen Preis von € 75 pro Übernachtung auszusteigen.

c) Die Spannweite liegt zwischen 9,2 und 15,2 Regentagen, sie beträgt also 6 Regentage. Der Median liegt bei 11,8 Regentagen, das untere Quartil etwa bei 10,6 und das obere Quartil bei 12,4 Regentagen.
Der Median liegt nicht in der Mitte des Boxplots, sondern näher am linken Rand. Die Verteilung der Daten ist daher nicht symmetrisch. Die Daten rechts vom Median sind breiter gestreut.
(Für die Kennzahlen können aufgrund der Ablesegenauigkeit auch ähnliche Werte angegeben werden.)

Klassifikation

☐ Teil A ☒ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 5 Stochastik
c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) A Modellieren und Transferieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) –
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) –

Schwierigkeitsgrad:

a) leicht
b) mittel
c) leicht

Punkteanzahl:

a) 2
b) 2
c) 2

Thema: Tourismus

Quelle: Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik (ZAMG)

Reinanken

Aufgabennummer: A_029

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

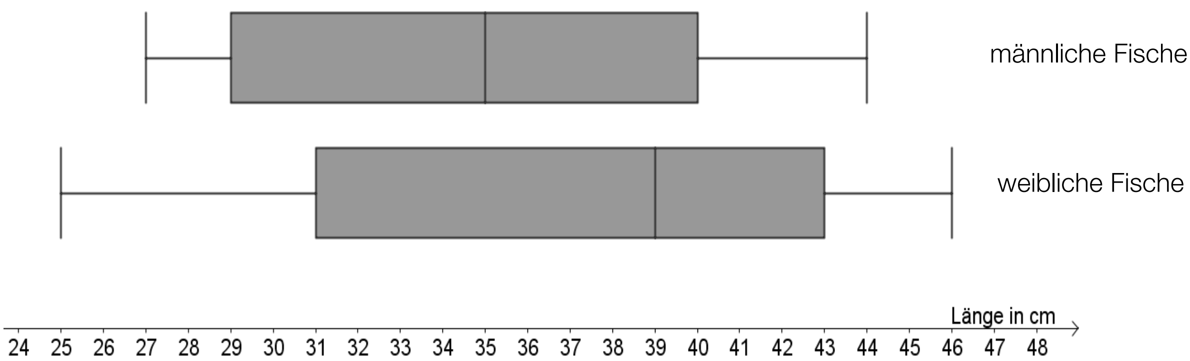
Man hat Längenmessungen an einer bestimmten Sorte von Fischen (Reinanken) im Wörthersee durchgeführt und tabellarisch festgehalten. Die Altersklasse von Fischen wurde dabei in Lebens-Sommern („sömmrig“) angegeben.

Altersklasse (sömmrig)	männliche Fische	weibliche Fische	mittlere Länge in cm
3	18	4	31,4
4	28	10	34,7
5	22	12	38
6	12	8	40,3
7	8	14	44
8	2	10	46,9

a) Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten für das Vorkommen weiblicher Fische in den unterschiedlichen Altersklassen bezogen auf die Gesamtzahl der Fische in der jeweiligen Altersklasse. Stellen Sie diese relativen Häufigkeiten in einem Säulendiagramm dar.

b) Berechnen Sie das arithmetische Mittel der mittleren Längen für alle gefangenen Fische und erklären Sie Ihre Vorgehensweise.

c) Bei einer Untersuchung der Längen von männlichen und weiblichen Fischen wurden die untenstehenden Boxplot-Diagramme ermittelt. Es wurden jeweils 120 Fische untersucht.



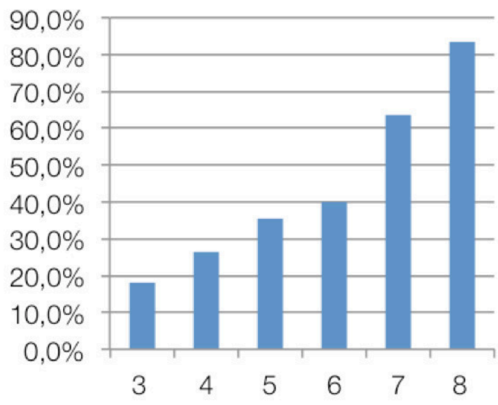
Vergleichen Sie die Diagramme der männlichen und der weiblichen Fische bezüglich der Aussage des in diesem Boxplot-Diagramm veranschaulichten Parameters *Spannweite*.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a) Relative Häufigkeit weiblicher Fische

Altersklasse (sömmrig)	relative Häufigkeit weiblicher Fische in Prozent
3	18,2 %
4	26,3 %
5	35,3 %
6	40,0 %
7	63,6 %
8	83,3 %



Alter in Sommern

b)

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{6} x_i \cdot h_i \approx 38{,}1 \text{ cm}$$

Die einzelnen Werte x_i (mittlere Fischlänge in cm) werden mit der absoluten Häufigkeit h_i ihres Auftretens multipliziert und danach addiert. Diese Summe wird dann durch die Gesamtzahl der Werte n dividiert.
(Oder einfach: Alle Werte werden addiert und diese Summe wird danach durch die Anzahl der Werte dividiert.)

Die mittlere Länge aller gefangenen Fische beträgt ca. 38 cm.

c) Die Spannweite, also die Differenz zwischen dem kleinsten und dem größten Fisch, ist bei den weiblichen Fischen größer. Sie weisen also hinsichtlich der Länge eine größere Streuung auf:

– weibliche Fische: Min.: 25 cm Max.: 46 cm
– männliche Fische: Min.: 27 cm Max.: 44 cm

Die größten, aber auch die kleinsten Fische sind also weiblich.

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 5 Stochastik
b) 5 Stochastik
c) 5 Stochastik

Nebeninhaltsdimension:

a) –
b) –
c) –

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) B Operieren und Technologieeinsatz
b) D Argumentieren und Kommunizieren
c) C Interpretieren und Dokumentieren

Nebenhandlungsdimension:

a) A Modellieren und Transferieren
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) –

Schwierigkeitsgrad:	Punkteanzahl:
a) mittel	a) 2
b) mittel	b) 2
c) leicht	c) 2

Thema: Biologie

Quellen: –

Vergnügungspark (2)*

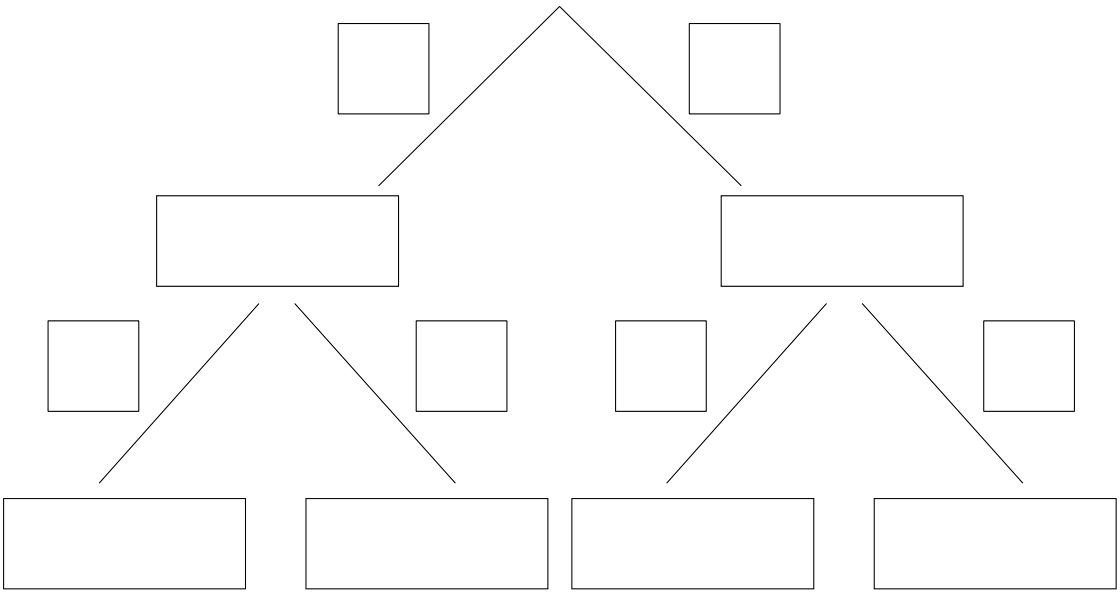
Aufgabennummer: A_249

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

a) Bei einer Besucherbefragung in einem Vergnügungspark wurden folgende Daten erhoben:

60 % der Besucher sind aus dem Inland. Die Besucher aus dem Inland reisen zu 45 % mit dem PKW an, die restlichen Besucher aus dem Inland mit öffentlichen Verkehrsmitteln. 90 % der Besucher aus dem Ausland reisen mit öffentlichen Verkehrsmitteln an, die restlichen Besucher aus dem Ausland mit dem PKW.

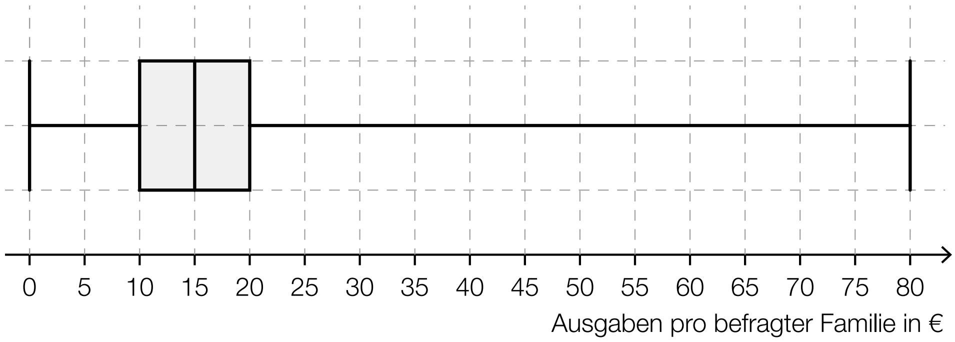
– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



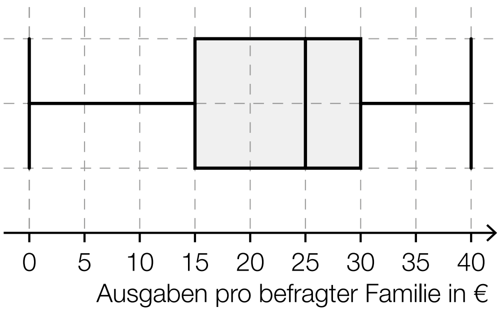
b) In einem Vergnügungspark werden Familien nach ihren Ausgaben befragt.

Die beiden nachstehenden Boxplots veranschaulichen die Ausgaben der befragten Familien für die Attraktionen und jene für Essen und Getränke.

Attraktionen:



Essen und Getränke:



Andreas behauptet, aus den beiden Boxplots Folgendes ablesen zu können: „Es gibt mit Sicherheit mindestens eine Familie, die insgesamt 120 Euro für Attraktionen sowie Essen und Getränke ausgibt."

– Argumentieren Sie, dass die Behauptung von Andreas falsch ist.

c) Aus Erfahrung weiß man, dass eine bestimmte Attraktion des Vergnügungsparks von jeder Person mit der Wahrscheinlichkeit p genutzt wird.

Es werden 10 Personen zufällig ausgewählt.

– Kreuzen Sie dasjenige Ereignis E an, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:

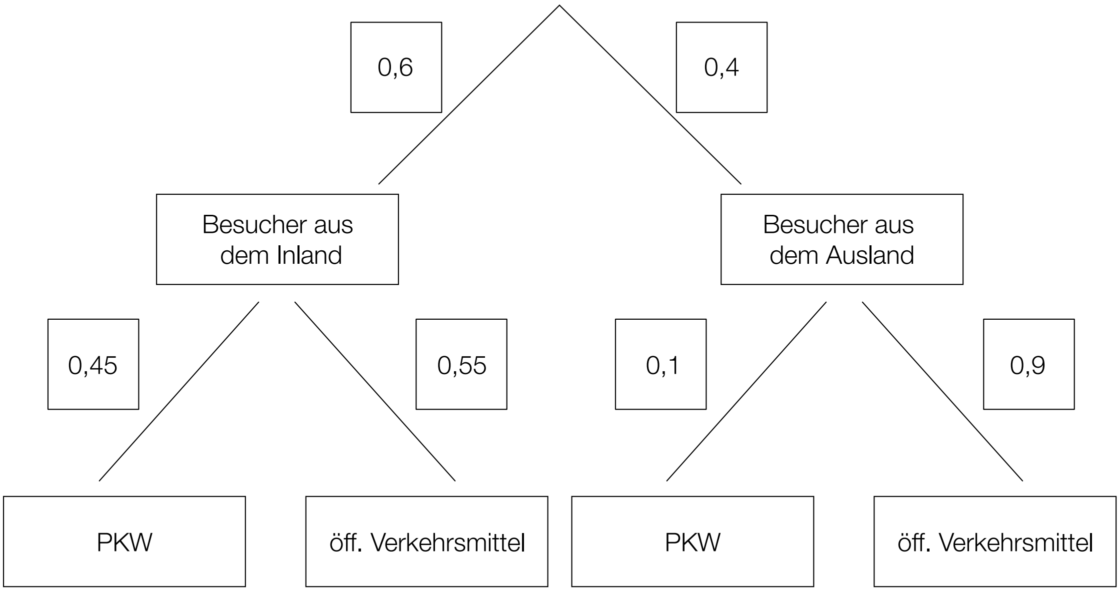
$P(E) = \binom{10}{3} \cdot p^3 \cdot (1-p)^7$ *[1 aus 5]*

Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Maximal 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Mindestens 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Genau 7 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐
Höchstens 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☐

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



b) Die Behauptung von Andreas ist falsch, weil nicht sicher ist, dass dieselbe Familie die maximalen Beträge von 80 Euro für Attraktionen und von 40 Euro für Essen und Getränke ausgibt.

c)

Genau 3 der 10 Personen nutzen die Attraktion.	☒

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms

b) 1 × D: für die richtige Argumentation

c) 1 × C: für das richtige Ankreuzen

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Wahlmöglichkeiten beim Fliegen*

Aufgabennummer: A_265

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

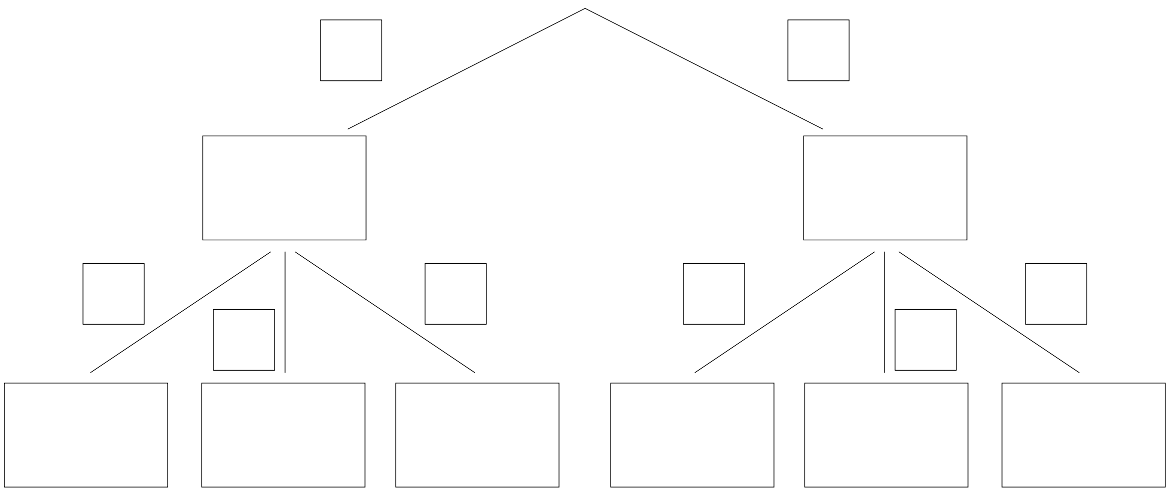
a) Beim Buchen eines Fluges kann man zwischen der Economy Class (E) und der Business Class (B) wählen. In jeder der beiden Klassen muss man entweder einen Fensterplatz (F), einen Platz am Gang (G) oder einen Platz in der Mitte (M) wählen.

Erfahrungsgemäß wählen 90 % der Fluggäste die Economy Class, die übrigen 10 % wählen die Business Class.

Von den Fluggästen der Business Class wünschen sich 80 % einen Fensterplatz und 10 % einen Platz in der Mitte.

Von den Fluggästen der Economy Class wünschen sich 75 % einen Fensterplatz und 15 % einen Platz am Gang.

– Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm so, dass es den beschriebenen Sachverhalt wiedergibt.



– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein zufällig ausgewählter Fluggast einen Fensterplatz wünscht.

* ehemalige Klausuraufgabe

b) Auf einem Flug mit Verpflegung steht auch ein vegetarisches Gericht zur Auswahl. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fluggast das vegetarische Gericht wählt, beträgt p. Die Wahl jedes Fluggastes wird unabhängig von jener der anderen Fluggäste getroffen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens einer der insgesamt n Fluggäste das vegetarische Gericht wählt, beträgt 99 %.

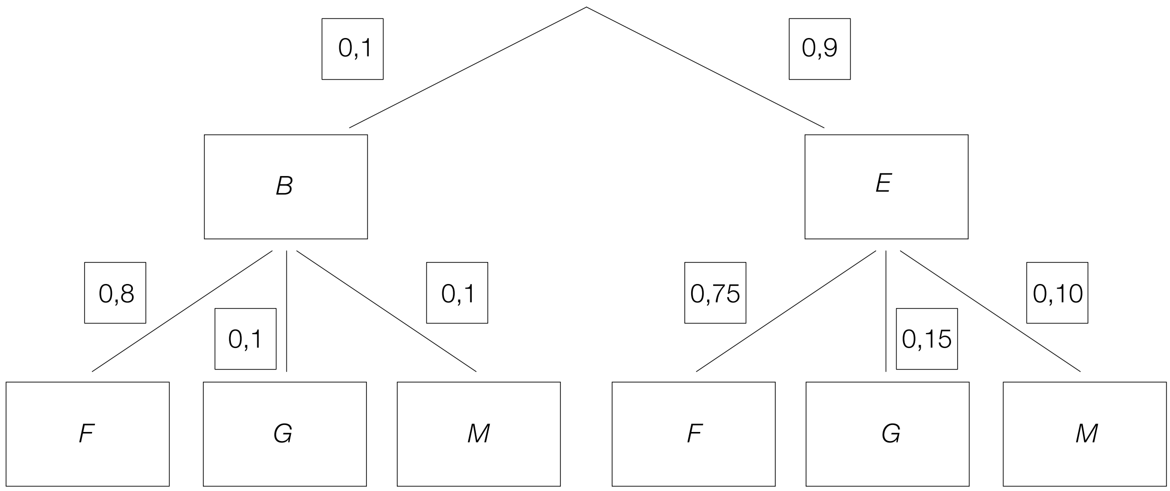
– Kreuzen Sie die für diesen Zusammenhang zutreffende Gleichung an. *[1 aus 5]*

$1 - (1 - p)^n = 0{,}99$	☐
$(1 - p)^n = 0{,}99$	☐
$1 - (1 - p)^n = 0{,}01$	☐
$1 - p^n = 0{,}01$	☐
$1 - p^n = 0{,}99$	☐

Hinweis zur Aufgabe:
Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Möglicher Lösungsweg

a)



P(„Fensterplatz“) = $0{,}1 \cdot 0{,}8 + 0{,}9 \cdot 0{,}75 = 0{,}755$

b)

$1 - (1 - p)^n = 0{,}99$	☒

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms
1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit

b) 1 × C: für das richtige Ankreuzen