

# Zufallsstreubereich

Rookie Level.....	2
Belastung_von_Bauteilen (B_069) .....	2
Benutzerfreundlichkeit von Websites * (B_422) .....	2
CO2-Gehalt der Luft * (B_398) .....	2
Schadstoffausbreitung (2) * (B_048) .....	2
Schallschutzwaende_1 (B_029) .....	2
Solarzelle (B_262) .....	3
Viskositaeten_von_Fluessigkeiten (B_112) .....	3
Roboter (2) * (B_345) .....	3
Widerstaende (2) * (B_396) .....	3
Wirkstoffkonzentration (B_369) .....	3
Pro Level .....	4
Laenge eines Werkstuecks * (B_309) .....	4
Widerstandstemperatursensoren * (B_430) .....	4
LED-Lampen (5) * (B_346) .....	4
Verbinder (B_274) .....	5
Durchmesser einer Stahlwelle * (B_019) .....	5
Linienbus (B_070) .....	6
Gastwirtschaft* (B_443) .....	6
All Star Level .....	7
Lösungen.....	8
Rookie Level .....	8
Pro Level.....	11
All Star Level.....	14

## Rookie Level

### Belastung\_von\_Bauteilen (B\_069)

- a) Das Unternehmen behauptet, dass der Erwartungswert der Belastung, der die Bauteile standhalten,  $\mu = 120$  Newton (N) beträgt.

Eine Stichprobe ergab folgende Werte:

118,5 N	122 N	120,5 N	117 N	118,5 N	121 N	121,5 N	119,5 N
---------	-------	---------	-------	---------	-------	---------	---------

- Ermitteln Sie den Stichprobenmittelwert  $\bar{x}$  und die Stichprobenstandardabweichung  $s$  dieser Stichprobe.
- Überprüfen Sie mithilfe eines 95%-Vertrauensbereichs für  $\mu$ , ob die Behauptung des Unternehmens durch diese Stichprobe untermauert werden kann.

### Benutzerfreundlichkeit von Websites \* (B\_422)

- b) Die Anzahl der täglichen Zugriffe auf eine bestimmte Website kann als annähernd normalverteilt angenommen werden. Eine Zufallsstichprobe von 10 Werten wurde erhoben:

9730	9932	8960	10488	9842	10340	10234	9549	9751	10190
------	------	------	-------	------	-------	-------	------	------	-------

- Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung dieser Zufallsstichprobe.
- Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$  der Normalverteilung.

### CO<sub>2</sub>-Gehalt der Luft \* (B\_398)

- b) In Schulklassen ist der CO<sub>2</sub>-Gehalt an Wintertagen nach 2 Unterrichtsstunden annähernd normalverteilt. Eine Stichprobe in 7 zufällig ausgewählten Klassen ergibt folgende Werte:

CO <sub>2</sub> -Gehalt in ppm	2500	2780	3500	4000	2800	2740	3850
--------------------------------	------	------	------	------	------	------	------

- Berechnen Sie den Stichprobenmittelwert und die Stichprobenstandardabweichung dieser Messwerte.
- Ermitteln Sie den zweiseitigen 95%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert  $\mu$ .

### Schadstoffausbreitung (2) \* (B\_048)

- a) Es werden Messungen an 10 Tagen vorgenommen:

Schadstoffkonzentration in mg/m <sup>3</sup>	152	166	149	153	172	147	157	164	157	168
--	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Berechnen Sie den Stichprobenmittelwert  $\bar{x}$ .
- Ermitteln Sie das 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$ , wenn bekannt ist, dass die Standardabweichung  $\sigma = 8,5$  mg/m<sup>3</sup> beträgt.

### Schallschutzwände\_1 (B\_029)

- b) Die Längen  $X$  von Lärmschutzwänden eines bestimmten Herstellers sind normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu$  und der Standardabweichung  $\sigma = 3,5$  mm. Bei einer Stichprobe von 20 Stück wird eine mittlere Länge von  $\bar{x} = 3998,9$  mm festgestellt.

– Ermitteln Sie das 98%-Konfidenzintervall für  $\mu$ .

Der Hersteller gibt eine Länge von  $\mu = 4000$  mm an.

– Beurteilen Sie die Angabe des Herstellers aufgrund dieses Konfidenzintervalls.

## Solarzelle (B\_262)

- c) Der Energieertrag von Photovoltaikanlagen eines bestimmten Typs ist annähernd normalverteilt mit einer Standardabweichung  $\sigma = 6$  Kilowattstunden (kWh).

Für 10 zufällig ausgewählte Anlagen dieses Typs wurden folgende Energieerträge in kWh gemessen:

195	198	210	204	196	202	210	199	192	201
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Berechnen Sie den Stichprobenmittelwert  $\bar{x}$ .
- Ermitteln Sie das 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$  des Energieertrags.
- Beschreiben Sie, wie sich die Breite des Konfidenzintervalls ändert, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  kleiner wird.

## Viskositäten von Flüssigkeiten (B\_112)

- c) Die Viskosität eines bestimmten Rapsöls ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 160$  Millipascal · Sekunde (mPa · s) mit einer Standardabweichung  $\sigma = 3$  mPa · s. Aus verfahrenstechnischen Gründen wurde bei der Pressung die Temperatur verändert. Anschließend wurden 6 Proben gezogen und deren Viskositäten gemessen.

Viskosität in mPa · s	162	156	155	157	160	162
-----------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Überprüfen Sie mithilfe eines symmetrischen 95%-Vertrauensbereichs, ob man von einer Veränderung des Erwartungswerts ausgehen sollte.
- Begründen Sie, warum sich die Breite des Vertrauensbereichs verringert, wenn bei gleicher Irrtumswahrscheinlichkeit die Stichprobenanzahl erhöht wird.

## Roboter (2) \* (B\_345)

- d) Für Schweißroboter werden Schweißelektroden benötigt. Ein Unternehmen liefert Elektroden, deren Längen annähernd normalverteilt mit  $\mu = 300$  mm und  $\sigma = 5$  mm sind. Man entnimmt einer umfangreichen Lieferung eine Zufallsstichprobe von 20 Schweißelektroden.
- Ermitteln Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem der Stichprobenmittelwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt.

## Widerstände (2) \* (B\_396)

- a) Bei der Produktion von elektrischen Widerständen können die Widerstandswerte als normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 100,0 \Omega$  und der Standardabweichung  $\sigma = 3,2 \Omega$  angenommen werden. Eine Zufallsstichprobe von 20 Widerständen wird untersucht.
- Berechnen Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem der Stichprobenmittelwert der Widerstandswerte mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % liegt.

## Wirkstoffkonzentration (B\_369)

- d) Für die Wirksamkeit eines Medikaments ist eine bestimmte Konzentration eines Wirkstoffs im Blut notwendig. Im Rahmen einer Versuchsreihe wurden folgende Zeiten von der Verabreichung bis zum Erreichen dieser Konzentration bei verschiedenen Personen gemessen (Zeit in Minuten):

60	48	50	65	69	53	64	57	67	56
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der vorliegenden Daten.
- Ermitteln Sie den Vertrauensbereich für  $\mu$  mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 1 \%$ , wenn davon ausgegangen wird, dass die Zeiten normalverteilt sind.

## Pro Level

### Laenge eines Werkstuecks \* (B\_309)

- a) Die Länge eines Werkstücks ist normalverteilt mit  $\mu = 72,3$  mm und  $\sigma = 0,5$  mm. Im Rahmen der Qualitätssicherung werden Stichproben vom Umfang  $n = 7$  entnommen.

Für jede Stichprobe wird der Mittelwert der Längen bestimmt.

- Geben Sie die Parameter der Verteilung der Stichprobenmittelwerte  $\bar{X}$  an.
- Berechnen Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreuungsbereich, in dem erwartungsgemäß 95 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.
- Beschreiben Sie, wie sich der Stichprobenumfang ändern muss, damit sich die Breite dieses 95-%-Zufallsstreuungsbereichs halbiert.
- Begründen Sie, warum das Maximum der Dichtefunktion der Stichprobenmittelwerte  $\bar{X}$  für  $n = 7$  größer ist als jenes für  $n = 5$ .

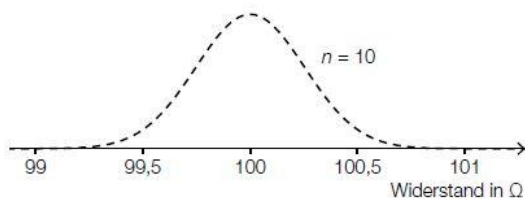
### Widerstandstemperatursensoren \* (B\_430)

- b) Ein Unternehmen produziert Widerstandstemperatursensoren. Der Widerstand dieser Sensoren bei 0 °C ist annähernd normalverteilt mit  $\mu = 100 \Omega$  und  $\sigma = 0,8 \Omega$ .

Eine Zufallsstichprobe von 10 Sensoren wird der Produktion entnommen, und es wird jeweils der Widerstand bei 0 °C gemessen.

- Geben Sie die geschätzten Parameter der Verteilung der Stichprobenmittelwerte an.
- Ermitteln Sie den zum Erwartungswert  $\mu$  symmetrischen Zufallsstreuungsbereich, in dem erwartungsgemäß 98 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Dichtefunktion der Verteilung der Stichprobenmittelwerte für eine Zufallsstichprobe von  $n = 10$  Sensoren strichliert dargestellt.



- Skizzieren Sie in der obigen Abbildung einen möglichen Graphen der Dichtefunktion für einen Stichprobenumfang  $n > 10$ .

### LED-Lampen (5) \* (B\_346)

- b) Laut einem Ratgeber für LED-Lampen kann der Lichtstrom von 12-Watt-LED-Lampen als annähernd normalverteilt mit  $\sigma = 75$  Lumen angenommen werden.

Für 8 zufällig ausgewählte Lampen wurde jeweils der Lichtstrom (in Lumen) gemessen.

1053	900	984	873	838	1045	960	955
------	-----	-----	-----	-----	------	-----	-----

- Ermitteln Sie den 95-%-Vertrauensbereich für den Erwartungswert  $\mu$ .
- Zeigen Sie anhand der entsprechenden Formel, warum für eine normalverteilte Grundgesamtheit mit bekanntem  $\sigma$  gilt: Wird der Stichprobenumfang vervierfacht, so halbiert sich die Breite des  $(1 - \alpha)$ -Vertrauensbereichs für den Erwartungswert  $\mu$ .



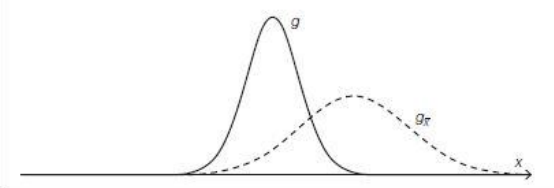
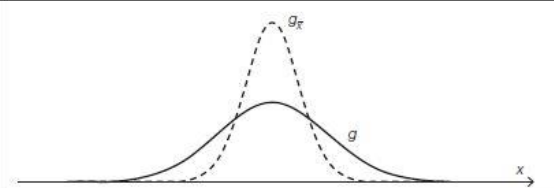
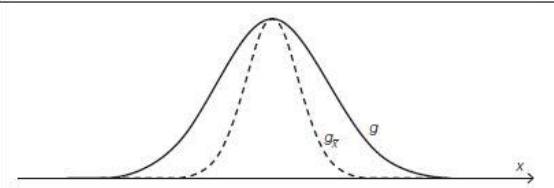
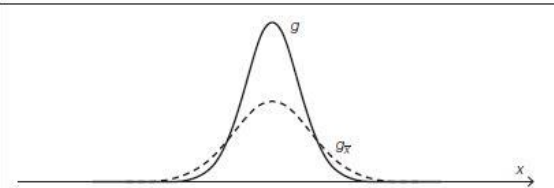
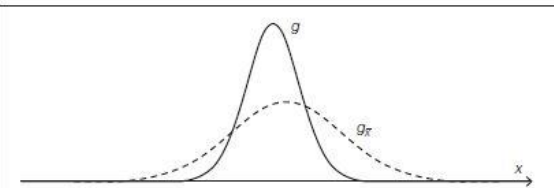
### Verbinder (B\_274)

c) Die Breiten der Verbinder eines bestimmten Herstellers sind normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 5,5$  mm und der Standardabweichung  $\sigma = 0,5$  mm. Einer umfangreichen Lieferung solcher Verbinder werden Zufallsstichproben vom Umfang  $n = 20$  entnommen und es werden die Stichprobenwerte ermittelt.

– Berechnen Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem erwartungsgemäß 95 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.

d) Nachstehend sind der Graph der Dichtefunktion  $g$  einer normalverteilten Grundgesamtheit und der Graph der Dichtefunktion  $g_x$  der zugehörigen Verteilung der Stichprobenmittelwerte von Stichproben mit  $n = 20$  dargestellt.

– Kreuzen Sie diejenige Grafik an, in der die beiden Funktionsgraphen zueinander passend dargestellt sind. [1 aus 5]

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

### Durchmesser einer Stahlwelle \* (B\_019)

c) Bei Maschine C sind die Durchmesser der hergestellten Stahlwellen annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 10,00$  mm und der Standardabweichung  $\sigma = 0,03$  mm.

Im Rahmen der Qualitätssicherung werden Stichproben vom Umfang  $n$  untersucht.

- Berechnen Sie für  $n = 30$  den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstreubereich, in dem erwartungsgemäß 99 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.
- Geben Sie an, um welchen Faktor sich der Stichprobenumfang ändern muss, damit sich die Breite des 99%-Zufallsstreubereichs halbiert.

## Linienbus (B\_070)

- d) In den Bussen einer bestimmten Linie soll die Auslastung überprüft werden. Die Anzahl der Passagiere pro Bus ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 44$  Personen und der Standardabweichung  $\sigma = 12$  Personen. In 25 Bussen wird eine Überprüfung der Passagieranzahl durchgeführt.
- Ermitteln Sie den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstrebereich, in dem der Stichprobenmittelwert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % liegt.
  - Argumentieren Sie, wie sich der Stichprobenumfang ändern muss, wenn sich die Breite des 95%-Zufallsstrebereichs halbieren soll.

## Gastwirtschaft\* (B\_443)

- a) Automatische Abfüllanlagen für Getränke sollen möglichst gleichmäßige Füllmengen gewährleisten. Die Füllmenge bei einer bestimmten Abfüllanlage ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert  $\mu = 500$  ml und der Standardabweichung  $\sigma = 4,5$  ml.
- Die Füllmenge wird mithilfe einer Stichprobe des Umfangs  $n$  überprüft.
- 1) Berechnen Sie für  $n = 10$  den zum Erwartungswert symmetrischen Zufallsstrebereich, in dem erwartungsgemäß 99 % aller Stichprobenmittelwerte liegen.
  - 2) Begründen Sie, warum das Maximum der Dichtefunktion der Stichprobenmittelwerte  $\bar{X}$  für  $n = 5$  kleiner als jenes für  $n = 10$  ist.

## Plexiglasprismen (B\_358)

- b) Einer Produktion wurde eine Stichprobe vom Umfang  $n = 7$  entnommen und es wurden die Massen der Prismen bestimmt. Für die Massen kann eine Normalverteilung angenommen werden.

Prisma	1	2	3	4	5	6	7
Masse in Gramm (g)	285,2	283,7	285,2	281,4	282,6	282,3	283,3

- Ermitteln Sie das zweiseitige 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$  der Massen der Prismen.
- Beschreiben Sie die Auswirkungen auf das Konfidenzintervall, wenn die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  größer wird.
- Erklären Sie, welche Maßnahme zu ergreifen ist, um bei gleicher Irrtumswahrscheinlichkeit ein schmäleres Konfidenzintervall zu erhalten.

# All Star Level

# Lösungen

## Rookie Level

### Belastung von Bauteilen (B\_069) Lösung

a) Stichprobe:  $n = 8$ ;  $\bar{x} = 119,8125$  N;  $s = 1,73076\dots$  N

Anzahl der Freiheitsgrade:  $n - 1 = 7$

$1 - \alpha = 0,95$ ;  $\alpha = 0,05$ ;  $1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975$ ;

$$\bar{x} - t_{7;0,975} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{7;0,975} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$119,8125 - 2,365 \cdot \frac{1,73\dots}{\sqrt{8}} \leq \mu \leq 119,8125 + 2,365 \cdot \frac{1,73\dots}{\sqrt{8}}$$

$$118,36 \text{ N} \leq \mu \leq 121,26 \text{ N}$$

Der Erwartungswert  $\mu$  liegt mit 95%iger Wahrscheinlichkeit im Intervall [118,4 N; 121,3 N].

Die Behauptung des Unternehmens, dass  $\mu = 120$  N ist, wird daher durch diese Stichprobe untermauert.

### Benutzerfreundlichkeit von Websites \* (B\_422) Lösung

b) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

arithmetisches Mittel:  $\bar{x} = 9\,901,6$

Stichprobenstandardabweichung:  $s_{n-1} = 446,87\dots$

$$\mu_u = \bar{x} - t_{n-1;0,975} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} = 9901,6 - 2,262\dots \cdot \frac{446,87\dots}{\sqrt{10}} = 9581,9\dots$$

$$\mu_o = \bar{x} + t_{n-1;0,975} \cdot \frac{s_{n-1}}{\sqrt{n}} = 9901,6 + 2,262\dots \cdot \frac{446,87\dots}{\sqrt{10}} = 10221,2\dots$$

95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert: [9582; 10221]

### CO2-Gehalt der Luft \* (B\_398) Lösung

b) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\bar{x} = 3\,167,14\dots$  ppm

$s = 603,17\dots$  ppm

Zweiseitigen 95%-Vertrauensbereich mithilfe der  $t$ -Verteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm t_{f;1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$n = 7 \Rightarrow f = 6$$

$$t_{6;0,975} = 2,44691\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich für  $\mu$  in ppm:  $2609,29\dots \leq \mu \leq 3724,98\dots$

### Schadstoffausbreitung \* (B\_048) Lösung

a) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\bar{x} = 158,5$  mg/m<sup>3</sup>

Zweiseitiges 95%-Konfidenzintervall mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$n = 10$$

$$\alpha = 5 \%$$

$$u_{0,975} = 1,959\dots$$

Daraus ergibt sich folgendes Konfidenzintervall in mg/m<sup>3</sup>:  $153,2 \leq \mu \leq 163,8$ .



## Schallschutzwände (B\_029) Lösung

b)  $\bar{x} = 3998,9 \text{ mm}$   
 $\sigma = 3,5 \text{ mm}$

$$1 - \alpha = 0,98; \alpha = 0,02; 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,99$$

$$\mu_{\text{un}}^{\text{ob}} = \bar{x} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\mu_{\text{un}}^{\text{ob}} = 3998,9 \pm 2,326 \dots \cdot \frac{3,5}{\sqrt{20}}$$

$$\mu_{\text{un}} = 3997,07 \dots \approx 3997,0 \text{ mm}$$

$$\mu_{\text{ob}} = 4000,72 \dots \approx 4000,8 \text{ mm}$$

Konfidenzintervall für  $\mu$ :  $3997,0 \text{ mm} \leq \mu \leq 4000,8 \text{ mm}$

Aufgrund der vorliegenden Stichprobe liegt der Erwartungswert  $\mu$  der Grundgesamtheit mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % im Bereich von 3997,0 mm bis 4000,8 mm.

Auf Basis einer Irrtumswahrscheinlichkeit von 2 % kann die Angabe des Herstellers als richtig angesehen werden.

## Solarzelle (B\_262) Lösung

c)  $\bar{x} = 200,7 \text{ kWh}$

Zweiseitiges 95-%-Konfidenzintervall mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$1000 \pm z_{0,975} \cdot \frac{6}{\sqrt{10}}$$

$$z_{0,975} = 1,959 \dots$$

Daraus ergibt sich folgendes Konfidenzintervall  $\mu$  in kWh:

[196,98; 204,42] (Intervallgrenzen gerundet)

Wird die Irrtumswahrscheinlichkeit kleiner, so wird das Konfidenzintervall breiter.

## Viskositäten von Flüssigkeiten (B\_112) Lösung

c)  $\bar{x} = 158,66 \dots \text{ mPa} \cdot \text{s}$ ,  $s = 3,07 \dots \text{ mPa} \cdot \text{s}$

Zweiseitigen 95-%-Vertrauensbereich mithilfe der  $t$ -Verteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm t_{5;0,975} \cdot \frac{s}{\sqrt{6}}$$

$$t_{5;0,975} = 2,5705 \dots$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich in  $\text{mPa} \cdot \text{s}$ :

[155,437...; 161,895...]  $\approx$  [155,44; 161,90]

Der Stichprobenmittelwert liegt innerhalb des Vertrauensbereichs. Man kann daher nicht von einer Veränderung des Erwartungswerts ausgehen.

$$\text{Breite eines Vertrauensbereichs: } 2 \cdot t_{f,1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Die Stichprobenanzahl geht bei der Berechnung der Breite des Vertrauensbereichs einerseits in den Term  $\frac{s}{\sqrt{n}}$  und andererseits bei der Berechnung des  $t$ -Quantils ein ( $f = n - 1$ ).

Durch beide Einflüsse führt eine Erhöhung der Stichprobenanzahl zu einem schmäleren Vertrauensbereich.

## Roboter (2) \* (B\_345) Lösung

d) Zweiseitigen 95-%-Zufallsstrebereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$300 \pm u_{0,975} \cdot \frac{5}{\sqrt{20}}$$

$$u_{0,975} = 1,959 \dots$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstrebereich in mm: [297,81; 302,19].

## Widerstaende \* (B\_396) Lösung

- a) Zweiseitigen 90-%-Zufallsstrebereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$100 \pm u_{0,95} \cdot \frac{3,2}{\sqrt{20}}$$

$$u_{0,95} = 1,644\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstrebereich in  $\Omega$ : [98,8; 101,2] (*gerundet*).

## Wirkstoffkonzentration (B\_369) Lösung

- d) Berechnung mittels Technologieeinsatz:

arithmetisches Mittel:  $\bar{x} = 58,9$  min

Stichprobenstandardabweichung:  $s_{n-1} = 7,279\dots$  min

Zweiseitigen 99-%-Vertrauensbereich mithilfe der  $t$ -Verteilung bestimmen:

$$58,9 \pm t_{f; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{7,279\dots}{\sqrt{10}}$$

$$n = 10 \Rightarrow f = 9$$

$$t_{9; 0,995} = 3,249\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich für  $\mu$  in min:

[51,42; 66,38] (Intervallgrenzen gerundet)

## Pro Level

### Laenge eines Werkstuecks \* (B\_309) Lösung

a) Die Parameter sind:  $\mu_{\bar{x}} = 72,3$  mm und  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,5}{\sqrt{7}}$  mm.

Zweiseitigen 95%-Zufallsstreubereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$\mu \pm u_{0,975} \cdot \sigma_{\bar{x}}$$

$$u_{0,975} = 1,959\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstreubereich in mm: [71,9; 72,7].

Eine Halbierung der Breite erfordert die Vervierfachung des Stichprobenumfangs.

Die Standardabweichung der Stichprobe ist umso kleiner, je größer der Stichprobenumfang  $n$  ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für  $n = 7$  schmaler als für  $n = 5$ . Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für  $n = 7$  größer sein als für  $n = 5$ .

### Widerstandstemperatursensoren \* (B\_430) Lösung

b)  $\mu_{\bar{x}} = 100 \Omega$

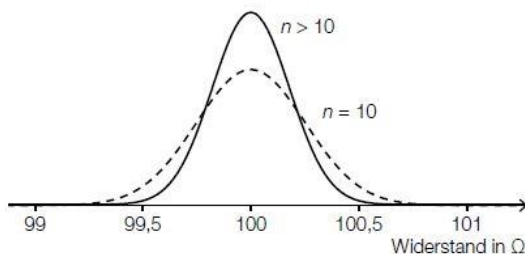
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,8}{\sqrt{10}} \Omega$$

Zweiseitigen 98%-Zufallsstreubereich für den Stichprobenmittelwert mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$100 \pm z_{0,99} \cdot \frac{0,8}{\sqrt{10}}$$

$$z_{0,99} = 2,326\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstreubereich in  $\Omega$ : [99,41; 100,59] (gerundet).



### LED-Lampen (5) \* (B\_346) Lösung

b) Zweiseitigen 95%-Vertrauensbereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Berechnung von  $\bar{x}$  mittels Technologieeinsatz:  $\bar{x} = 951$  Lumen

$\sigma = 75$  Lumen

$n = 8$

$\alpha = 5 \%$

$$u_{0,975} = 1,959\dots$$

Daraus ergibt sich folgender Vertrauensbereich in Lumen:  $899 \leq \mu \leq 1003$ .

Der Ausdruck  $u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  bestimmt die Breite des Vertrauensbereichs.

Eine Vervierfachung des Stichprobenumfangs  $n$  bedeutet für die Breite:

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{4n}} = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{2 \cdot \sqrt{n}} = \frac{1}{2} \cdot u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

### Verbinder (B\_274) Lösung

c)  $\mu = 5,5 \text{ mm}$   
 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{0,5}{\sqrt{20}} \text{ mm}$

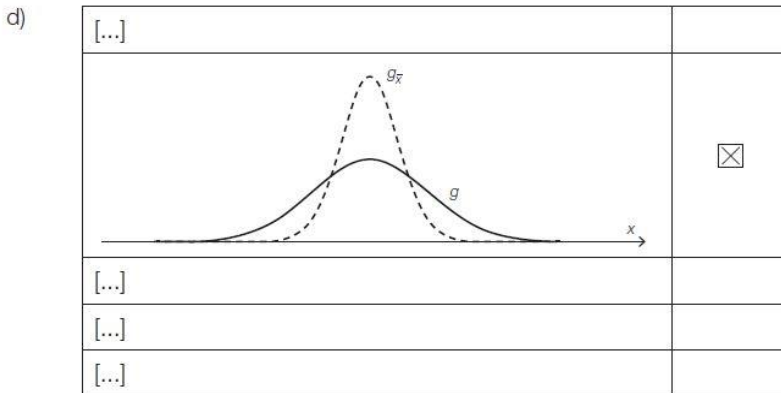
Zweiseitigen 95%-Zufallsstreubereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$\mu \pm u_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$5,5 \pm 1,959... \cdot \frac{0,5}{\sqrt{20}}$$

$$5,2808... \leq \bar{X} \leq 5,7191...$$

Der Mittelwert einer zufällig ausgewählten Stichprobe liegt mit einer Wahrscheinlichkeit von 95 % im Bereich von 5,28 mm bis 5,72 mm.



### Durchmesser einer Stahlwelle \* (B\_019) Lösung

c)  $\mu = 10,00 \text{ mm}$  und  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,03}{\sqrt{30}} \text{ mm}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

[9,985...; 10,014...]

Eine Halbierung der Breite erfordert, dass der Stichprobenumfang mit dem Faktor 4 multipliziert wird.

### Linienbus (B\_070) Lösung

d) zweiseitigen 95%-Zufallsstreubereich mithilfe der Normalverteilung bestimmen:

$$44 \pm z_{0,975} \cdot \frac{12}{\sqrt{25}}$$

$$z_{0,975} = 1,959...$$

Daraus ergibt sich folgender Zufallsstreubereich:

[39; 49] (Intervallgrenzen gerundet auf Ganze)

Die Breite des Zufallsstreubereichs ist  $b = 2 \cdot z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

Um  $b$  zu halbieren, müsste der Stichprobenumfang  $n$  vervierfacht werden, weil

$$\frac{b}{2} = 2 \cdot z_{0,975} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{4 \cdot n}}$$

### Gastwirtschaft \* (B\_443) Lösung

a1)  $\mu = 500 \text{ ml}$  und  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4,5}{\sqrt{10}} \text{ ml}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

[496,33...; 503,66...]

a2) Die Standardabweichung einer Stichprobe ist umso größer, je kleiner der Stichprobenumfang  $n$  ist. Daher ist der Graph der Dichtefunktion für  $n = 5$  breiter als für  $n = 10$ . Da der gesamte Flächeninhalt unter dem Graphen der Dichtefunktion immer 1 beträgt, muss das Maximum für  $n = 5$  kleiner als für  $n = 10$  sein.



## Plexiglasprismen (B\_358) Lösung

- b) Berechnung des Stichprobenmittelwerts  $\bar{x}$  und der Standardabweichung  $s$  der Stichprobe mittels Technologieeinsatz:  $\bar{x} = 283,3857\dots$ ,  $s = 1,4392\dots$

Zweiseitiges 95-%-Konfidenzintervall mithilfe der  $t$ -Verteilung bestimmen:

$$\bar{x} \pm t_{f; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$n = 7 \Rightarrow f = 6$$

$$t_{6; 0,975} \approx 2,4469\dots$$

Daraus ergibt sich folgendes Konfidenzintervall für  $\mu$  in g: [282,0546...; 284,7167...]

Wird die Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha$  größer, so wird das Konfidenzintervall schmaler.

Bei gleichbleibender Irrtumswahrscheinlichkeit muss man die Stichprobengröße erhöhen, damit das Konfidenzintervall schmaler wird.

