Quadratische Funktionen

Rookie Level

Herstellungskosten_1 (B_123)

Für ein Produkt lautet die quadratische Kostenfunktion wie folgt:

$$K(x) = 0{,}1x^2 + 6x + 40$$

$K(x)$ … Gesamtkosten von x Mengeneinheiten in Geldeinheiten (GE)
x … erzeugte Menge in Mengeneinheiten (ME)

Der Betrieb erzeugt pro Tag höchstens 30 ME dieses Produkts.

b) – Ermitteln Sie aus der gegebenen Gleichung, wie viele ME produziert wurden, wenn Kosten von 150 GE angefallen sind.
– Ermitteln Sie, wie hoch die Kosten für die Produktion von 10 ME sind.
– Stellen Sie die Kostenfunktion grafisch dar und zeichnen Sie die beiden berechneten Wertepaare ein.

Wasserstrahl (A_006)

a) Der Verlauf eines Wasserstrahls kann mit der folgenden Funktion beschrieben werden:

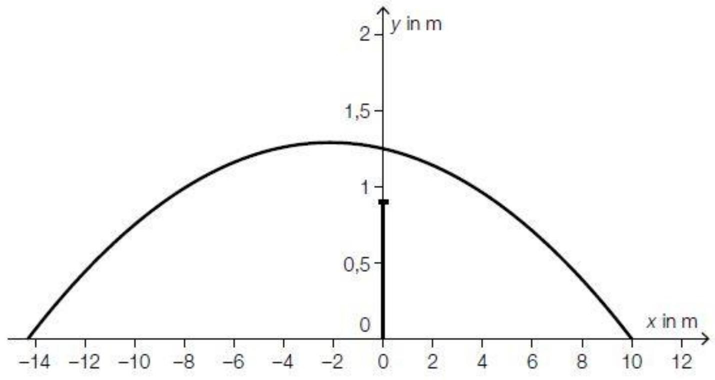
$$h(x) = -0{,}15x^2 + 0{,}9x + 0{,}6$$

$h(x)$ … Höhe des Strahls über einem Punkt am Boden in x Metern Entfernung vom Austrittsort in Metern (m)
x … horizontale Entfernung vom Austrittsort in Metern (m)

Berechnen Sie, in welcher horizontalen Entfernung x vom Austrittsort dieser Strahl auf dem Boden auftrifft. Argumentieren Sie, ob der Strahl in größerer Entfernung x auf dem Boden auftrifft, wenn man den Schlauch nur senkrecht nach oben verschiebt, ohne dabei die Strahlrichtung oder den Wasserdruck zu verändern.

Tennis (1) * (A_151)

Die Flugbahn eines Tennisballs ist ein Teil des unten dargestellten parabelförmigen Funktionsgraphen. Der Abschusspunkt A liegt 10 m vom Netz entfernt in einer Höhe von 0,75 m. Das Netz (0,9 m hoch) wird auf der y-Achse dargestellt. Der Ball überfliegt das Netz in einer Höhe von 35 cm und trifft 10 m hinter dem Netz im Aufprallpunkt P den Boden.



a) – Kennzeichnen Sie in der obenstehenden Grafik den Abschusspunkt A und den Aufprallpunkt P.
– Bestimmen Sie dasjenige Intervall, in dem der Funktionsgraph ein Modell für die Flugbahn darstellt.

Joghurt (A_138)

b) Für die Produktion der Joghurtbecher liegen 2 Angebote vor. Die Gesamtkosten K_1 und K_2 werden durch folgende Funktionen beschrieben:

$K_1(x) = 0{,}4 \cdot x + 270$
$K_2(x) = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$

x ... Anzahl der produzierten Joghurtbecher mit $x \geq 0$
$K_1(x)$ ... Gesamtkosten im 1. Angebot in Euro (€) bei x produzierten Joghurtbechern
$K_2(x)$ ... Gesamtkosten im 2. Angebot in Euro (€) bei x produzierten Joghurtbechern

– Interpretieren Sie den Schnittpunkt beider Funktionsgraphen im Bezug auf die Kosten.
– Ermitteln Sie den Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen.

Kugelstossen (A_060)

Beim Kugelstoßen kann die Flugbahn der Kugel näherungsweise durch eine Funktion 2. Grades beschrieben werden.
Den österreichischen Rekord beim Kugelstoßen hält Klaus Bodenmüller (Linz, 13. Juni 1987).
Die folgende Funktionsgleichung beschreibt näherungsweise die Flugbahn der Kugel bei seinem Rekord:

$$h(x) = -0{,}08769 \cdot x^2 + 1{,}7269 \cdot x + 2$$

$h(x)$ … Höhe in Metern (m) an der Stelle x
x … horizontale Entfernung von der Abwurfstelle in Metern (m), $x \geq 0$

a) Berechnen Sie die Wurfweite, die den österreichischen Rekord darstellt, auf 2 Kommastellen genau.

Kugelstossen (2) * (A_268)

c) Die Bahnkurve einer gestoßenen Kugel lässt sich näherungsweise durch den Graphen der quadratischen Funktion h beschreiben:

$h(x) = -0{,}05 \cdot x^2 + 0{,}75 \cdot x + 2$ mit $x \geq 0$

x ... horizontale Entfernung der Kugel von der Abstoßstelle in m
$h(x)$ ... Höhe der Kugel über dem Boden bei der horizontalen Entfernung x in m

1) Geben Sie an, in welcher Höhe die Kugel abgestoßen wird.

2) Ermitteln Sie, in welcher horizontalen Entfernung von der Abstoßstelle die Kugel auf dem Boden aufschlägt.

Pro Level

Vergnuegungspark (1) * (A_208)

Ein kürzlich eröffneter Vergnügungspark ist ein beliebtes Ausflugsziel in der Region.

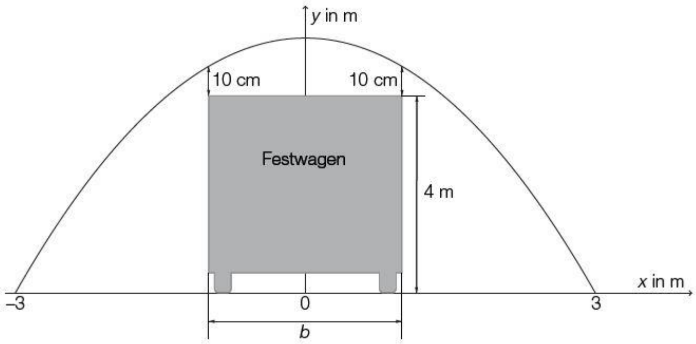
a) Beim Eingang zum Vergnügnungspark steht ein Torbogen. Dieser wird durch einen Teil des Graphen der Funktion mit folgender Gleichung beschrieben:

$y = 9 - x^2$

x, y ... Koordinaten in Metern (m)

Dabei wird der ebene Boden durch die x-Achse beschrieben.

Bei einer Parade muss ein 4 Meter hoher Festwagen durch den Torbogen geschoben werden. Nach oben hin muss ein senkrechter Minimalabstand von 10 cm eingehalten werden (siehe Skizze – nicht maßstabgetreu).



– Berechnen Sie, welche Breite b der Festwagen maximal haben darf.

Vor der Parade wird das Tor mit einer Folie verschlossen.

– Berechnen Sie den Flächeninhalt der dazu benötigten Folie.

Windraeder * (A_247)

c) Die tatsächliche Leistung eines bestimmten Windrads in Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit v kann für Windgeschwindigkeiten von 5 m/s bis 10 m/s näherungsweise durch die Polynomfunktion P beschrieben werden.

$P(v) = 0{,}0175 \cdot v^2 - 0{,}0796 \cdot v + 0{,}0391 \quad \text{mit} \quad 5 \leq v \leq 10$

v ... Windgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s)
$P(v)$ ... Leistung bei der Windgeschwindigkeit v in Megawatt (MW)

– Berechnen Sie, bei welcher Windgeschwindigkeit eine Leistung von 0,5 MW erzielt wird.
– Beschreiben Sie, was mit der folgenden Rechnung im gegebenen Sachzusammenhang ermittelt wird:

$\frac{P(8) - P(7)}{P(7)}$

Weitsprung (2) (A_213)

b) Zur Modellierung von Sprungparabeln können verschiedene quadratische Funktionen verwendet werden.

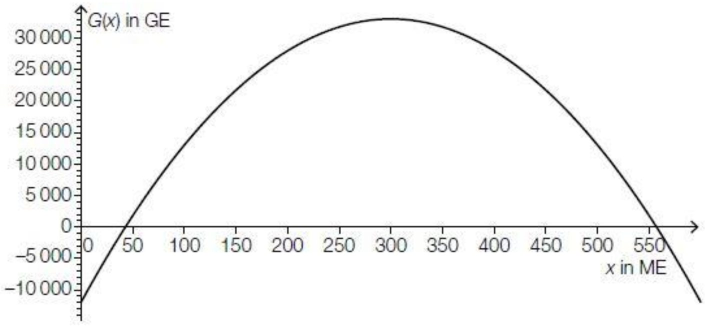
– Ordnen Sie den Funktionsgleichungen jeweils die zugehörige Bedingung aus A bis D zu. *[2 zu 4]*

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ $(a < 0, b > 0)$	
$f(x) = a \cdot x^2 + c$ $(a < 0, c > 0)$	

A	Der Graph der Funktion f geht durch den Ursprung des Koordinatensystems.
B	Der Graph der Funktion f ist symmetrisch zur Ordinatenachse.
C	Der Graph der Funktion ist nach oben offen.
D	Der Graph der Funktion hat keine Nullstelle.

Laptops (A_033)

c) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Gewinnfunktion G für Laptops mit Touchscreen eines bestimmten Herstellers dargestellt.



– Kreuzen Sie die für G zutreffende Funktionsgleichung an. *[1 aus 5]*

$G(x) = -0{,}5 \cdot x^2 - 12000$	☐
$G(x) = -0{,}5 \cdot x^2 + 300 \cdot x - 12000$	☐
$G(x) = 0{,}5 \cdot x^2 + 300 \cdot x - 12000$	☐
$G(x) = -0{,}5 \cdot x^2 + 300 \cdot x - 9000$	☐
$G(x) = -0{,}5 \cdot x^2 + 300 \cdot x + 12000$	☐

– Begründen Sie mithilfe der Koeffizienten der Funktion, warum nur die von Ihnen gewählte Funktionsgleichung in Frage kommt.

Blumentopf * (B_474)

c) Der Erlös aus dem Verkauf von Blumentöpfen kann durch die Funktion E beschrieben werden:

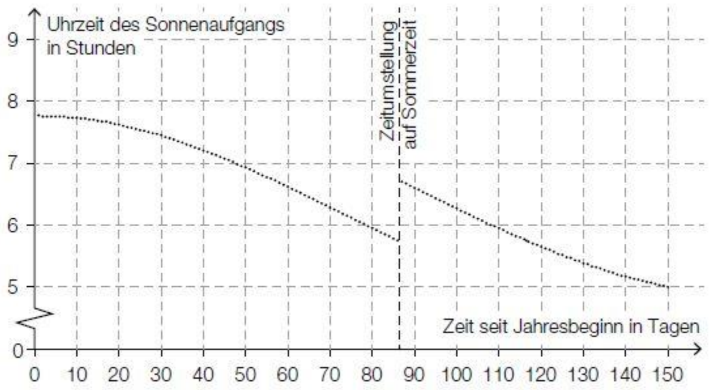
$E(x) = 20 \cdot x - 0{,}12 \cdot x^2$

x … Verkaufsmenge in ME
$E(x)$ … Erlös bei der Verkaufsmenge x in GE

1) Ermitteln Sie das größtmögliche Intervall für x, in dem der Erlös mindestens 100 GE beträgt.

Sonnenaufgang* (A_284)

c) In der nachstehenden Grafik ist die jeweilige Uhrzeit des Sonnenaufgangs in Wien für die ersten 150 Tage eines Jahres dargestellt.



1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Grafik, wie viele Tage nach der Zeitumstellung der Sonnenaufgang erstmals zu einer früheren Uhrzeit als unmittelbar vor der Zeitumstellung stattfindet.

Im Zeitintervall [0; 40] kann die Uhrzeit des Sonnenaufgangs näherungsweise durch eine quadratische Funktion f modelliert werden.

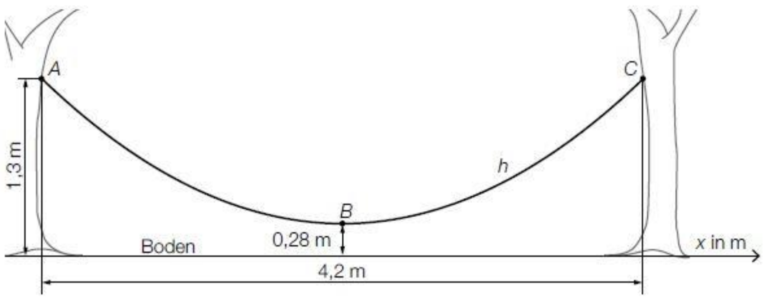
$f(t) = a \cdot t^2 + c$

t … Zeit seit Jahresbeginn in Tagen
$f(t)$ … Uhrzeit des Sonnenaufgangs am Tag t in Stunden

2) Argumentieren Sie anhand der obigen Grafik, dass der Parameter a dabei negativ sein muss.

Haengematten* (B_445)

a) Der Graph der quadratischen Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschreibt näherungsweise den Durchhang einer Hängematte (siehe nachstehende Abbildung).



x, $h(x)$ ... Koordinaten in m

Der Graph der Funktion h verläuft durch die Befestigungspunkte A und C. Der Scheitelpunkt von h wird mit B bezeichnet. Die Punkte A und C liegen auf gleicher Höhe über dem Boden.

1) Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die fehlende senkrechte Koordinatenachse so ein, dass für den Koeffizienten b gilt: $b = 0$

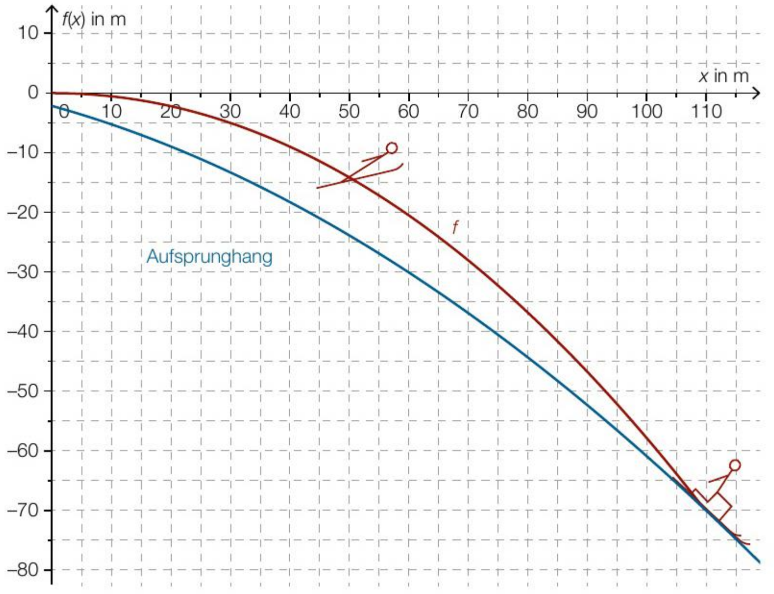
2) Berechnen Sie den Koeffizienten a.

Skispringen (1) (A_022)

b) Die Flugbahn eines Skispringers lässt sich annähernd mit der Funktion f beschreiben:

$f(x) = a \cdot x^2$ mit $a \in \mathbb{R}^-$

x, $f(x)$ … Koordinaten in m



– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Parameter a.
– Erklären Sie, wie man den Parameter a verändern müsste, damit eine Flugbahn mit kürzerer Sprungweite modelliert werden kann.

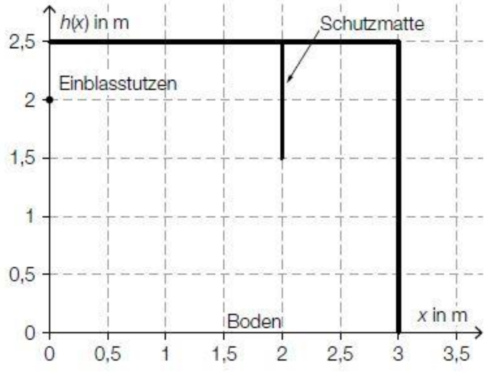
Pelletsheizung * (A_068)

c) Bei einer Lieferung werden die Pellets in einer Höhe von 2 m durch einen Einblasstutzen in einen Lagerraum waagrecht eingeblasen. Eine aufgehängte Schutzmatte soll dabei verhindern, dass die Pellets brechen, wenn die Einblasgeschwindigkeit zu groß ist. Die Flugbahn eines Pellets kann modellhaft durch den Graphen der folgenden quadratischen Funktion beschrieben werden:

$h(x) = -\frac{5 \cdot x^2}{v_0^2} + 2$

x … waagrechte Entfernung vom Einblasstutzen in m
$h(x)$ … Flughöhe eines Pellets über dem Boden bei der Entfernung x in m
v_0 … Einblasgeschwindigkeit in m/s

1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion h für eine Einblasgeschwindigkeit von $v_0 = 4$ m/s ein.

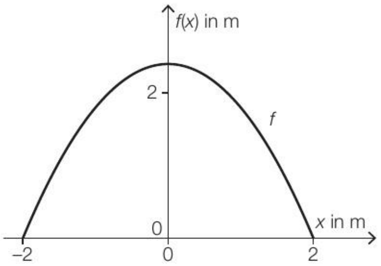


Bei einer anderen Einblasgeschwindigkeit trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der 1 m langen Schutzmatte.

2) Bestimmen Sie diese Einblasgeschwindigkeit.

Tunnelzelte (A_131)

a) In der nebenstehenden Abbildung ist die innere Querschnittsfläche eines Tunnelzelts dargestellt. Sie kann durch den Graphen einer quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.



– Kreuzen Sie die für die Koeffizienten von f zutreffenden Bedingungen an. *[1 aus 5]*

$a > 0,\ b = 0,\ c > 0$	☐
$a < 0,\ b = 0,\ c > 0$	☐
$a > 0,\ b > 0,\ c < 0$	☐
$a < 0,\ b < 0,\ c > 0$	☐
$a > 0,\ b > 0,\ c > 0$	☐

Diätplan (A_134)

Zu Beginn einer Diät beträgt die Körpermasse einer Person 110,7 kg.

b) Die Person folgt einem speziellen Diätplan. Um den Verlauf dieses Diätplans zu dokumentieren, wurden folgende Werte erhoben:

Zeit seit Beginn der Diät in Wochen	Körpermasse in kg
6	101,6
10	98,0

Die Werte der Körpermasse im Verlauf der Diät können näherungsweise durch die Funktion m beschrieben werden.

$m(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $0 \leq t \leq 15$

t ... Zeit seit Beginn der Diät in Wochen
$m(t)$ ... Körpermasse in kg nach t Wochen

– Erstellen Sie mithilfe der Tabellenwerte und der Körpermasse zu Beginn der Diät ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten a, b und c.

– Berechnen Sie die Koeffizienten a, b und c.

Kochzeit von Eiern * (A_289)

a) Ein Ei soll weich gekocht werden. Die Kochzeit kann in Abhängigkeit vom Durchmesser d unter bestimmten Bedingungen näherungsweise durch die quadratische Funktion W beschrieben werden:

$W(d) = a \cdot d^2$

d ... Durchmesser des Eies in mm
$W(d)$ ... Kochzeit bei einem Durchmesser d in min
a ... positiver Parameter

Bei einem Durchmesser von 45 mm ergibt sich eine Kochzeit von 5 min.

1) Ermitteln Sie den Parameter a.

Zwei Eier mit unterschiedlichen Durchmessern werden weich gekocht. Der Durchmesser von Ei B ist um 10 % größer als der Durchmesser von Ei A.

2) Zeigen Sie, dass die Kochzeit von Ei B um mehr als 10 % länger ist als die Kochzeit von Ei A.

b) Die quadratische Funktion Z beschreibt näherungsweise die Kochzeit für ein weich gekochtes Ei in Abhängigkeit von der Lagertemperatur:

$Z(x) = -0{,}024 \cdot x^2 - 2{,}16 \cdot x + 252$

x ... Lagertemperatur in °C
$Z(x)$ ... Kochzeit bei der Lagertemperatur x in s

Ein Ei wird anstatt bei einer Temperatur von 4 °C (Kühlschranktemperatur) bei einer Temperatur von 20 °C (Raumtemperatur) gelagert.

1) Ermitteln Sie, um wie viele Sekunden die Kochzeit dadurch kürzer ist.

All Star Level

Laptops (A_033)

b) Ein Computerhersteller hat für den Verkauf von Laptops folgende Gewinnfunktion G ermittelt:

$G(x) = -0{,}2 \cdot x^2 + b \cdot x + c$ (mit $b, c \in \mathbb{R}$)

x … verkaufte Menge in ME
$G(x)$ … Gewinn bei der Absatzmenge x in GE

Zur Berechnung der Gewinngrenzen benötigt man die Nullstellen der Gewinnfunktion G.

– Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht. *[Lückentext]*

Die Funktion G hat genau ___①___, wenn ___②___ gilt.

①	
1 Nullstelle	☐
2 Nullstellen	☐
3 Nullstellen	☐

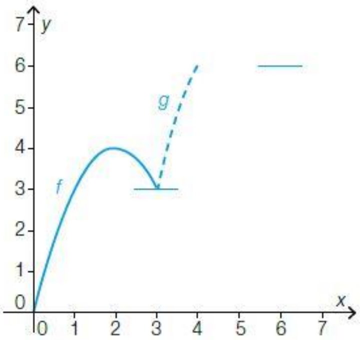
②	
$5 \cdot b^2 > -4 \cdot c$	☐
$c < -1{,}25 \cdot b^2$	☐
$b^2 + 0{,}8 \cdot c = -1$	☐

Computerspiele (1) (B_374)

b) Die nebenstehende Grafik stellt zwei gleichartige Sprünge einer Figur in einem Computerspiel dar. Die Funktion f wird modelliert durch:

$f(x) = -x^2 + 4 \cdot x$

$x, f(x), g(x)$ ... Koordinaten



– Kreuzen Sie die für die Funktion g zutreffende Funktionsgleichung an. *[1 aus 5]*

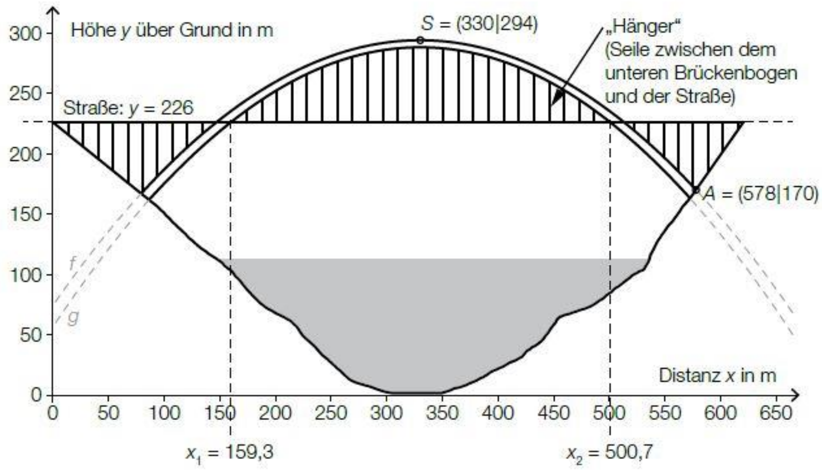
$g(x) = -x^2 - 10 \cdot x - 18$	☐
$g(x) = -x^2 + 10 \cdot x + 18$	☐
$g(x) = -x^2 - 10 \cdot x + 18$	☐
$g(x) = -x^2 + 10 \cdot x - 18$	☐
$g(x) = x^2 + 10 \cdot x - 18$	☐

Die Funktion f soll so verändert werden, dass die maximale Sprunghöhe an derselben Stelle erreicht wird, aber größer ist. Der Sprung soll dennoch im Koordinatenursprung beginnen.

– Beschreiben Sie, wie man die Funktion f dafür verändern muss.

Wushan-Bruecke (A_177)

Die Wushan-Brücke über den Jangtsekiang ist eine der größten Bogenbrücken der Welt:



Die obige Abbildung stellt die Geometrie der Brücke dar. Der obere und der untere Brückenbogen werden durch die Graphen der quadratischen Funktionen f und g dargestellt. Der Punkt S ist der Scheitelpunkt der Funktion f. Die Stellen x_1 und x_2 markieren die Schnittpunkte des unteren Brückenbogens mit der Straße $y = 226$.

b) Die Gleichung derjenigen Parabel, die den unteren Brückenbogen beschreibt, lautet:

$$g(x) = -\frac{1}{470} \cdot (x - 330)^2 + 288 \quad \text{mit} \quad 86 \leq x \leq 574$$

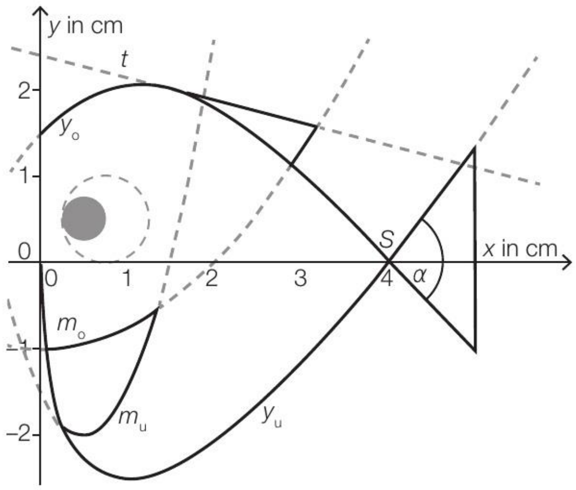
Jemand stellt zur Berechnung der Höhe $H(x)$ der Hänger an der Stelle x folgende Formel auf:

$$H(x) = -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 79760) \quad \text{für} \quad x_1 \leq x \leq x_2$$

– Weisen Sie die Korrektheit dieser Formel nach.

Nemo (B_364)

Eine Schülerin hat mithilfe mathematischer Funktionen den Fisch *Nemo* gestaltet:



Die Funktionen y_u und y_o sind definiert durch:

$y_u(x) = \frac{5}{2} \cdot \left(x - 2 \cdot \sqrt{x}\right)$ und $y_o(x) = \frac{11}{256} \cdot x^3 - \frac{33}{64} \cdot x^2 + x + \frac{3}{2}$

x, $y_u(x)$, $y_o(x)$ … Koordinaten in cm

d) Der Mund von Nemo wird durch die 2 quadratischen Funktionen m_o und m_u erzeugt.

– Ordnen Sie den beiden Funktionen jeweils die richtige Funktionsgleichung zu. *[2 zu 4]*

m_o	
m_u	

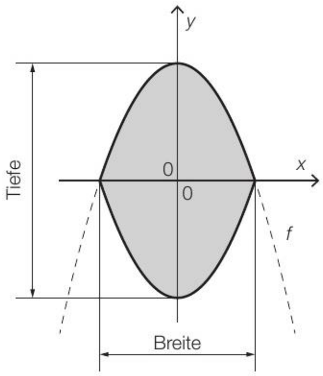
A	$y(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^2 - 1$
B	$y(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2$
C	$y(x) = 2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2$
D	$y(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - 1$

Dinosaurier (A_142)

a) Um das Körpervolumen eines Dinosauriers zu schätzen, werden Messungen am Skelett durchgeführt. Die Form des Körperquerschnitts wird dann – wie in der nachstehenden Abbildung dargestellt – mithilfe einer Funktion f modelliert:

$f(x) = 1 - a \cdot x^2, \ a > 0$

Der Graph von f bildet die obere Begrenzung des Querschnitts, die untere Begrenzung verläuft dazu symmetrisch bezüglich der x-Achse.



Quelle: Etemenanki3 – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Diplodocus_longus_Denver_1.jpg [15.01.2020].

Für die Bestimmung des Parameters a ist das Verhältnis von Breite und Tiefe des Körpers des untersuchten Dinosauriers ausschlaggebend.

– Zeigen Sie, dass bei der Modellierung des Querschnitts mithilfe der Funktion f gilt:
Breite : Tiefe = $1 : \sqrt{a}$

Zur Berechnung der Querschnittsfläche mithilfe des Integrals wird eine Stammfunktion von f benötigt.

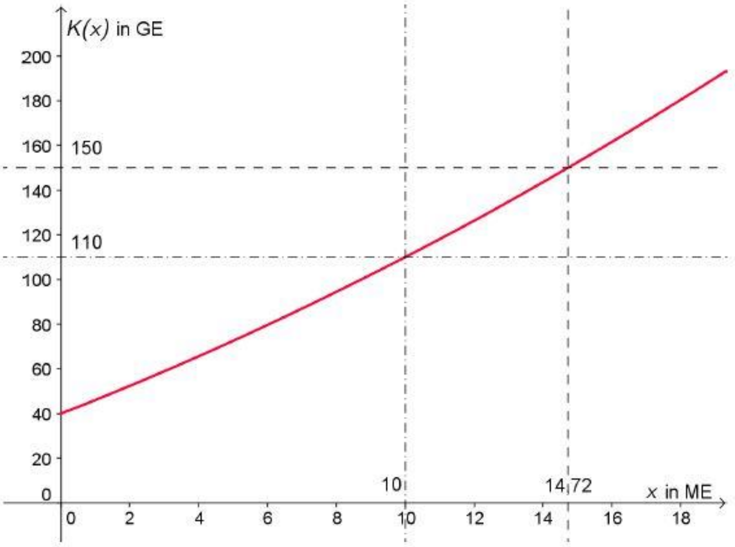
– Ermitteln Sie eine Gleichung derjenigen Stammfunktion F von f, für die gilt: $F(0) = 0$

Lösungen

Rookie Level

Herstellungskosten (1) (B_123) Lösung

b) Bei Kosten von 150 GE werden rund 14,72 ME erzeugt.
Die Herstellung von 10 ME kostet 110 GE.



Wasserstrahl (A_006) Lösung

a) $h(x) = -0{,}15x^2 + 0{,}9x + 0{,}6$

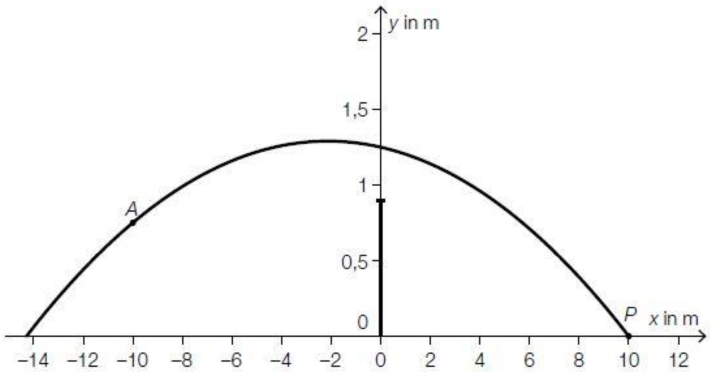
Die Weite erhält man durch Berechnen der Nullstelle: $h(x) = 0$

Technologieeinsatz: $x \approx 6{,}61$ m

Argumentieren:
Wenn man die Strahlrichtung oder den Wasserdruck (Geschwindigkeit) nicht verändert, so verschiebt sich die Parabel nach oben und es verändert sich der Schnitt mit der vertikalen Achse. Dadurch verändert sich aber auch die Reichweite x, sie wird größer.
Die Diskussion kann auch anders geführt sein. Nicht zwingend in dieser Weise!

Tennis (1) * (A_151) Lösung

a)



sinnvolles Intervall für die Beschreibung der Flugbahn: [–10; 10]

Joghurt (A_138) Lösung

b) $0{,}4 \cdot x + 270 = 0{,}001125 \cdot x^2 + 0{,}125 \cdot x + 200$
Lösung mittels Technologieeinsatz: ($x_1 = -155{,}56$)
$x_2 = 400$

$K_1(400) = 430 \quad \Rightarrow \quad$ Schnittpunkt: $S = (400|430)$

Die 1. Koordinate des Schnittpunkts gibt diejenige Produktionsmenge (400 ME) an, bei der die Gesamtkosten bei beiden Sorten gleich hoch sind. Die 2. Koordinate des Schnittpunkts gibt diese Gesamtkosten (430 GE) an.

Kugelstossen (1) (A_060) Lösung

a) Wurfweite:
$h(x) = 0 \rightarrow -0{,}08769 \cdot x^2 + 1{,}7269 \cdot x + 2 = 0$
Nullstelle: $x = 20{,}790\ldots$
Die Wurfweite beträgt daher rund 20,79 m.

Kugelstossen (2) * (A_268) Lösung

c1) Die Kugel wird in einer Höhe von 2 m abgestoßen.

c2) $h(x) = 0$

oder:

$-0{,}05 \cdot x^2 + 0{,}75 \cdot x + 2 = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 17{,}310\ldots$
($x_2 = -2{,}310\ldots$)
Die Kugel schlägt in einer horizontalen Entfernung von rund 17,31 m auf dem Boden auf.

Pro Level

Vergnuegungspark (1) * (A_208) Lösung

a) $4{,}1 = 9 - x^2$
$x^2 = 4{,}9$
$x = \pm 2{,}213\ldots$

Der Festwagen darf rund 4,42 m breit sein.

$\int_{-3}^{3} (9 - x^2)\mathrm{d}x = 36$

Der Flächeninhalt der benötigten Folie beträgt 36 m².

Windraeder * (A_247) Lösung

c) $0{,}5 = 0{,}0175 \cdot v^2 - 0{,}0796 \cdot v + 0{,}0391$

$v_1 = 7{,}887\ldots$
$(v_2 = -3{,}339\ldots)$

Eine Leistung von 0,5 MW wird bei einer Windgeschwindigkeit von rund 7,89 m/s erzielt.

Es wird die relative Änderung der Leistung des Windrads bei einem Anstieg der Windgeschwindigkeit von 7 m/s auf 8 m/s ermittelt.

Weitsprung (2) (A_213) Lösung

b)

$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ $(a < 0, b > 0)$	A
$f(x) = a \cdot x^2 + c$ $(a < 0, c > 0)$	B

A	Der Graph der Funktion f geht durch den Ursprung des Koordinatensystems.
B	Der Graph der Funktion f ist symmetrisch zur Ordinatenachse.
C	Der Graph der Funktion ist nach oben offen.
D	Der Graph der Funktion hat keine Nullstelle.

Blumentopf * (B_474) Lösung

c1) $E(x) = 100$ *oder* $20 \cdot x - 0{,}12 \cdot x^2 = 100$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$x_1 = 5{,}15\ldots$
$x_2 = 161{,}50\ldots$

Intervall: [5,15...; 161,50...]

Laptops (A_033) Lösung

c)

$G(x) = -0{,}5 \cdot x^2 + 300 \cdot x - 12000$	☒

Der Graph der Funktion ist eine nach unten geöffnete Parabel, daher muss der Koeffizient des quadratischen Gliedes negativ sein. Somit kann die 3. Funktionsgleichung nicht richtig sein.
Die Parabel ist nicht symmetrisch bezüglich der 2. Achse, daher kann der Koeffizient des linearen Gliedes nicht null sein. Somit kann die 1. Funktionsgleichung nicht richtig sein.
Der Funktionswert an der Stelle 0 ist –12000, das ist der konstante Summand in der Funktionsgleichung. Somit können die 4. und die 5. Funktionsgleichung nicht richtig sein.

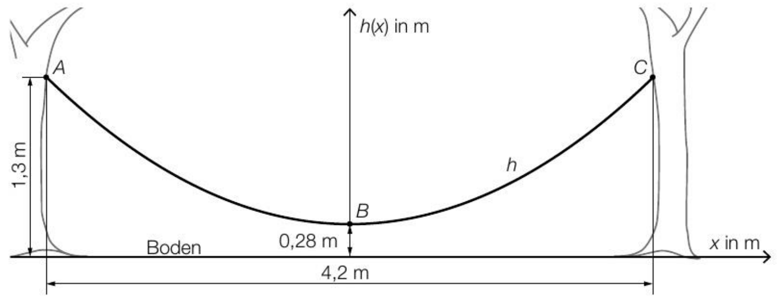
Sonnenaufgang* (A_284) Lösung

c1) 31 Tage
Toleranzbereich: [26 Tage; 34 Tage]

c2) Die Datenpunkte im Zeitintervall [0; 40] können durch eine nach unten offene (negativ gekrümmte) Parabel angenähert werden. Daher ist der Parameter a der zugehörigen quadratischen Funktion negativ.

Haengematten * (B_445) Lösung

a1)



a2) $h(2{,}1) = 1{,}3$ *oder* $a \cdot 2{,}1^2 + 0{,}28 = 1{,}3 \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}23129...$

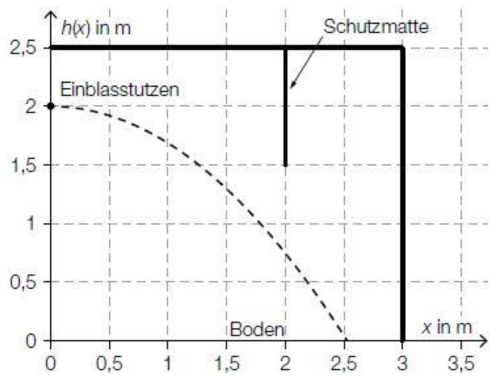
Skispringen (1) (A_022) Lösung

b) Aus dem Graphen kann zum Beispiel der Punkt (110|–70) abgelesen werden.
Damit ergibt sich folgende Gleichung:
$f(x) = a \cdot x^2$
$-70 = a \cdot 110^2$
$a = -0{,}00578...$

Man müsste a verringern, um eine Flugbahn mit kürzerer Sprungweite zu modellieren.

Pelletsheizung * (A_068) Lösung

c1)



c2) Das Pellet trifft gerade noch die Matte, wenn seine Bahn durch den Punkt (2|1,5) verläuft:
$1{,}5 = -\frac{5 \cdot 2^2}{v_0^2} + 2$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$v_{0,1} = 6{,}324...$ (*oder* $v_{0,2} = -6{,}324...$)

Bei einer Einblasgeschwindigkeit von 6,32... m/s trifft das Pellet gerade noch das untere Ende der Schutzmatte.

Tunnelzelte (A_131) Lösung

a)

$a < 0,\ b = 0,\ c > 0$	☒

Diätplan (A_134) Lösung

b) I: $m(0) = 110{,}7$ bzw. $c = 110{,}7$
II: $m(6) = 101{,}6$ bzw. $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c = 101{,}6$
III: $m(10) = 98$ bzw. $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 98$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$a = 0{,}061\overline{6},\ b = -1{,}88\overline{6},\ c = 110{,}7$

Kochzeit von Eiern * (A_289) Lösung

a1) $5 = a \cdot 45^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{5}{45^2} = 0{,}00246...$

a2) $W(1{,}1 \cdot d) = a \cdot (1{,}1 \cdot d)^2 = a \cdot 1{,}21 \cdot d^2$
Ist der Durchmesser um 10 % größer, dann ist die Kochzeit um 21 % länger.

Der geforderte Nachweis kann auch mit konkreten Zahlen erfolgen.

b1) $Z(4) = 242{,}976$
$Z(20) = 199{,}2$

$Z(4) - Z(20) = 43{,}7...$

Die Kochzeit ist um rund 44 s kürzer.

All Star Level

Laptops (A_033) Lösung

b)

①	
2 Nullstellen	☒

②	
$5 \cdot b^2 > -4 \cdot c$	☒

Computerspiele (1) (B_374) Lösung

b)

$g(x) = -x^2 + 10 \cdot x - 18$	☒

Der gesamte Funktionsterm muss mit einem Faktor $c > 1$ multipliziert werden.

Wushan-Bruecke (A_177) Lösung

b) Anwendung der binomischen Formel und Vereinfachung:

$$H(x) = g(x) - 226 = -\frac{1}{470} \cdot (x - 330)^2 + 62 = -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 330^2) + 62$$

$$= -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 330^2 - 62 \cdot 470) = -\frac{1}{470} \cdot (x^2 - 660 \cdot x + 79\,760)$$

Nemo (B_364) Lösung

d)

m_o	D
m_u	C

A	$y(x) = -\frac{1}{4} \cdot x^2 - 1$
B	$y(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2$
C	$y(x) = 2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2$
D	$y(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 - 1$

Dinosaurier (A_142) Lösung

a) Die Breite ist der Abstand zwischen den beiden Nullstellen von f:

$f(x) = 0$

$1 - a \cdot x^2 = 0$

$x = \pm\sqrt{\frac{1}{a}} \quad \Rightarrow \quad \text{Breite} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}$

Tiefe $= 2 \cdot f(0) = 2 \cdot 1 = 2$

$$\frac{\text{Breite}}{\text{Tiefe}} = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}}{2} = \sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

also gilt: Breite : Tiefe = $1 : \sqrt{a}$

$F(x) = x - \frac{a}{3} \cdot x^3$