Änderungsmaße

Rookie Level

Autofahrt_2 (A_200)

b) Frau Maiers Bordcomputer kann die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge anzeigen. Intern berechnet der Computer für eine der Fahrten von Frau Maier die verbrauchte Benzinmenge in Abhängigkeit vom bisher zurückgelegten Weg mithilfe folgender Funktion:

$$f(x) = 0{,}0000006x^3 + 0{,}0002x^2 + 0{,}08x$$

x ... Strecke in Kilometern (km), die seit Fahrtbeginn zurückgelegt wurde
$f(x)$ ... verbrauchte Benzinmenge in Litern (L) nach x zurückgelegten Kilometern

– Stellen Sie eine Formel auf, mit der man den mittleren Benzinverbrauch pro Kilometer für ein beliebiges Wegintervall $[x_1; x_2]$ berechnen kann.
– Berechnen Sie den mittleren Benzinverbrauch pro Kilometer im Wegintervall [50 km; 100 km].

c) Die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge wird näherungsweise durch folgende Funktion beschrieben:

$$f(x) = 0{,}0000006x^3 + 0{,}0002x^2 + 0{,}08x$$

x ... Strecke in km, die seit Fahrtbeginn zurückgelegt wurde
$f(x)$ ... die seit Fahrtbeginn verbrauchte Benzinmenge in Litern nach x zurückgelegten Kilometern

– Geben Sie an, mit welcher Rechenoperation man den momentanen Benzinverbrauch bei x Kilometern berechnen kann.
– Berechnen Sie den momentanen Benzinverbrauch bei 50 Kilometern in Litern pro Kilometer (L/km).

Benzinverbrauch (A_185)

b) Der Benzinverbrauch im 1. Gang kann im Intervall [7 km/h; 40 km/h] näherungsweise durch folgende Funktionsgleichung beschrieben werden:

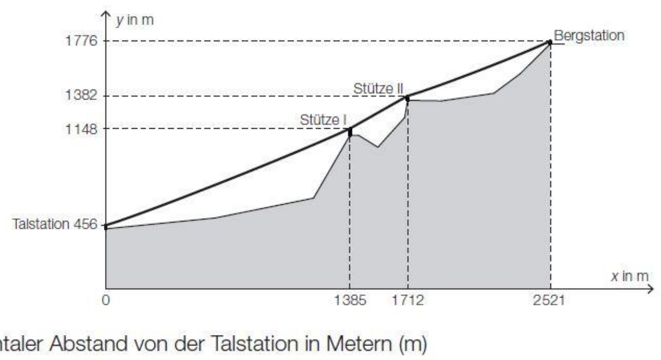
$$b_1(v) = \frac{3 \cdot v^2 + 10 \cdot v + 1500}{10 \cdot (v + 10)}$$

v … Geschwindigkeit in km/h
$b_1(v)$ … Benzinverbrauch bei der Geschwindigkeit v in Litern pro 100 Kilometer (L/100 km)

– Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate des Benzinverbrauchs für das Intervall [10 km/h; 30 km/h].
– Berechnen Sie die relative Änderung des Benzinverbrauchs in Prozent bei einer Erhöhung der Geschwindigkeit von 10 km/h auf 30 km/h.

Gondelbahn auf den Untersberg * (A_224)

In nachstehender Abbildung ist der Verlauf des Tragseils der Gondelbahn von St. Leonhard auf den Untersberg vereinfacht dargestellt.



x ... horizontaler Abstand von der Talstation in Metern (m)
y ... Höhe über Meeresniveau in m

a) Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1776 - 456}{2521 - 0} \approx 0{,}52$$

– Beschreiben Sie, was das Ergebnis im gegebenen Sachzusammenhang bedeutet.

Wasserquelle (A_129)

b) Der zu einem bestimmten Zeitpunkt der 2. Messung vorliegende Volumenstrom kann mit der Funktion g beschrieben werden:

$$g(t) = 17\,000 \cdot e^{-0{,}01 \cdot t}$$

t … Zeit in Stunden (h)
$g(t)$ … Volumenstrom in L/h zur Zeit t

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Volumenstroms in den ersten 12 Stunden dieser Messung.
– Erklären Sie, was die 1. Ableitung zum Zeitpunkt $t = 5$ h in diesem Sachzusammenhang angibt.

Groesse von Maedchen * (B_353)

In der nachstehenden Tabelle ist angegeben, wie groß Mädchen eines bestimmten Alters durchschnittlich sind.

Alter (in Jahren)	durchschnittliche Körpergröße (in Zentimetern)
0	51,5
1	74,0
2	85,4
3	95,4
4	102,8
5	109,5
6	115,3

b) – Bestimmen Sie den absoluten Größenzuwachs im 3. Lebensjahr anhand der gegebenen Daten.
– Beschreiben Sie, was mit der folgenden Rechnung im gegebenen Sachzusammenhang ermittelt wird:
$$\frac{102{,}8 - 95{,}4}{95{,}4}$$

Leistungskurve * (A_108)

c) Um 9 Uhr beträgt die Leistungsbereitschaft einer Arbeitnehmerin 110 %. Um 12 Uhr beträgt sie 140 %. Im Zeitintervall von 12 Uhr bis 14 Uhr beträgt die mittlere Änderungsrate der Leistungsbereitschaft –12 % pro Stunde.

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Leistungsbereitschaft im Zeitintervall von 9 Uhr bis 12 Uhr.
– Berechnen Sie die Leistungsbereitschaft um 14 Uhr.

Die Genussformel * (A_263)

b) Für die optimale Bratdauer einer Gans gibt Gruber folgende Werte an:

Masse der Gans in Kilogramm	Bratdauer in Minuten
2,0	104
3,0	136
3,8	159

– Zeigen Sie mithilfe des Differenzenquotienten, dass zwischen Masse und Bratdauer kein exakter linearer Zusammenhang vorliegt.

Altenpflege * (A_262)

c) Die nachstehende Tabelle zeigt die Anzahl der Hausbesuche pro Jahr durch mobile Dienste im Rahmen der Altenpflege in Oberösterreich sowie deren prozentuellen Anstieg jeweils im Vergleich zur Anzahl 2 Jahre davor.

Jahr	Anzahl der Hausbesuche pro Jahr	prozentueller Anstieg (gerundet)
1994	498 086	
1996	589 168	18,3 %
1998	802 146	36,1 %
2000	1 017 793	26,9 %
2002	1 176 665	15,6 %
2004	1 360 543	15,6 %

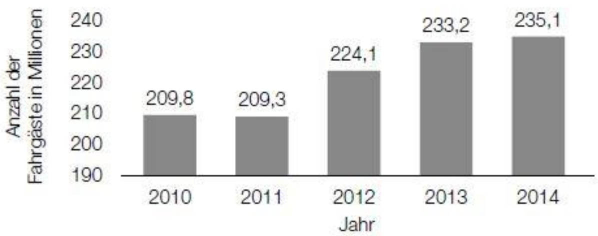
Der prozentuelle Anstieg der Anzahl der Hausbesuche pro Jahr betrug sowohl von 2000 auf 2002 als auch von 2002 auf 2004 jeweils rund 15,6 %.

– Erklären Sie in Worten, warum sich die absolute Änderung der Anzahl der Hausbesuche pro Jahr von 2000 auf 2002 von jener von 2002 auf 2004 unterscheidet, obwohl die prozentuellen Anstiege in den jeweiligen Zeitintervallen gleich sind.

– Interpretieren Sie das Ergebnis der Berechnung $\frac{1\,360\,543 - 498\,086}{2004 - 1994} \approx 86\,246$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Bahnverkehr in Oesterreich* (A_283)

c) Im nachstehenden Diagramm sind die Fahrgastzahlen der Österreichischen Bundesbahnen für die Jahre 2010 bis 2014 dargestellt.



Datenquelle: Agentur für Passagier- und Fahrgastrechte (Hrsg.): *Fahrgastrechte-Statistik Bahn 2014*, 2016, S. 4. https://www.apf.gv.at/files/1-apf-Homepage/1g-Publikationen/Fahrgastrechtestatistik-2014.pdf [22.11.2018].

1) Berechnen Sie die Spannweite der angegebenen Fahrgastzahlen in Millionen.

Es wird folgende Berechnung durchgeführt:

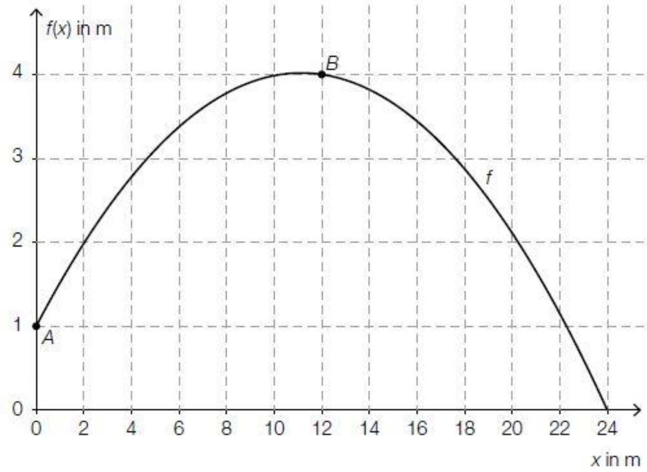
$$\frac{235{,}1 - 209{,}8}{209{,}8} \approx 0{,}12$$

2) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

Pro Level

Baseball * (A_237)

a) Die Flugbahn eines Baseballs kann näherungsweise durch den Graphen einer Funktion f beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



– Ermitteln Sie den Steigungswinkel der Geraden durch die Punkte A und B.

Es soll diejenige Stelle x_0 ermittelt werden, an der die Steigung der Tangente an den Graphen von f gleich der Steigung der Geraden durch die Punkte A und B ist.

– Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung, wie man x_0 näherungsweise grafisch ermitteln kann.

Schokoriegel * (B_107)

a) Schokoriegel wurden bisher in Packungen zu 5 Stück zu einem Preis von € 1,79 pro Packung verkauft. Nun werden sie in Packungen zu 6 Stück zu einem Preis von € 2,49 pro Packung verkauft.

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent ein einzelner Schokoriegel in der neuen Packung teurer ist als ein einzelner Schokoriegel in der alten Packung.

Abfallwirtschaft (A_184)

b) Die Entwicklung der Restmüllmenge in den Jahren 2001 bis 2010 in Graz kann mithilfe der Funktion R näherungsweise beschrieben werden:

$R(t) = 120 \cdot t^2 + 80 \cdot t + 41\,072$

t … Zeit in Jahren ab 2001, d. h., für das Jahr 2001 gilt: $t = 0$
$R(t)$ … Restmüllmenge zur Zeit t in t

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate für $t = 5$ bis $t = 9$.

Blockfloete (B_239)

c) Die Schallgeschwindigkeit beeinflusst die Tonhöhe der Blockflöte. Der Zusammenhang zwischen der Schallgeschwindigkeit und der Temperatur kann durch die folgende Funktion c dargestellt werden:

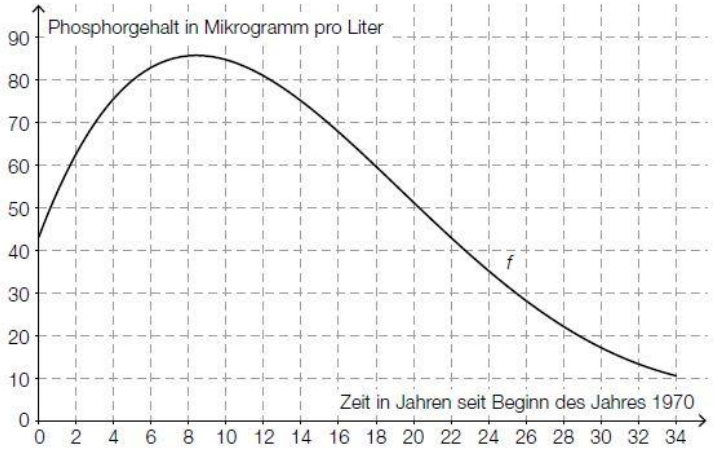
$$c(T) = 331{,}5 \cdot \sqrt{1 + \frac{T}{273{,}15}}$$

T ... Temperatur in °C
$c(T)$ ... Schallgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s) bei einer Temperatur T in °C

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Schallgeschwindigkeit von 19 °C bis 35 °C.
– Dokumentieren Sie, wie man die Steigung der Tangente an die Funktion c an der Stelle T = 20 °C berechnen kann.

Der Bodensee * (A_253)

b) Der Phosphorgehalt im Bodensee kann im Zeitraum von 1970 bis 2004 näherungsweise durch eine Polynomfunktion f beschrieben werden.



– Ermitteln Sie mithilfe des oben dargestellten Graphen von f die mittlere Änderungsrate des Phosphorgehalts im Zeitintervall [12; 18].
– Dokumentieren Sie in Worten, wie man mittels Differenzialrechnung berechnen kann, wann der Phosphorgehalt am stärksten gesunken ist.

Medikamentenabbau (2) (A_231)

b) Ein neuartiges Medikament steht in zwei Formen A und B zur Verfügung. Der Abbau des Wirkstoffs wurde für beide Formen in regelmäßigen Zeitabständen gemessen.

Die beiden Wertetabellen zeigen die Wirkstoffmenge $W(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t:

Versuchsreihe für *A*	
t in Stunden	*W*(*t*) in mg/L
0	30,0
1	27,0
2	24,3
3	21,87

Versuchsreihe für *B*	
t in Stunden	*W*(*t*) in mg/L
0	30,00
1	29,25
2	28,50
3	27,75

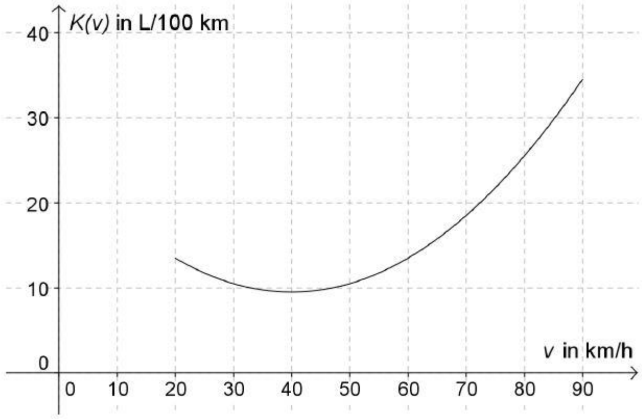
– Begründen Sie anhand der obigen Tabellen, warum die Versuchsreihe für A durch ein exponentielles und die Versuchsreihe für B hingegen durch ein lineares Modell beschrieben werden kann.
– Erstellen Sie eine Funktionsgleichung für den zeitlichen Abbau der Wirkstoffmenge des Medikaments in der Form B.

Kraftstoffverbrauch (B_176)

Der Kraftstoffverbrauch eines Kraftfahrzeugs ist unter anderem abhängig von der gefahrenen Geschwindigkeit.

v … Geschwindigkeit in Kilometern pro Stunde (km/h)
$K(v)$ … Kraftstoffverbrauch bei einer konstanten Geschwindigkeit v in Litern pro 100 Kilometer (L/100 km)

c) Die nachstehende Grafik zeigt den Kraftstoffverbrauch eines Kleintransporters in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit beim Fahren mit gleichbleibendem Gang.



– Veranschaulichen Sie in der Grafik die momentane Änderungsrate des Kraftstoffverbrauchs bei einer Geschwindigkeit von 60 km/h.
– Lesen Sie die momentane Änderungsrate des Kraftstoffverbrauchs bei 60 km/h ab.

Blut und Blutdruck (A_223)

c) Die Konzentration eines blutdrucksenkenden Wirkstoffs im Blut eines Patienten kann für die ersten 10 Stunden nach Einnahme des Medikaments näherungsweise durch die Funktion f beschrieben werden:

$f(t) = 8 \cdot t \cdot e^{-0{,}75 \cdot t}$

t … Zeit in Stunden nach der Einnahme
$f(t)$ … Konzentration des Wirkstoffs im Blut zur Zeit t in Milligramm pro Liter (mg/L)

– Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate der Konzentration im Zeitintervall [2; 4] nach der Einnahme.

Pelletsheizung * (A_068)

a) Die Gesamtkosten für eine Pelletslieferung setzen sich aus einer fixen Grundgebühr und den Kosten für die Liefermenge zusammen. Dabei ist für jede Tonne Pellets der gleiche Preis zu bezahlen.

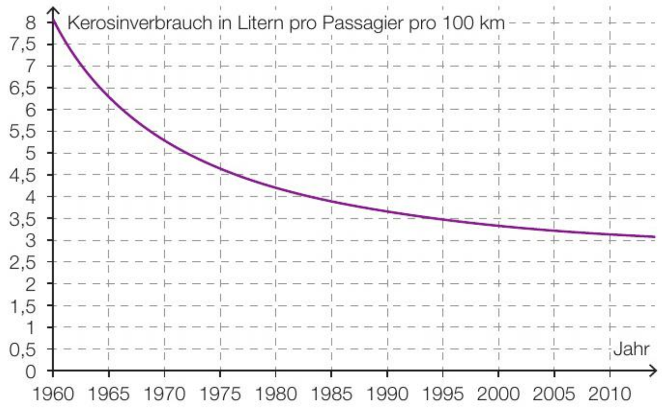
Ein Pelletshändler bietet auf seiner Website einen Online-Rechner an. Eine Kundin verwendet diesen Online-Rechner und notiert die Gesamtkosten für drei verschiedene Liefermengen:

Liefermenge in Tonnen	Gesamtkosten in Euro
2	500
4	960
5,5	1 260

1) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Online-Rechner die Gesamtkosten wie oben beschrieben berechnet.

Flugzeuge (A_126)

b) Der Kerosinverbrauch wird üblicherweise pro Passagier pro 100 km angegeben. Die nachstehende Abbildung stellt die Abnahme des Kerosinverbrauchs von Flugzeugen in den vergangenen Jahrzenten dar.



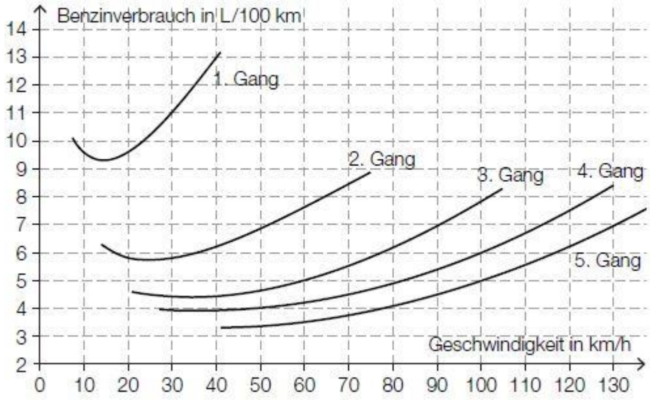
– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die mittlere Änderungsrate des Kerosinverbrauchs im Zeitintervall [1960; 1995].

– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die momentane Änderungsrate des Kerosinverbrauchs im Jahr 1970.

All Star Level

Benzinverbrauch (A_185)

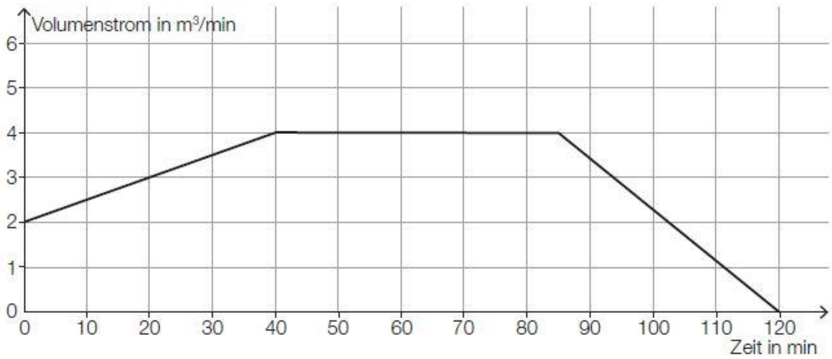
In der nachstehenden Grafik wird der Benzinverbrauch eines Personenkraftwagens in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit dargestellt.



a) – Lesen Sie aus der obigen Grafik ab, wie viele Liter Benzin pro 100 km man sich ersparen kann, wenn bei 35 km/h nicht mit dem 2. Gang, sondern mit dem 3. Gang gefahren wird.
– Beschreiben Sie den Verlauf der momentanen Änderungsrate des Verbrauchs für die Kurve des 2. Gangs im Geschwindigkeitsintervall [15 km/h; 75 km/h].

Volumenstrom (2) (A_197)

In einer Industrieanlage wird zur Kühlung Wasser benötigt. Der Volumenstrom beschreibt, wie viel Kubikmeter Kühlwasser pro Minute in die Anlage fließen. Der gesamte Kühlvorgang dauert 120 min und kann mehrmals am Tag stattfinden. Im unten dargestellten Graphen ist die Abhängigkeit des Volumenstroms von der Zeit dargestellt.



b) – Beschreiben Sie, was mit dem Ausdruck $\frac{0-2}{120-0}$ im gegebenen Sachzusammenhang berechnet wird.

c) Ein neues Ventil wird installiert. Der Volumenstrom V_1 wird mit der nachstehenden Funktion beschrieben.

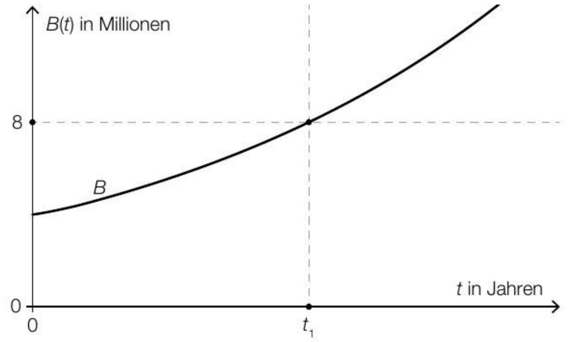
$V_1(t) = \frac{13}{200} \cdot t + 2$ mit $0 \leq t \leq 40$

t … Zeit in min
$V_1(t)$ … Volumenstrom zum Zeitpunkt t in m³/min

– Berechnen Sie die relative Änderung vom Volumenstrom V zum Volumenstrom V_1 bei 20 min.

Bevoelkerungswachstum in den USA (A_092)

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion B in einem eingeschränkten Definitionsbereich dargestellt.



– Weisen Sie nach, dass im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$ die relative Änderung und die mittlere Änderungsrate von B durch dieselbe Formel beschrieben werden können.

Lösungen

Rookie Level

Autofahrt (2) (A_200) Lösung

b) Formel:
Für ein allgemeines Intervall $[x_1; x_2]$ gilt:

$$\text{mittlerer Benzinverbrauch} = \frac{\text{verbrauchte Benzinmenge}}{\text{zurückgelegte km}} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$\text{mittlerer Benzinverbrauch} = \frac{\text{verbrauchte Benzinmenge}}{\text{zurückgelegte km}} = \frac{f(100) - f(50)}{100 - 50}$$

$f(100) = 10{,}6$
$f(50) = 4{,}575$

$$\text{mittlerer Benzinverbrauch} = \frac{f(100) - f(50)}{100 - 50} = \frac{10{,}6 - 4{,}575}{100 - 50} = 0{,}1205$$

Frau Maier hat im angegebenen Wegintervall durchschnittlich 0,1205 L Benzin pro km gebraucht.

c) Man berechnet den momentanen Benzinverbrauch bei x km durch $f'(x)$.

Der momentane Benzinverbrauch bei Kilometer 50 ist die Ableitung $f'(50)$.

$f'(x) = 0{,}0000018x^2 + 0{,}0004x + 0{,}08$
$f'(50) = 0{,}1045$

Der momentane Benzinverbrauch bei Kilometer 50 beträgt also 0,1045 L/km.

Benzinverbrauch (A_185) Lösung

b) $\frac{b_1(30) - b_1(10)}{30 - 10} = 0{,}0875\ \frac{\text{L/100 km}}{\text{km/h}}$

$\frac{b_1(30) - b_1(10)}{b_1(10)} = 0{,}18421\ldots$

Die relative Änderung des Benzinverbrauchs bei einer Erhöhung der Geschwindigkeit von 10 km/h auf 30 km/h beträgt rund 18,42 %.

Gondelbahn auf den Untersberg * (A_224) Lösung

a) Die mittlere Steigung des Tragseils der Gondelbahn auf den Untersberg beträgt rund 0,52.

Wasserquelle (A_129) Lösung

b) $\frac{g(12) - g(0)}{12 - 0} = \frac{15\,077{,}647\ldots - 17\,000}{12} = -160{,}196\ldots$

Die mittlere Änderungsrate in den ersten 12 Stunden entspricht einer stündlichen Abnahme des Volumenstroms von rund 160,20 L/h.

$g'(5)$ ist die momentane Änderungsrate des Volumenstroms nach 5 Stunden.
Das heißt, 5 Stunden nach Beobachtungsbeginn nimmt der Volumenstrom pro Stunde ungefähr um den Wert $|g'(5)|$ ab.

Groesse von Maedchen * (B_353) Lösung

b) $95{,}4 - 85{,}4 = 10$
Der absolute Größenzuwachs im 3. Lebensjahr beträgt 10 cm.

Es wird der relative Zuwachs der durchschnittlichen Körpergröße im 4. Lebensjahr ermittelt.

Leistungskurve * (A_108) Lösung

c) mittlere Änderungsrate: $\frac{140-110}{12-9} = 10 \rightarrow +10\,\%$ pro Stunde

Leistungsbereitschaft um 14 Uhr: $140 - 2 \cdot 12 = 116 \rightarrow 116\,\%$

Die Genussformel * (A_263) Lösung

b) Für die jeweiligen Differenzenquotienten gilt:

$\frac{136-104}{3{,}0-2{,}0} = 32$ bzw. $\frac{159-136}{3{,}8-3{,}0} = 28{,}75$ bzw. $\frac{159-104}{3{,}8-2{,}0} = 30{,}55\ldots$

Es liegt kein linearer Zusammenhang vor, weil die Differenzenquotienten nicht gleich sind.

Für die Punktevergabe ist es nicht erforderlich, alle 3 angegebenen Differenzenquotienten zu ermitteln.

Altenpflege * (A_262) Lösung

c) Die absolute Änderung der Anzahl der Hausbesuche pro Jahr unterscheidet sich, da verschiedene Grundwerte für die Berechnung der prozentuellen Anstiege herangezogen werden.

Die Anzahl der Hausbesuche pro Jahr ist im Zeitintervall von 1994 bis 2004 durchschnittlich um rund 86246 pro Jahr gestiegen.

Altenpflege * (A_262) Lösung

c) Die absolute Änderung der Anzahl der Hausbesuche pro Jahr unterscheidet sich, da verschiedene Grundwerte für die Berechnung der prozentuellen Anstiege herangezogen werden.

Die Anzahl der Hausbesuche pro Jahr ist im Zeitintervall von 1994 bis 2004 durchschnittlich um rund 86246 pro Jahr gestiegen.

Bahnverkehr in Oesterreich* (A_283) Lösung

c1) $235{,}1 - 209{,}3 = 25{,}8$

Die Spannweite beträgt 25,8 Millionen Fahrgäste.

c2) Im Jahr 2014 war die Anzahl der Fahrgäste um rund 12 % höher als im Jahr 2010.

Pro Level

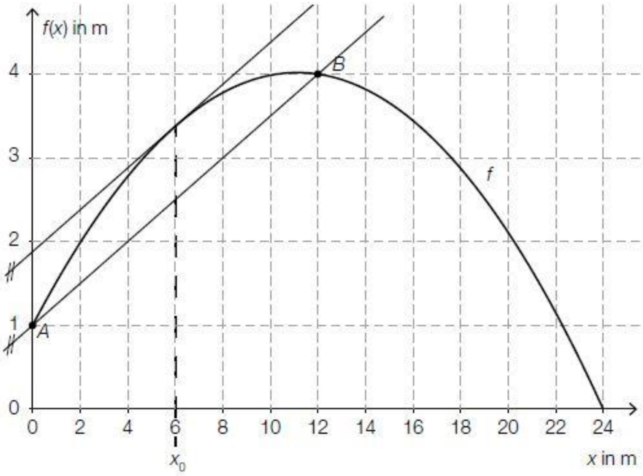
Baseball * (A_237) Lösung

a) Steigung k der Geraden durch die Punkte A und B:

$k = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Steigungswinkel α:

$\alpha = \arctan(k) = 14{,}036\ldots° \approx 14{,}04°$



Schokoriegel * (B_107) Lösung

a1) Preis pro Schokoriegel:

alte Packung: 1,79 : 5 = 0,358
neue Packung: 2,49 : 6 = 0,415

0,415 : 0,358 = 1,159...
Die Preiserhöhung beträgt rund 16 %.

Abfallwirtschaft (A_184) Lösung

b) $\frac{R(9) - R(5)}{9 - 5} = 1\,760$ t pro Jahr

Blockfloete (B_239) Lösung

c) $\frac{c(35) - c(19)}{35 - 19} \approx 0{,}579$

Die Schallgeschwindigkeit ändert sich um rund 0,579 m/s pro Grad Celsius.

Die Steigung der Tangente der Stelle $T = 20$ entspricht der 1. Ableitung der Funktion an dieser Stelle. Durch Einsetzen der Temperatur 20 °C in die 1. Ableitung erhält man die Steigung der Tangente.

Der Bodensee * (A_253) Lösung

b) $\frac{60 - 81}{18 - 12} = -3{,}5$

Die mittlere Änderungsrate im gegebenen Intervall beträgt rund –3,5 µg pro Liter pro Jahr.
Toleranzintervall: [–4; –3,3]

Dazu ermittelt man die Nullstelle der 2. Ableitung der Funktion f im dargestellten Intervall.
In der Grafik ist klar zu erkennen, dass f *im dargestellten Intervall nur eine Wendestelle hat und dass an dieser Stelle die Abnahme am stärksten ist. Daher sind eine Überprüfung mithilfe der 1. Ableitung und eine Überprüfung der Randstellen nicht erforderlich.*

Medikamentenabbau (2) (A_231) Lösung

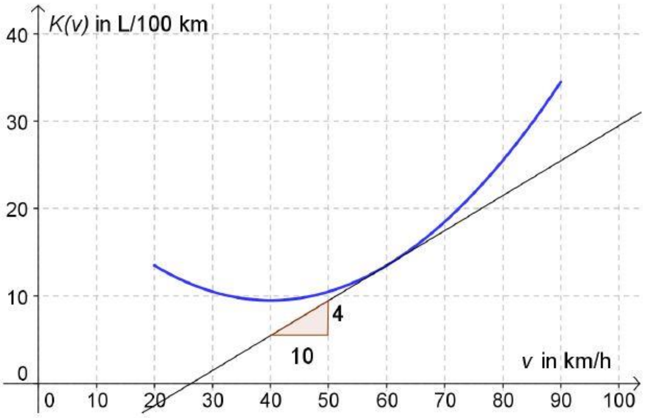
b) Bei der Versuchsreihe für *A* handelt es sich um eine exponentielle Abnahme, da die Wirkstoffmenge in jeder Stunde um denselben prozentuellen Wert (nämlich um 10 %) abnimmt. Die Versuchsreihe für *B* kann durch ein lineares Modell beschrieben werden, da die Wirkstoffmenge in jeder Stunde um denselben konstanten Wert (nämlich um 0,75 mg/L) abnimmt.

$W(t) = 30 - 0{,}75 \cdot t$

t … Zeit in Stunden (h)
$W(t)$ … Wirkstoffmenge zur Zeit t in mg/L

Kraftstoffverbrauch (B_176) Lösung

c)



Die momentane Änderung des Kraftstoffverbrauchs bei einer Geschwindigkeit von 60 km/h beträgt 0,4 L/100 km pro km/h.

Eine angemessene Ungenauigkeit wird toleriert.

Blut und Blutdruck (A_223) Lösung

c) $\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = -0{,}988...$

Die Konzentration des Wirkstoffs nimmt im Zeitintervall [2; 4] im Mittel um rund 0,99 mg/L pro Stunde ab.

Pelletsheizung * (A_068) Lösung

a1) $\frac{960 - 500}{4 - 2} = 230$

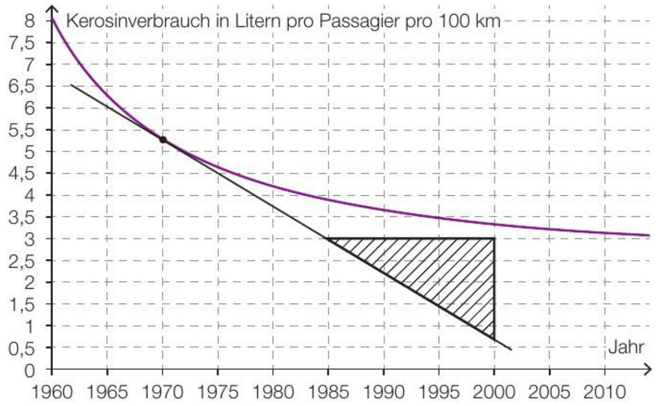
$\frac{1\,260 - 960}{5{,}5 - 4} = 200$

Der Online-Rechner berechnet die Gesamtkosten nicht wie oben beschrieben, weil nicht für jede Liefermenge der gleiche Preis pro Tonne zu bezahlen ist.

Ein anderer richtiger Nachweis ist ebenfalls zulässig.

Flugzeuge (A_126) Lösung

b)



1960 … ca. 8 Liter pro Passagier pro 100 km
1995 … ca. 3,5 Liter pro Passagier pro 100 km

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3{,}5 - 8}{1995 - 1960} = \frac{-4{,}5}{35} \approx -0{,}13$

Die mittlere Änderungsrate beträgt ungefähr –0,13 Liter Kerosin pro Passagier pro 100 km pro Jahr.

Steigung der in der obigen Abbildung eingezeichneten Tangente: $\frac{-2{,}3}{15} \approx -0{,}15$

Die momentane Änderungsrate beträgt ungefähr –0,15 Liter Kerosin pro Passagier pro 100 km pro Jahr.

All Star Level

Benzinverbrauch (A_185) Lösung

a) Man kann sich etwa 1,5 L pro 100 km sparen.

Die momentane Änderungsrate des Verbrauchs ist von 15 km/h bis 25 km/h negativ und nimmt bei etwa 25 km/h den Wert 0 an (minimaler Verbrauch). Ab 25 km/h bis 75 km/h ist die momentane Änderungsrate positiv, ab rund 45 km/h etwa konstant.

Volumenstrom (2) (A_197) Lösung

b) Der Ausdruck beschreibt die mittlere Änderungsrate des Volumenstroms während des Kühlvorgangs.

c) $V_1(20) = 3{,}3$

Ablesen aus dem Graphen ergibt $V(20) = 3$.

$$\frac{V_1(20) - V(20)}{V(20)} = \frac{3{,}3 - 3}{3} = 0{,}1$$

Die relative Änderung vom alten zum neuen Volumenstrom beträgt 10 %.

Bevoelkerungswachstum in den USA (A_092) Lösung

b) relative Änderung von B im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$:

$$\frac{B(t_1 + 8) - B(t_1)}{B(t_1)} = \frac{B(t_1 + 8) - 8}{8}$$

mittlere Änderungsrate von B im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$:

$$\frac{B(t_1 + 8) - B(t_1)}{t_1 + 8 - t_1} = \frac{B(t_1 + 8) - 8}{8}$$

Die Formeln für die beiden Änderungsmaße im Intervall $[t_1; t_1 + 8]$ stimmen also überein.