

# Inhaltsverzeichnis

Bevoelkerungswachstum und -abnahme * (A_152).....	2
Durchhaengende Kette (A_214).....	2
Erdbeben (A_027) .....	2
Fahrzeugtests (1) (B_045).....	2
Joghurt (A_138).....	3
Lichtwellenleiter * (B_379).....	3
Richtfunk (B_375).....	3
Sternbild Grosser Wagen (1) * (B_014) .....	4
Strauchwachstum (A_094) .....	4
Gebaeudetechnik * (B_260) .....	4
pH-Wert (A_272) .....	5

## Bevoelkerungswachstum und -abnahme \* (A\_152)

d) Beim Logarithmieren von Gleichung (1) ist ein Fehler passiert:

$$(1) N = 8 \cdot 1,02^t$$

$$(2) \ln(N) = \ln(8) \cdot t \cdot \ln(1,02)$$

– Stellen Sie die logarithmierte Gleichung (2) richtig.

## Durchhaengende Kette (A\_214)

c) Für eine Abstandsberechnung wurden ausgehend von der Gleichung  $e^x + e^{-x} = 2,5$  folgende Umformungsschritte durchgeführt:

$$(1) e^x + \frac{1}{e^x} = 2,5$$

$$(2) e^{2 \cdot x} + 1 = 2,5 \cdot e^x$$

$$(3) \ln(e^{2 \cdot x}) + \ln(1) = \ln(2,5 \cdot e^x)$$

$$(4) 2 \cdot x + 0 = \ln(2,5) + x$$

$$(5) x = \ln(2,5)$$

In der Umformung von Zeile 2 auf Zeile 3 wurde ein Fehler gemacht.

– Erklären Sie, worin der Fehler besteht.

## Erdbeben (A\_027)

Die Stärke von Erdbeben wird meist auf der Richterskala angegeben. Dabei wird der Ausschlag gemessen, den ein Erdbeben auf einem Seismographen (Messgerät) verursacht, und so die Magnitude  $M$  ermittelt.

c) Für einen  $d$  Kilometer vom Epizentrum des Bebens entfernten Seismographen gilt:

$$M = \lg\left(\frac{A(d)}{\sqrt{A_0(d)}}\right)$$

$M$  ... Magnitude

$A(d)$  ... Ausschlag des Bebens in Mikrometern ( $\mu\text{m}$ )

$A_0(d)$  ... Ausschlag (in  $\mu\text{m}$ ) eines Bebens der Magnitude  $M = 0$

– Geben Sie an, wie sich die Magnituden zweier Beben unterscheiden, wenn der Ausschlag des zweiten Bebens 10-mal so groß ist wie derjenige des ersten Bebens. Erklären Sie Ihr Ergebnis mithilfe der logarithmischen Rechengesetze.

## Fahrzeugtests (1) (B\_045)

c) Tests zur Haltbarkeit neuer Bremsbeläge haben ergeben, dass deren Zuverlässigkeit  $R$  mithilfe einer Funktion  $R$  folgender Form beschrieben werden kann:

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$R(t)$  ... Prozentsatz der Bremsbeläge, die nach der Benützungsdauer  $t$  noch intakt sind

$t$  ... Benützungsdauer

$T, b$  ... materialabhängige Parameter

Der Parameter  $T$  wird *charakteristische Lebensdauer* genannt.

- Weisen Sie nach, dass nach der charakteristischen Lebensdauer der Prozentsatz der intakten Bremsbeläge – unabhängig vom Wert des Parameters  $b$  – ca. 36,8 % beträgt.
- Ermitteln Sie die fehlerhafte Zeile in folgender Umformung der Formel  $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$  nach der Benützungsdauer  $t$ .
- Formen Sie die fehlerhafte Zeile so um, dass diese mathematisch richtig ist.

$$1. R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$$2. \ln(R) = b \cdot \ln\left(e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}\right)$$

$$3. \frac{\ln(R)}{b} = -\frac{t}{T}$$

$$4. t = -T \cdot \frac{\ln(R)}{b}$$

## Joghurt (A\_138)

- a) Für die Herstellung von Joghurt werden Milchsäurebakterien verwendet. Das Wachstum der Milchsäurebakterien kann durch die folgende Funktion  $N$  beschrieben werden:

$$N(t) = 20 \cdot 1,02337^t$$

$t$  ... Zeit in Minuten (min)

$N(t)$  ... Bakterienmasse in Mikrogramm ( $\mu\text{g}$ ) nach  $t$  Minuten

- Lesen Sie das prozentuelle Wachstum pro Minute ab.
- Berechnen Sie die Masse der Bakterien nach 1 Stunde in Gramm in der Gleitkomma-Darstellung.
- Begründen Sie, warum der nachstehend dargestellte Rechenschritt falsch ist.

$$\frac{a}{20} = 1,02337^t$$

$$\frac{\log(a)}{\log(20)} = t \cdot \log(1,02337)$$

## Lichtwellenleiter \* (B\_379)

- c) Um den Intensitätsverlust in einem Lichtwellenleiter zu bestimmen, wird die nach 1 km noch vorhandene Intensität gemessen.

Die Größe zur Beschreibung des Intensitätsverlusts ist die Dämpfung  $D$ , die in Dezibel angegeben wird:

$$D = 10 \cdot \lg\left(\frac{I_0}{I}\right) \text{ in Dezibel (dB)}$$

$I_0$  ... Anfangsintensität

$I$  ... noch vorhandene Intensität nach 1 km

Ein modernes Glasfaserkabel weist nach 1 km noch eine Intensität von 95,5 % des Anfangswertes  $I_0$  auf.

- Berechnen Sie, welcher Dämpfung dies entspricht.

Bei älteren Glasfaserkabeln stellte man pro Kilometer Kabellänge eine Dämpfung von 20 dB fest.

- Berechnen Sie, wie viel Prozent der Anfangsintensität  $I_0$  nach 1 km noch vorhanden waren.

Für die Dämpfung wird oft auch die Formel  $D_1 = 10 \cdot \lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$  angegeben.

- Zeigen Sie mithilfe der Rechengesetze für Logarithmen:  $D_1 = -D$ .

## Richtfunk (B\_375)

- c) Der Antennengewinn-Faktor  $G$  ist ein Maß für die Verstärkung einer Antenne.

$$G = \frac{4 \cdot \pi}{\lambda^2} \cdot A \cdot \eta$$

$\eta$  ... dimensionsloser Parameter

$A$  ... Antennenfläche in  $\text{m}^2$

$\lambda$  ... Wellenlänge in m

$G$  ... Antennengewinn-Faktor

- Geben Sie an, um welchen Faktor sich  $G$  verändert, wenn  $\lambda$  verdoppelt wird.

Für den Antennengewinn  $g$  in Dezibel (dB) gilt:

$$G = 10 \frac{g}{10}$$

- Zeigen Sie mithilfe der Logarithmusrechenregeln, dass eine Verdoppelung von  $G$  eine Erhöhung von  $g$  um rund 3 dB hervorruft.

## Sternbild Grosser Wagen (1) \* (B\_014)

c) In der Astronomie wird als Maß für die Entfernung  $r$  eines Sterns von der Erde der sogenannte *Entfernungsmodul*  $5 \cdot \lg\left(\frac{r}{10}\right)$  verwendet.

– Kreuzen Sie denjenigen Ausdruck an, der nicht dem Entfernungsmodul entspricht.

[1 aus 5]

$-5 \cdot \lg\left(\frac{10}{r}\right)$	<input type="checkbox"/>
$-5 + \lg(r^5)$	<input type="checkbox"/>
$\lg\left(\left(\frac{r}{10}\right)^5\right)$	<input type="checkbox"/>
$5 \cdot \lg(r) - \lg(10)$	<input type="checkbox"/>
$5 \cdot (\lg(r) - 1)$	<input type="checkbox"/>

## Strauchwachstum (A\_094)

Die Höhe eines Strauches wird in den ersten Tagen nach dem Auspflanzen durch die Funktion  $h_1$  beschrieben:

$$h_1(t) = 0,08 \cdot e^{0,03t} \text{ für } 0 \leq t < 55$$

$t$  ... Zeit in Tagen (d)

$h_1(t)$  ... Höhe des Strauches in Metern (m) zur Zeit  $t$

b) Die Funktionsgleichung der Funktion  $h_1$  wurde fehlerhaft logarithmiert:

$$\lg(0,08) + 0,03 \cdot \lg(e) + t \cdot \lg(e) = \lg(h_1(t))$$

– Stellen Sie die logarithmierte Gleichung richtig.

## Gebäudetechnik \* (B\_260)

b) Um das Gesamtschalldämmmaß  $R_{\text{Ges}}$  einer Wand aus Ziegelmauer und Fenster in Dezibel (dB) zu berechnen, wird in der Gebäudetechnik die nachstehende Formel verwendet.

$$R_{\text{Ges}} = -10 \cdot \lg\left(f_F \cdot 10^{-\frac{R_F}{10}} + f_Z \cdot 10^{-\frac{R_Z}{10}}\right)$$

$f_F$  ... relativer Flächenanteil des Fensters an der gesamten Wandfläche

$f_Z$  ... relativer Flächenanteil der Ziegelmauer an der gesamten Wandfläche

$R_F, R_Z$  ... Schalldämmmaß des Fensters bzw. der Ziegelmauer in dB

$R_{\text{Ges}}$  ... Gesamtschalldämmmaß der Wand in dB

Ein Bauunternehmen plant, aus einer  $50 \text{ m}^2$  großen Wand eine Fensterfläche herauszubrechen. Dabei hat das Fenster ein Schalldämmmaß von  $R_F = 43 \text{ dB}$ , die Ziegelmauer ein Schalldämmmaß von  $R_Z = 65 \text{ dB}$ .

Es wird ein Gesamtschalldämmmaß  $R_{\text{Ges}}$  von mindestens  $55 \text{ dB}$  für diese Wand gefordert.

1) Erstellen Sie eine Gleichung zur Berechnung des relativen Flächenanteils  $f_F$ , den die Fensterfläche in dieser Wand maximal erreichen darf.

2) Berechnen Sie diese Fensterfläche in  $\text{m}^2$ .

## pH-Wert (A\_272)

a) Die Funktionsgleichung der Konzentration der  $\text{H}_3\text{O}^+$ -Ionen in Abhängigkeit vom pH-Wert lautet:  $y = 10^{-x}$

$x$  ... pH-Wert

$y$  ... Konzentration der  $\text{H}_3\text{O}^+$ -Ionen

- Logarithmieren Sie die Gleichung mit dem Logarithmus zur Basis 10 und ersetzen Sie die logarithmierte linke Seite  $\log_{10}(y)$  durch  $Y$ .
- Zeichnen Sie den Graphen der Funktion  $Y$  für den pH-Wertebereich 0 bis 14.