

Aufgabensammlung

Polynomfunktionen

Legende

Kapitel	Inhalt	AHS	BHS/BRP
Grund-kompetenzen	Hier sind alle Typ1 Aufgaben der AHS aus dem Aufgabenpool bzw. Matura zum Thema zu finden.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig, wenn man in diesem Thema bestehen möchte.	Diese Aufgaben sind nicht verpflichtend, aber können sehr gut beim Üben unterstützen und gerade das theoretische Wissen festigen.
Rookie Level	Einfache Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura.	Textaufgaben für den Einstieg zu den Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Diese Aufgaben sind natürlich zwingend notwendig. Sie sollten auf jeden Fall verstanden werden, wenn man positiv sein möchte.
Pro Level	Mittelschwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben mit reduziertem Kontext aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau der Typ 2 Aufgaben mit reduziertem Kontext.	Wenn man einen Großteil dieser Aufgaben verstanden hat, stehen die Chancen gut, positiv zu sein.
All Star Level	Schwere Textaufgaben aus dem BHS/BRP Aufgabenpool bzw. Matura und Typ2 Aufgaben aus den AHS-Reifeprüfungen.	Textaufgaben auf dem Niveau von Typ 2 Aufgaben.	Sofern das Thema nicht Clusterspezifisch ist (z.B. Finanzmathematik für HAK/HUM) sind diese Aufgaben eher nur für HTL-SchülerInnen relevant oder wenn man auf eine sehr gute Note hinarbeitet.
Kompensationsprüfungsaufgaben	Ausgewählte Aufgaben aus Kompensationsprüfungen, die so vielleicht noch nicht so häufig oder noch gar nicht im Aufgabenpool bzw. bei der Matura vorgekommen sind.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer Typ 2 Aufgabe mit reduziertem Kontext.	Zusätzliches Übungsmaterial auf dem Niveau einer mittelschweren Teil A Aufgabe.

Zu allen Aufgaben, die in diesem Dokument vorkommen, gibt es auf www.mathago.at die passenden Videos, oft auch mit Technologieeinsatz (GeoGebra, Casio Classpad, TI Nspire und TI 82/84). Alle Aufgaben stammen aus offiziellen Dokumenten des BMBWF. Mathago ist lediglich für die Zusammenstellung der Aufgaben verantwortlich, nicht jedoch für den Inhalt dieser. Sollten Fehler in diesem Dokument gefunden werden, bitte um eine Nachricht über WhatsApp an 0660/6284246 oder auf Instagram [@mathago.at](https://www.instagram.com/mathago.at)

Polynomfunktionen

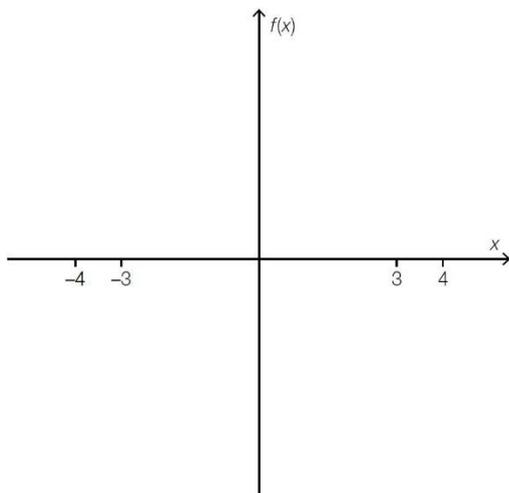
Grundkompetenzen.....	3
Verlauf einer Polynomfunktion vierten Grades* - 1_695, FA4.1, Konstruktionsformat	3
Negative Funktionswerte* - 1_555, FA4.3, Offenes Antwortformat	3
Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_647, FA4.4, 2 aus 5.....	3
Polynomfunktion* - 1_815, FA4.4, Lückentext	4
Polynomfunktionen dritten Grades* - 1_671, FA4.4, Konstruktionsformat	4
Polynomfunktion* - 1_623, FA4.4, Offenes Antwortformat	4
Polynomfunktion vom Grad n^* - 1_508, FA4.4, Lückentext	5
Eigenschaften von Polynomfunktionen 3. Grades* - 1_460, FA4.4, 2 aus 5	5
Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_436, FA4.4, 2 aus 5.....	6
Symmetrische Polynomfunktion* - 1_388, FA4.4, Offenes Antwortformat	6
Grad einer Polynomfunktion* - 1_887, FA4.4, Offenes Antwortformat	6
Graph einer Polynomfunktion* (1_1274) - FA1.5 - Konstruktionsformat.....	6
Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen* (1_1277) - FA4.4 - 2 aus 5	7
Anzahl der Nullstellen einer Polynomfunktion* (1_1301) - FA4.4 - Lückentext	7
Anzahl von Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen* (1_1325) - FA4.4 - 2 aus 5	7
Monotonie- und Krümmungsverhalten einer Polynomfunktion* (1_1322) - FA1.5 - Lückentext.....	8
Rookie Level.....	9
Ganzkoerperhyperthermie * (A_158)	9
Fussballspielen im Park * (A_250)	9
Zirbenholzbetten * (A_309).....	9
Bastelarbeit im Kindergarten * (B_336).....	10
Erkaeltung * (A_310)	10
Pro Level	11
Angry Birds (1) * (B_377)	11
Stausee * (A_271)	11
All Star Level	12
Wein* (B_447)	12
Kompensationsprüfungsaufgaben	13
Lösungen.....	14
Grundkompetenzen	14
Rookie Level.....	18
Pro Level.....	20
All Star Level.....	21
Kompensationsprüfungsaufgaben.....	22

Grundkompetenzen

Verlauf einer Polynomfunktion vierten Grades* - 1_695, FA4.1, Konstruktionsformat

Es gibt Polynomfunktionen vierten Grades, die genau drei Nullstellen x_1, x_2 und x_3 mit $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ und $x_1 < x_2 < x_3$ haben.

Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem im Intervall $[-4; 4]$ den Verlauf des Graphen einer solchen Funktion f mit allen drei Nullstellen im Intervall $[-3; 3]$!



Negative Funktionswerte* - 1_555, FA4.3, Offenes Antwortformat

Gegeben ist die Gleichung einer reellen Funktion f mit $f(x) = x^2 - x - 6$. Einen Funktionswert $f(x)$ nennt man negativ, wenn $f(x) < 0$ gilt.

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, deren zugehöriger Funktionswert $f(x)$ negativ ist!

Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_647, FA4.4, 2 aus 5

Gegeben ist eine Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$).

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf die Funktion f für beliebige Werte von a, b, c und d auf jeden Fall zutreffen.

Die Funktion f hat genau einen Schnittpunkt mit der x -Achse.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat höchstens zwei lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat höchstens zwei Punkte mit der x -Achse gemeinsam.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat genau eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f hat mindestens eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>

Polynomfunktion* - 1_815, FA4.4, Lückentext

Zwischen dem Grad einer Polynomfunktion und der Anzahl der reellen Nullstellen, der lokalen Extremstellen und der Wendestellen besteht ein Zusammenhang.

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

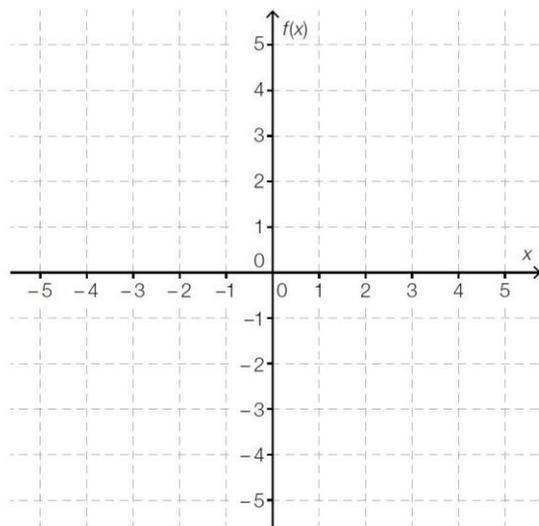
Jede Polynomfunktion ① hat ② .

①		②	
4. Grades	<input type="checkbox"/>	mindestens zwei verschiedene lokale Extremstellen	<input type="checkbox"/>
5. Grades	<input type="checkbox"/>	mindestens zwei verschiedene reelle Nullstellen	<input type="checkbox"/>
6. Grades	<input type="checkbox"/>	mindestens eine Wendestelle	<input type="checkbox"/>

Polynomfunktionen dritten Grades* - 1_671, FA4.4, Konstruktionsformat

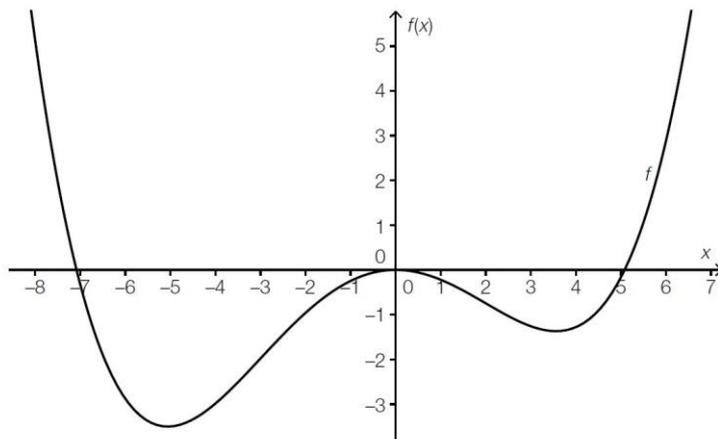
Eine Polynomfunktion dritten Grades ändert an höchstens zwei Stellen ihr Monotonieverhalten.

Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen einer Polynomfunktion dritten Grades f , die an den Stellen $x = -3$ und $x = 1$ ihr Monotonieverhalten ändert!



Polynomfunktion* - 1_623, FA4.4, Offenes Antwortformat

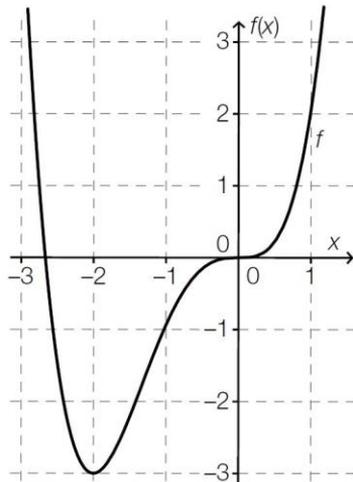
Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f .



Begründen Sie, warum es sich bei der dargestellten Funktion nicht um eine Polynomfunktion dritten Grades handeln kann!

Polynomfunktion vom Grad n^* - 1_508, FA4.4, Lückentext

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f . Alle charakteristischen Punkte des Graphen (Schnittpunkte mit den Achsen, Extrempunkte, Wendepunkte) sind in dieser Abbildung enthalten.



Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satz-teile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Polynomfunktion f ist vom Grad ①, weil f genau ② hat.

①	
$n < 3$	<input type="checkbox"/>
$n = 3$	<input type="checkbox"/>
$n > 3$	<input type="checkbox"/>

②	
eine Extremstelle	<input type="checkbox"/>
zwei Wendestellen	<input type="checkbox"/>
zwei Nullstellen	<input type="checkbox"/>

Eigenschaften von Polynomfunktionen 3. Grades* - 1_460, FA4.4, 2 aus 5

Eine Polynomfunktion 3. Grades hat allgemein die Form $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Welche der folgenden Eigenschaften treffen für Polynomfunktionen 3. Grades zu? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Antworten an!

Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine lokale Extremstelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine Nullstelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die mehr als eine Wendestelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine Wendestelle haben.	<input type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die genau zwei verschiedene reelle Nullstellen haben.	<input type="checkbox"/>

Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_436, FA4.4, 2 aus 5

Eine reelle Funktion f mit $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$) heißt Polynomfunktion dritten Grades.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Jede Polynomfunktion dritten Grades hat immer zwei Nullstellen.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion dritten Grades hat mehr Nullstellen als lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion dritten Grades hat mindestens eine lokale Maximumstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion dritten Grades hat höchstens zwei lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>

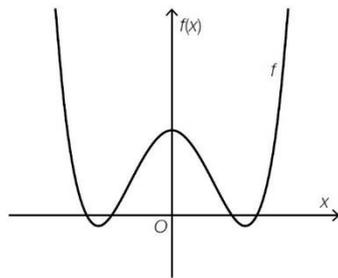
Symmetrische Polynomfunktion* - 1_388, FA4.4, Offenes Antwortformat

Der Graph einer zur senkrechten Achse symmetrischen Polynomfunktion f hat den lokalen Tiefpunkt $T = (3|-2)$.

Begründen Sie, warum die Polynomfunktion f mindestens 4. Grades sein muss!

Grad einer Polynomfunktion* - 1_887, FA4.4, Offenes Antwortformat

Nachstehend ist der Graph der Polynomfunktion f abgebildet. Außerhalb des dargestellten Bereichs hat f keine Null-, keine Extrem- und keine Wendestellen.



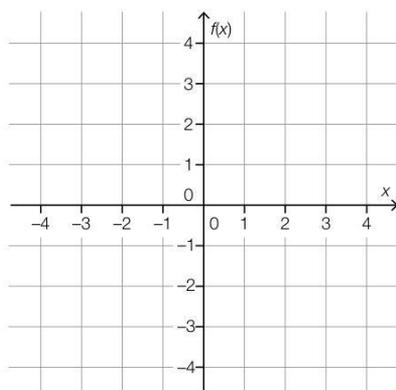
Begründen Sie, warum der Grad von f mindestens 4 sein muss.

Graph einer Polynomfunktion* (1_1274) - FA1.5 - Konstruktionsformat

Eine Polynomfunktion 4. Grades f hat folgende Eigenschaften:

- f hat an der Stelle $x = -3$ ein lokales Maximum.
- Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der senkrechten Achse.

Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem im Intervall $[-4; 4]$ den Graphen einer solchen Polynomfunktion f .



Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen* (1_1277) - FA4.4 - 2 aus 5

Die Anzahl der reellen Nullstellen, der lokalen Extremstellen und der Wendestellen einer Polynomfunktion hängt unter anderem von ihrem Grad ab.

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. [2 aus 5]

Jede Polynomfunktion vom Grad 1 hat genau 1 lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vom Grad 2 hat mindestens 1 reelle Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vom Grad 3 hat mindestens 1 reelle Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vom Grad 4 hat genau 3 lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vom Grad 5 hat mindestens 1 Wendestelle.	<input type="checkbox"/>

Anzahl der Nullstellen einer Polynomfunktion* (1_1301) - FA4.4 - Lückentext

Zwischen der Anzahl der möglichen reellen Nullstellen und dem Grad einer Polynomfunktion gibt es einen Zusammenhang.

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Jede Polynomfunktion _____ ① _____ Grades hat _____ ② _____ eine reelle Nullstelle.

①		②	
zweiten	<input type="checkbox"/>	genau	<input type="checkbox"/>
dritten	<input type="checkbox"/>	mindestens	<input type="checkbox"/>
vierten	<input type="checkbox"/>	mehr als	<input type="checkbox"/>

Anzahl von Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen* (1_1325) - FA4.4 - 2 aus 5

Gegeben ist eine Polynomfunktion 4. Grades f .

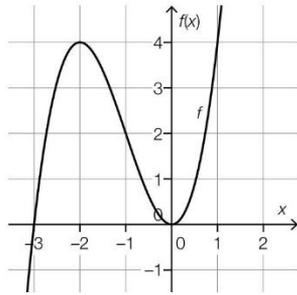
Im Folgenden sind Aussagen über die genaue Anzahl von verschiedenen reellen Nullstellen, lokalen Extremstellen und Wendestellen angeführt.

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf f zutreffen können. [2 aus 5]

Die Funktion f kann 0 reelle Nullstellen, 1 lokale Extremstelle und 0 Wendestellen haben.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f kann 1 reelle Nullstelle, 3 lokale Extremstellen und 2 Wendestellen haben.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f kann 2 verschiedene reelle Nullstellen, 2 lokale Extremstellen und 2 Wendestellen haben.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f kann 3 verschiedene reelle Nullstellen, 2 lokale Extremstellen und 0 Wendestellen haben.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion f kann 4 verschiedene reelle Nullstellen, 3 lokale Extremstellen und 1 Wendestelle haben.	<input type="checkbox"/>

Monotonie- und Krümmungsverhalten einer Polynomfunktion* (1_1322) - FA1.5 - Lückentext

Nachstehend ist der Graph der Polynomfunktion 3. Grades f dargestellt. Alle charakteristischen Punkte dieses Graphen (Schnittpunkte mit den Achsen, Extrempunkte, Wendepunkte) haben ganzzahlige Koordinaten.



Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Funktion f ist im Intervall ① streng monoton steigend und ändert ihr Krümmungsverhalten an der Stelle ②.

①	
$(-\infty; -2)$	<input type="checkbox"/>
$(-1; 1)$	<input type="checkbox"/>
$(-2; 0)$	<input type="checkbox"/>

②	
$x = -2$	<input type="checkbox"/>
$x = -1$	<input type="checkbox"/>
$x = 0$	<input type="checkbox"/>

Rookie Level

Ganzkoerperhyperthermie * (A_158)

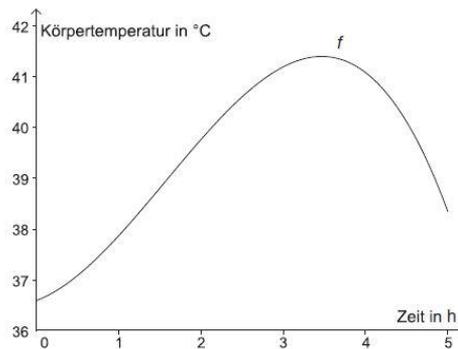
Bei einem Therapieverfahren wird die Körpertemperatur bewusst stark erhöht (künstliches Fieber). Die nebenstehende Grafik dokumentiert näherungsweise den Verlauf des künstlichen Fiebers bei einer solchen Behandlung.

Die Funktion f beschreibt den Zusammenhang zwischen Zeit und Körpertemperatur:

$$f(t) = -0,18 \cdot t^3 + 0,85 \cdot t^2 + 0,6 \cdot t + 36,6$$

t ... Zeit in Stunden (h) mit $0 \leq t \leq 5$

$f(t)$... Körpertemperatur zur Zeit t in °C



- a) – Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Körpertemperatur 37 °C beträgt.

Fussballspielen im Park * (A_250)

Roland und Julia spielen im Park Fußball. Roland legt den Ball auf die horizontale Wiese, nimmt Anlauf und schießt.

Die Flugbahn des Balls kann näherungsweise durch den Graphen einer Polynomfunktion 3. Grades h beschrieben werden. Dabei wird der Ball als punktförmig angenommen.

$$h(x) = -0,003 \cdot x^3 + 0,057 \cdot x^2 \quad \text{mit } x \geq 0$$

x ... horizontale Entfernung des Balls von der Abschussstelle in Metern (m)

$h(x)$... Höhe des Balls über dem Boden an der Stelle x in m

- a) – Ermitteln Sie den für diesen Sachzusammenhang größtmöglichen sinnvollen Definitionsbereich für die Funktion h .
– Berechnen Sie den höchsten Punkt der Flugbahn.
- b) Julia fängt den Ball aus einer Höhe von 1,80 m.

– Ermitteln Sie die beiden horizontalen Entfernungen von der Abschussstelle, an denen Julia sich dabei befinden kann.
- c) Roland überlegt, ob er bei diesem Schuss den Ball über ein 2,8 m hohes Klettergerüst, das in direkter Schussrichtung 10 m von der Abschussstelle entfernt steht, schießen könnte.

– Überprüfen Sie nachweislich, ob der Ball bei diesem Schuss tatsächlich über das Klettergerüst fliegen kann.

Zirbenholzbetten * (A_309)

- b) Zur Modellierung der oberen Begrenzungslinie eines anderen Kopfteils wird eine Funktion g verwendet.

$$g(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$$

$x, g(x)$... Koordinaten in m

- 1) Argumentieren Sie anhand der Funktionsgleichung, dass gilt: $g(x) = g(-x)$. [0/1 P.]

Bastelarbeit im Kindergarten * (B_336)

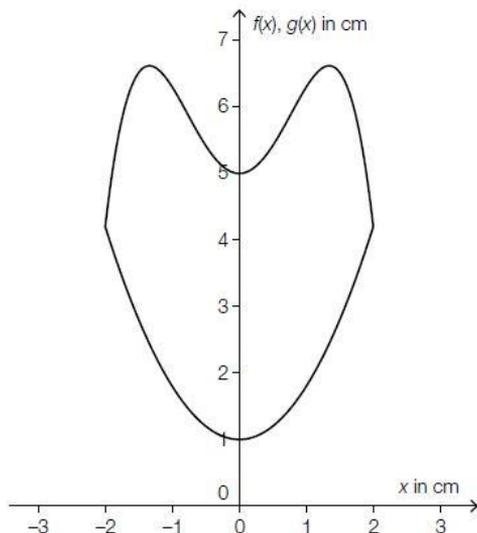
Als Werkarbeit in einem Kindergarten sollen Katzenköpfe aus Modelliermasse gestaltet werden. Als Vorlage dazu dient eine Ausstechform. Die Begrenzungslinien dieser Ausstechform können durch die Graphen der Funktionen f und g beschrieben werden:

$$f(x) = -0,5 \cdot x^4 + 1,8 \cdot x^2 + 5$$

$$g(x) = 0,8 \cdot x^2 + 1$$

$x, f(x), g(x)$... Koordinaten in cm

Die Graphen dieser Funktionen sind in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



- a) 1) Argumentieren Sie mithilfe der Funktionsgleichungen, dass der Graph der Funktion f die obere Begrenzungslinie und der Graph der Funktion g die untere Begrenzungslinie beschreibt (und nicht umgekehrt).

Erkältung * (A_310)

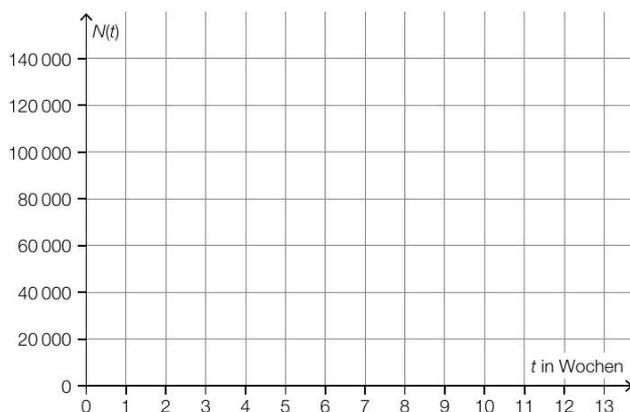
- a) Die zeitliche Entwicklung der Gesamtanzahl der Personen in einer Stadt, die sich seit Beginn eines bestimmten Jahres eine Erkältung zugezogen haben, kann näherungsweise durch die Funktion N beschrieben werden.

$$N(t) = -72,5 \cdot t^3 + 1378 \cdot t^2 + 4646 \cdot t \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 13$$

t ... Zeit seit Beginn des Jahres in Wochen

$N(t)$... Gesamtanzahl der Personen, die sich von Beginn des Jahres bis zur Zeit t eine Erkältung zugezogen haben

- 1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion N im Intervall $[0; 13]$ ein. [0/1 P.]



Pro Level

Angry Birds (1) * (B_377)

- d) Bei einem anderen Angriff durch den Vogel Matilda kann die Flugbahn durch den Graphen der Funktion h beschrieben werden.

$$h(x) = x^3 - 6 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 8 \quad \text{mit } x \geq 0$$

x ... horizontale Entfernung vom Abschusspunkt in LE

$h(x)$... Flughöhe des Vogels über dem horizontalen Boden an der Stelle x in LE

Ein Schwein befindet sich im Punkt $P = (5|20)$.

- Berechnen Sie den Abstand des Schweins vom Abschusspunkt.
- Überprüfen Sie nachweislich, ob der Punkt P auf Matildas Flugbahn liegt.

Stausee * (A_271)

- b) Der zeitliche Verlauf des Wasserstands eines Stausees kann für einen bestimmten Zeitraum näherungsweise durch die Funktion h beschrieben werden:

$$h(t) = -6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 150$$

t ... Zeit in h

$h(t)$... Wasserstand zur Zeit t in m

Ein ufernaher Parkplatz wird gesperrt, solange der Wasserstand 9 m oder höher ist.

- 1) Berechnen Sie die Dauer der Sperre.

All Star Level

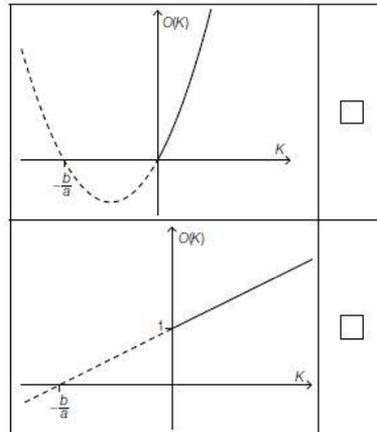
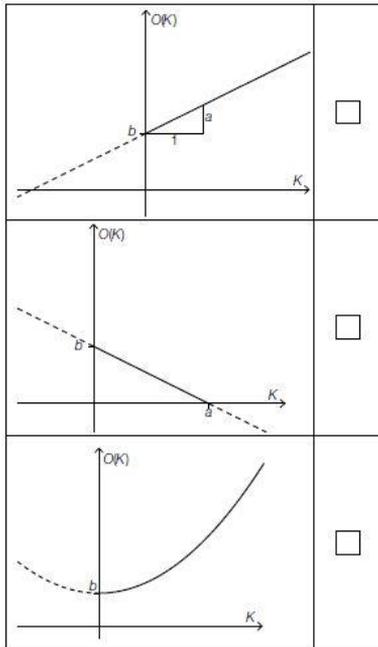
Wein* (B_447)

- b) Es gibt mehrere Messskalen für den Zuckergehalt von Wein. Die Skala der Klosterneuburger Mostwaage ist die in Österreich gebräuchlichste Skala. In Deutschland wird häufig die Oechsle-Skala verwendet.

Der Zusammenhang zwischen den beiden Skalen wird mit der folgenden Funktion O beschrieben:

$$O(K) = K \cdot (a \cdot K + b) \text{ mit } a, b > 0$$

- 1) Kreuzen Sie den Graphen der Funktion O an. [1 aus 5]



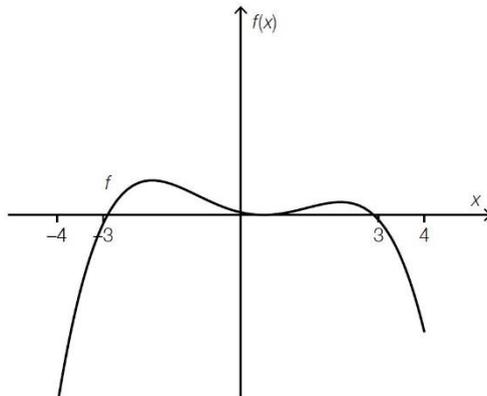
Kompensationsprüfungsaufgaben

Lösungen

Grundkompetenzen

Lösungserwartung: Verlauf einer Polynomfunktion vierten Grades* - 1_695, FA4.4, Offenes Antwortformat

mögliche Lösung:



Lösungserwartung: Negative Funktionswerte* - 1_555, FA4.4, Offenes Antwortformat

Für alle $x \in (-2; 3)$ gilt:

$$f(x) < 0$$

Lösungserwartung: Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_647, FA4.4, Offenes Antwortformat

Die Funktion f hat höchstens zwei lokale Extremstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f hat genau eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>

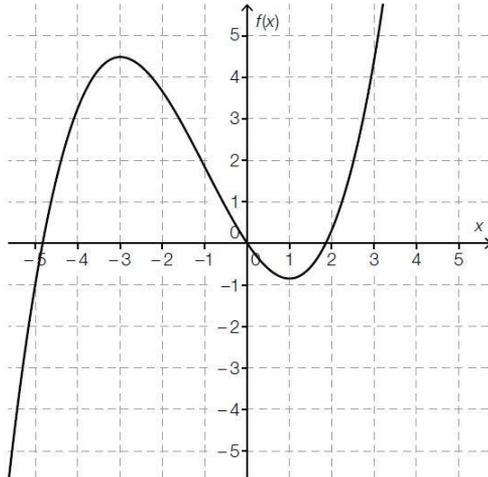
Lösungserwartung: Polynomfunktion* - 1_815, FA4.4, Offenes Antwortformat

①	
5. Grades	<input checked="" type="checkbox"/>

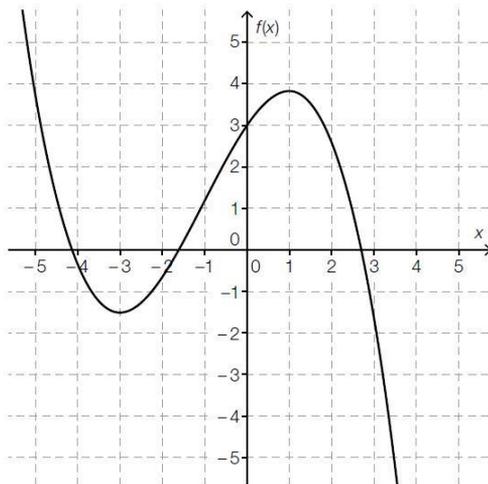
②	
mindestens eine Wendestelle	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungserwartung: Polynomfunktionen dritten Grades* - 1_671, FA4.4, Offenes Antwortformat

Mögliche Graphen:



oder:



Lösungserwartung: Polynomfunktion* - 1_623, FA4.4, Offenes Antwortformat

Mögliche Begründungen:

Eine Polynomfunktion dritten Grades hat höchstens zwei lokale Extremstellen. (Die dargestellte Funktion f hat aber mindestens drei lokale Extremstellen.)

oder:

Eine Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle. (Die dargestellte Funktion f hat aber mindestens zwei Wendestellen.)

oder:

Die dargestellte Funktion hat bei $x_1 \approx -7$ und bei $x_2 \approx 5$ jeweils eine Nullstelle und bei $x_3 \approx 0$ eine Nullstelle, die auch lokale Extremstelle ist. Damit kann im dargestellten Intervall die Funktionsgleichung in der Form $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ angegeben werden. Der Grad von f wäre somit zumindest vier.

Lösungserwartung: Polynomfunktion vom Grad n^* - 1_508, FA4.4, Offenes Antwortformat

①	
$n > 3$	<input type="checkbox"/>

②	
zwei Wendestellen	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungserwartung: Eigenschaften von Polynomfunktionen 3. Grades* - 1_460, FA4.4, Offenes Antwortformat

Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die keine lokale Extremstelle haben.	<input checked="" type="checkbox"/>
Es gibt Polynomfunktionen 3. Grades, die genau zwei verschiedene reelle Nullstellen haben.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungserwartung: Eigenschaften einer Polynomfunktion* - 1_436, FA4.4, Offenes Antwortformat

Jede Polynomfunktion dritten Grades hat genau eine Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion dritten Grades hat höchstens zwei lokale Extremstellen.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungserwartung: Symmetrische Polynomfunktion* - 1_388, FA4.4, Offenes Antwortformat

Wegen der Symmetrie muss ein weiterer lokaler Tiefpunkt vorliegen und damit auch ein lokaler Hochpunkt. Beim Vorliegen von mindestens drei Extrempunkten muss die Polynomfunktion mindestens 4. Grades sein.

Alternativen:

- Vorliegen eines weiteren Tiefpunkts und daher auch eines Hochpunkts
- Vorliegen von insgesamt drei Extrempunkten
- Vorliegen eines weiteren Tiefpunkts und nur gerader Potenzen aufgrund der Symmetrie

Lösungserwartung: Grad einer Polynomfunktion* - 1_887, FA1.4, Lückentext

Die Funktion hat 4 Nullstellen.

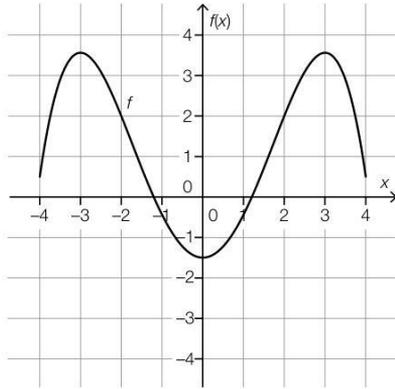
oder:

Die Funktion hat 3 Extremstellen.

oder:

Die Funktion hat 2 Wendestellen.

Lösung: Graph einer Polynomfunktion* (1_1274)



Lösung: Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen* (1_1277)

Jede Polynomfunktion vom Grad 3 hat mindestens 1 reelle Nullstelle.	<input checked="" type="checkbox"/>
Jede Polynomfunktion vom Grad 5 hat mindestens 1 Wendestelle.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösung: Anzahl der Nullstellen einer Polynomfunktion* (1_1301)

①		②	
dritten	<input checked="" type="checkbox"/>	mindestens	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösung: Anzahl von Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen* (1_1325)

Die Funktion f kann 0 reelle Nullstellen, 1 lokale Extremstelle und 0 Wendestellen haben.	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Funktion f kann 1 reelle Nullstelle, 3 lokale Extremstellen und 2 Wendestellen haben.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösung: Monotonie- und Krümmungsverhalten einer Polynomfunktion* (1_1322)

①		②	
$(-\infty; -2)$	<input checked="" type="checkbox"/>		
		$x = -1$	<input checked="" type="checkbox"/>

Rookie Level

Ganzkoerperhyperthermie * (A_158) Lösung

$$\text{a) } -0,18 \cdot t^3 + 0,85 \cdot t^2 + 0,6 \cdot t + 36,6 = 37$$

Lösung der Gleichung mittels Technologieeinsatz: $t = 0,429... \Rightarrow t \approx 0,43 \text{ h}$

Fussballspielen im Park * (A_250) Lösung

$$\begin{aligned} \text{a) } 0 &= -0,003 \cdot x^3 + 0,057 \cdot x^2 \\ 0 &= x^2 \cdot (-0,003 \cdot x + 0,057) \Rightarrow x_1 = 0 \\ -0,003 \cdot x + 0,057 &= 0 \Rightarrow x_2 = 19 \\ D &= [0; 19] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h'(x) &= 0 \\ x \cdot (-0,009 \cdot x + 0,114) &= 0 \Rightarrow x_1 = 0 \\ -0,009 \cdot x + 0,114 &= 0 \Rightarrow x_2 = 12,66... \approx 12,7 \\ h(x_2) &= 3,04... \approx 3,0 \end{aligned}$$

In einer horizontalen Entfernung von rund 12,7 m zur Abschussstelle erreicht der Ball seine größte Höhe von rund 3,0 m.

Der Nachweis, dass es sich bei der Extremstelle um eine Maximumstelle handelt, und eine Überprüfung der Ränder des Definitionsbereichs sind nicht erforderlich.

$$\text{b) } 1,80 = -0,003 \cdot x^3 + 0,057 \cdot x^2$$

Lösung mittels Technologieeinsatz:

$$\begin{aligned} (x_1 &= -5) \\ x_2 &= 7,10... \approx 7,1 \\ x_3 &= 16,89... \approx 16,9 \end{aligned}$$

Julia kann sich in einer Entfernung von etwa 7,1 m oder von etwa 16,9 m von der Abschussstelle befinden.

$$\text{c) } h(10) = 2,7$$

Da $h(10)$ kleiner als 2,8 m ist, kann der Ball nicht über das Klettergerüst fliegen.

Zirbenholzbetten * (A_309) Lösung

b1) Die Funktion g ist eine Polynomfunktion, in der nur Potenzen von x mit geradzahligem Exponenten auftreten.

Bastelararbeit im Kindergarten * (B_336) Lösung

a1) Der Graph der Funktion g ist eine (nach oben offene) quadratische Parabel, also die untere Begrenzungslinie.

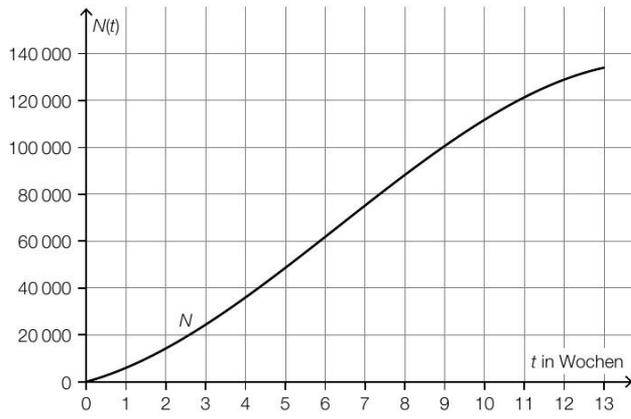
oder:

$$f(0) = 5 \text{ und } g(0) = 1$$

Diese Aufgabenstellung erlaubt vielfältige Lösungsmöglichkeiten.

Erkaeltung * (A_310) Lösung

a1)



Pro Level

Angry Birds (1) * (B_377) Lösung

- d) Koordinaten des Abschusspunkts: $A = (0|8)$
Position des Schweins: $P = (5|20)$

$$\sqrt{5^2 + (20 - 8)^2} = 13$$

Der Abstand des Schweins vom Abschusspunkt beträgt 13 LE.

$$h(5) = 18$$

Der Punkt P liegt nicht auf Matildas Flugbahn.

Stausee * (A_271) Lösung

b1) $h(t) = 9$

oder:

$$-6 \cdot 10^{-6} \cdot t^3 + 0,001 \cdot t^2 + 0,005 \cdot t + 5 = 9$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$t_1 = 85,7\dots, t_2 = 137,4\dots, (t_3 = -56,5\dots)$$

$$t_2 - t_1 = 51,6\dots$$

Der Parkplatz ist für etwa 52 Stunden gesperrt.

All Star Level

Wein * (B_447) Lösung

b1)

