### Potenzfunktionen

**Grundkompetenzen**

<table>
<thead>
<tr>
<th>Potenzfunktion*</th>
<th>1_437, FA3.1, 1 aus 6</th>
<th>2</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Potenzfunktionen*</td>
<td>1_484, FA3.1, Zuordnungsformat</td>
<td>3</td>
</tr>
<tr>
<td>Gleichung einer quadratischen Funktion*</td>
<td>1_341, FA3.1, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>4</td>
</tr>
<tr>
<td>Potenzfunktion*</td>
<td>1_790, FA3.2, 2 aus 5</td>
<td>4</td>
</tr>
<tr>
<td>Graphen quadratischer Funktionen*</td>
<td>1_622, FA3.2, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>5</td>
</tr>
<tr>
<td>Funktion*</td>
<td>1_532, FA3.2, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>5</td>
</tr>
<tr>
<td>Quadratische Funktionen*</td>
<td>1_839, FA3.3, 2 aus 5</td>
<td>6</td>
</tr>
<tr>
<td>Parabeln*</td>
<td>1_719, FA3.3, Zuordnungsformat</td>
<td>7</td>
</tr>
<tr>
<td>Parameter reeller Funktionen*</td>
<td>1_574, FA3.3, 2 aus 5</td>
<td>8</td>
</tr>
<tr>
<td>Parabeln zuordnen*</td>
<td>1_389, FA3.3, Zuordnungsformat</td>
<td>9</td>
</tr>
<tr>
<td>Graph einer quadratischen Funktion*</td>
<td>1_362, FA3.3, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>9</td>
</tr>
<tr>
<td>Druck und Volumen eines idealen Gases*</td>
<td>1_791, FA3.4, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>10</td>
</tr>
<tr>
<td>Weinlese*</td>
<td>1_767, FA3.4, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>10</td>
</tr>
<tr>
<td>Heizungstage*</td>
<td>1_461, FA3.4, Halboffenes Antwortformat</td>
<td>10</td>
</tr>
<tr>
<td><strong>Lösungen</strong></td>
<td></td>
<td>11</td>
</tr>
</tbody>
</table>

---

Potenzfunktionen

Stand: 06.11.2021
Grundkompetenzen

Potenzfunktion* - 1_437, FA3.1, 1 aus 6
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Potenzfunktion \( f(x) = a \cdot x^z \) und
\( a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}; z \in \mathbb{Z} \) dargestellt.

Kreuzen Sie diejenige Funktionsgleichung an, die zum abgebildeten Graphen passt.

- \( f(x) = 2 \cdot x^{-2} \)
- \( f(x) = -x^{-2} \)
- \( f(x) = -x^2 \)
- \( f(x) = -x^{-1} \)
- \( f(x) = x^{-2} \)
- \( f(x) = x^{-1} \)
Potenzfunktionen* - 1.484, FA3.1, Zuordnungsformat

Gegeben sind die Graphen von vier verschiedenen Potenzfunktionen $f$ mit $f(x) = a \cdot x^z$ sowie sechs Bedingungen für den Parameter $a$ und den Exponenten $z$. Dabei ist $a$ eine reelle, $z$ eine natürliche Zahl.

Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die entsprechende Bedingung für den Parameter $a$ und den Exponenten $z$ der Funktionsgleichung (aus A bis F) zu:

<p>| | |</p>
<table>
<thead>
<tr>
<th></th>
<th></th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>A</td>
<td>$a &gt; 0, z = 1$</td>
</tr>
<tr>
<td>B</td>
<td>$a &gt; 0, z = 2$</td>
</tr>
<tr>
<td>C</td>
<td>$a &gt; 0, z = 3$</td>
</tr>
<tr>
<td>D</td>
<td>$a &lt; 0, z = 1$</td>
</tr>
<tr>
<td>E</td>
<td>$a &lt; 0, z = 2$</td>
</tr>
<tr>
<td>F</td>
<td>$a &lt; 0, z = 3$</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Gleichung einer quadratischen Funktion* - 1_341, FA3.1, Halboffenes Antwortformat

Im nachstehenden Koordinatensystem ist der Graph einer quadratischen Funktion \( f \) mit der Gleichung \( f(x) = a \cdot x^2 + b \) (\( a, b \in \mathbb{R} \)) dargestellt.

Ermitteln Sie die Werte der Parameter \( a \) und \( b \)! Die für die Berechnung relevanten Punkte mit ganzzahligen Koordinaten können dem Diagramm entnommen werden.

\[
a = \\
b = \\
\]

Potenzfunktion* - 1_790, FA3.2, 2 aus 5

Gegeben ist eine Potenzfunktion \( f: \mathbb{R}\backslash\{0\} \to \mathbb{R} \) mit \( f(x) = \frac{a}{x^2} \), mit \( a \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \).

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf die Funktion \( f \) auf jeden Fall zutreffen.

\[
\begin{array}{|l|}
\hline
f(\frac{1}{a}) = 1 & \square \\
\hline
f(x + 1) = \frac{a}{(x+1)^2} \quad 2 \cdot x + 1 & \square \\
\hline
f(2 \cdot x) = \frac{a}{4 \cdot x^2} & \square \\
\hline
f(2 \cdot a) = \frac{1}{2 \cdot a} & \square \\
\hline
f(-x) = f(x) & \square \\
\hline
\end{array}
\]
Graphen quadratischer Funktionen* - 1_622, FA3.2, Halboffenes Antwortformat
Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen quadratischer Funktionen \( f_i \), \( f_j \) und \( f_k \) mit den Gleichungen \( f(x) = a_i \cdot x^2 + b_i \), wobei gilt: \( a_i, b_i \in \mathbb{R}, i \in \{1, 2, 3\} \).

Ordnen Sie die Parameterwerte \( a_i \) und \( b_i \) jeweils der Größe nach, beginnend mit dem kleinsten!

Parameterwerte \( a_i \): \( _____ < _____ < _____ \)
Parameterwerte \( b_i \): \( _____ < _____ < _____ \)

Funktion* - 1_532, FA3.2, Halboffenes Antwortformat
In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion \( f \) mit \( f(x) = a \cdot x^2 + b \) \((a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0)\) dargestellt.
Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.

Geben Sie die Werte von \( a \) und \( b \) an!

\( a = _____ \)

\( b = _____ \)
Quadratische Funktionen* - 1_839, FA3.3, 2 aus 5

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der beiden reellen Funktionen \( f \) und \( g \) dargestellt. Es gilt:

\[
f(x) = a \cdot x^2 + b \quad \text{mit} \quad a, b \in \mathbb{R}.
g(x) = c \cdot x^2 + d \quad \text{mit} \quad c, d \in \mathbb{R}.
\]

Die Koordinaten der gekennzeichneten Punkte sind ganzzahlig.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

<table>
<thead>
<tr>
<th>Aussage</th>
<th>□</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( d = f(0) )</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( b = d )</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( a = -c )</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( f(x) = g(x) ) für alle ( x \in \mathbb{R} )</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( f(2) = g(2) )</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>
Parabeln* - 1_719, FA3.3, Zuordnungsformat

Die Graphen von Funktionen $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ sind Parabeln. Für $a = 1$ erhält man den oft als Normalparabel bezeichneten Graphen. Je nach Wert des Parameters $a$ erhält man Parabeln, die im Vergleich zur Normalparabel „steiler“ oder „flacher“ bzw. „nach unten offen“ oder „nach oben offen“ sind.

Nachstehend sind vier Parabeln beschrieben. Ordnen Sie den vier Beschreibungen jeweils diejenige Bedingung (aus A bis F) zu, die der Parameter $a$ erfüllen muss.

<table>
<thead>
<tr>
<th>Beschreibung</th>
<th>Bedingung</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „flacher“ und „nach oben offen“.</td>
<td>$a &lt; -1$</td>
</tr>
<tr>
<td>Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „steiler“ und „nach unten offen“.</td>
<td>$a = 1$</td>
</tr>
<tr>
<td>Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „nach unten offen“.</td>
<td>$0 &lt; a &lt; 1$</td>
</tr>
<tr>
<td>Die Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „steiler“ und „nach oben offen“.</td>
<td>$a &gt; 1$</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Parameter reeller Funktionen* - 1_574, FA3.3, 2 aus 5

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen zweier reeller Funktionen \( f \) und \( g \) mit den Funktionsgleichungen \( f(x) = a \cdot x^3 + b \) und \( g(x) = c \cdot x^3 + d \) mit \( a, b, c, d \in \mathbb{R} \).

Welche der nachstehenden Aussagen treffen für die Parameter \( a, b, c \) und \( d \) zu?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

<table>
<thead>
<tr>
<th>Aussage</th>
<th>Kreuz</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( a &gt; c )</td>
<td>☐</td>
</tr>
<tr>
<td>( b &gt; d )</td>
<td>☐</td>
</tr>
<tr>
<td>( a &gt; 0 )</td>
<td>☐</td>
</tr>
<tr>
<td>( b &gt; 0 )</td>
<td>☐</td>
</tr>
<tr>
<td>( c &lt; 1 )</td>
<td>☐</td>
</tr>
</tbody>
</table>
Parabeln zuordnen* - 1_389, FA3.3, Zuordnungsformat

Gegeben sind die Graphen von sechs Funktionen \( f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 \) und \( f_6 \) mit der Gleichung \( f(x) = ax^2 + b \) mit \( a, b \in \mathbb{R} \) und \( a \neq 0 \) (i von 1 bis 6).

Ordnen Sie den folgenden Eigenschaften jeweils den entsprechenden Graphen der dargestellten Funktionen zu!

<table>
<thead>
<tr>
<th>Eigenschaft</th>
<th>Graph</th>
<th></th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>( a &lt; 0 ) und ( b &lt; 0 )</td>
<td>A</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( a &lt; 0 ) und ( b &gt; 0 )</td>
<td>B</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( a &gt; 0 ) und ( b &lt; 0 )</td>
<td>C</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>( a &gt; 0 ) und ( b &gt; 0 )</td>
<td>D</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>E</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>F</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

Graph einer quadratischen Funktion* - 1_362, FA3.3, Halboffenes Antwortformat

Gegeben ist der Graph einer Funktion \( g \) mit \( g(x) = a \cdot x^2 + b \) mit \( a, b \in \mathbb{Z} \) und \( a \neq 0 \).

Geben Sie die Parameter \( a \) und \( b \) so an, dass sie zum abgebildeten Graphen von \( g \) passen!

\[
\begin{align*}
  a &= \\
  b &= 
\end{align*}
\]
Druck und Volumen eines idealen Gases* - 1.791, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

Bei gleichbleibender Temperatur sind der Druck und das Volumen eines idealen Gases zueinander indirekt proportional. Die Funktion \( p \) ordnet dem Volumen \( V \) den Druck \( p(V) \) zu (\( V \) in \( m^3 \), \( p(V) \) in Pascal).

Geben Sie \( p(V) \) mit \( V \in \mathbb{R}^+ \) an, wenn bei einem Volumen von 4 \( m^3 \) der Druck 50.000 Pascal beträgt.

\[ p(V) = \]

Weinlese* - 1.767, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

Die sogenannte Weinlese (Ernte der Weintrauben) in einem Weingarten erfolgt umso schneller, je mehr Personen daran beteiligt sind. Die Funktion \( f \) modelliert den indirekt proportionalen Zusammenhang zwischen der für die Weinlese benötigten Zeit und der Anzahl der beteiligten Personen. Dabei ist \( f(n) \) die benötigte Zeit für die Weinlese, wenn \( n \) Personen beteiligt sind (\( n \in \mathbb{N}\setminus\{0\} \), \( f(n) \) in Stunden).

Geben Sie \( f(n) \) an, wenn bekannt ist, dass die benötigte Zeit für die Weinlese bei einer Anzahl von 8 beteiligten Personen 6 Stunden beträgt.

\[ f(n) = \]

mit \( n \in \mathbb{N}\setminus\{0\} \)

Heizungstage* - 1.461, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

Die Anzahl der Heizungstage, für die ein Vorrat an Heizöl in einem Tank reicht, ist indirekt proportional zum durchschnittlichen Tagesverbrauch \( x \) (in Litern).

In einem Tank befinden sich 1500 Liter Heizöl. Geben Sie einen Term an, der die Anzahl \( d(x) \) der Heizungstage in Abhängigkeit vom durchschnittlichen Tagesverbrauch \( x \) bestimmt!

\[ d(x) = \]
Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Potenzfunktion* - 1_437, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[
f(x) = -x^2
\]

Lösungserwartung: Potenzfunktionen* - 1_484, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

A \quad a > 0, z = 1
B \quad a > 0, z = 2
C \quad a > 0, z = 3
D \quad a < 0, z = 1
E \quad a < 0, z = 2
F \quad a < 0, z = 3

Lösungserwartung: Gleichung einer quadratischen Funktion* - 1_341, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[a = \frac{1}{4}\quad \text{oder}\quad a = 0,25\]
\[b = 2\]
Lösungserwartung: Potenzfunktion* - 1_790, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[
f(2 \cdot x) = \frac{a}{4 \cdot x^2}
\]

\[
f(-x) = f(x)
\]

Lösungserwartung: Graphen quadratischer Funktionen* - 1_622, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[a_1 < a_2, b_1 < b_2\]

Lösungserwartung: Funktion* - 1_532, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[a = 1, b = 2\]

Lösungserwartung: Quadratische Funktionen* - 1_839, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[a = -c\]

\[-f(x) = g(x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\]

Lösungserwartung: Parabeln* - 1_719, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

<table>
<thead>
<tr>
<th>Parabelvergleich</th>
<th>D</th>
<th>A</th>
<th>a &lt; -1</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>Flacher Vergleich der Normalparabel und „flacher“</td>
<td>B</td>
<td>a = -1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „stilier“ und „nach unten offen“</td>
<td>A</td>
<td>-1 &lt; a &lt; 0</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „stilier“ und „nach oben offen“</td>
<td>F</td>
<td>0 &lt; a &lt; 1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „stilier“ und „nach unten offen“</td>
<td></td>
<td>a = 1</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Parabel ist im Vergleich zur Normalparabel „stilier“ und „nach oben offen“</td>
<td></td>
<td>a &gt; 1</td>
<td></td>
</tr>
</tbody>
</table>

Lösungserwartung: Parameter reeller Funktionen* - 1_574, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[b > d\]

\[a > 0\]
Lösungserwartung: Parabeln zuordnen* - 1_389, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

<table>
<thead>
<tr>
<th>a &lt; 0 und b &lt; 0</th>
<th>D</th>
</tr>
</thead>
<tbody>
<tr>
<td>a &lt; 0 und b &gt; 0</td>
<td>B</td>
</tr>
<tr>
<td>a &gt; 0 und b &lt; 0</td>
<td>E</td>
</tr>
<tr>
<td>a &gt; 0 und b &gt; 0</td>
<td>C</td>
</tr>
</tbody>
</table>

Lösungserwartung: Graph einer quadratischen Funktion* - 1_362, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[ a = 3 \]
\[ b = -1 \]

Lösungserwartung: Druck und Volumen eines idealen Gases* - 1_791, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[ p(V) = \frac{800000}{V} \]

Lösungserwartung: Weinlese* - 1_767, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[ f(n) = \frac{43}{n} \text{ mit } n \in \mathbb{N}\setminus\{0\} \]

Lösungserwartung: Heizungstage* - 1_461, FA3.4, Halboffenes Antwortformat

\[ d(x) = \frac{1500}{x} \]