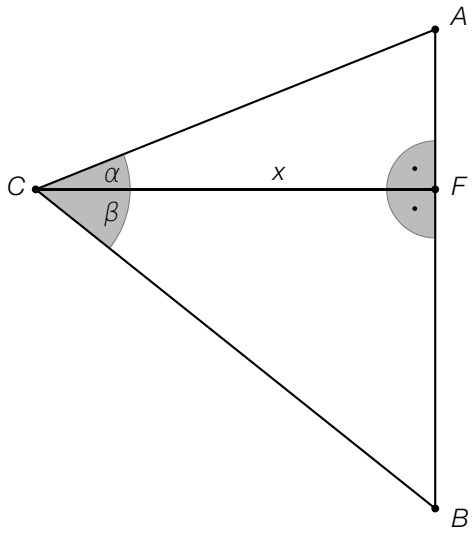
Aufgabe 2

Dreiecke

Die nachstehende Grafik zeigt zwei aneinanderliegende rechtwinkelige Dreiecke.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für $x = 8$ m und $\overline{AC} = 10$ m die Größe des Winkels α!

Beschreiben Sie weiters, wie man die Größe des Winkels α berechnen kann, wenn $\overline{AF}$ anstelle von $\overline{AC}$ angegeben ist!

Leitfrage:

Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $\overline{AB}$ in Abhängigkeit von x, α und β an!

Geben Sie konkret an, wie sich $\overline{AB}$ verändert, wenn x verfünffacht wird und die beiden Winkel α, β unverändert bleiben! Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 1

Zwei Türme

Auf einem waagrechten Platz stehen 100 m voneinander entfernt zwei senkrechte Türme. Der höhere Turm ist 80 m hoch, der niedrigere Turm ist 60 m hoch.

Je nach Einfallswinkel der Sonnenstrahlen sind die Schatten, die die beiden Türme werfen, unterschiedlich lang. Als Einfallswinkel der Sonnenstrahlen wird derjenige Winkel bezeichnet, den die Sonnenstrahlen mit der waagrechten Ebene einschließen.

Aufgabenstellung:

Zu einem bestimmten Zeitpunkt steht die Sonne so am Himmel, dass der Schatten, den der höhere Turm wirft, genau bis zum Fußpunkt des niedrigeren Turms reicht.

Geben Sie an, wie groß der Einfallswinkel der Sonnenstrahlen in diesem Fall sein muss!

Leitfrage:

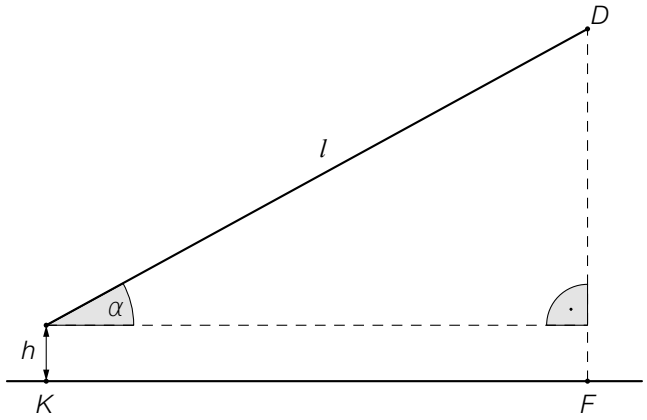
Man vergleicht die Länge des Schattens S_H des höheren Turms in der Ebene mit der Länge des Schattens S_N des niedrigeren Turms in der Ebene.

Berechnen Sie das Verhältnis $\frac{S_H}{S_N}$ und zeigen Sie, dass dieses Verhältnis vom Einfallswinkel der Sonnenstrahlen unabhängig ist!

Aufgabe 1

Drachensteigen

Ein Kind lässt einen Drachen steigen. Die Positionen von Kind (*K*) und Drachen (*D*) zu einem bestimmten Zeitpunkt sind in der nachstehenden Abbildung modellhaft dargestellt.



Der Standpunkt *K* des Kindes sowie der Punkt *F* liegen in einer waagrechten Ebene. Das Kind hält den Drachen in einer Höhe *h* von 1,5 m über dem Boden, die Länge der gespannten Drachenschnur beträgt $l = 50$ m.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel zur Berechnung der Höhe $\overline{FD}$ des Drachens über der Ebene (in Metern) in Abhängigkeit vom Winkel α an!

Leitfrage:

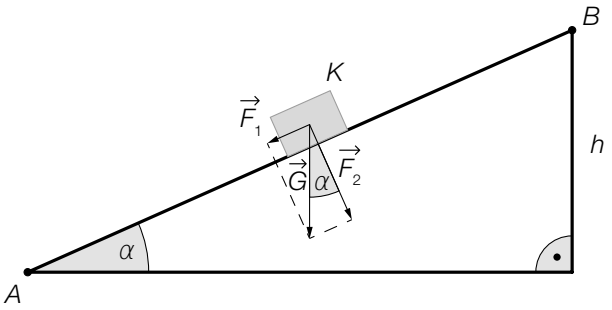
Geben Sie eine Gleichung an, mit der derjenige Winkel α, für den die waagrechte Entfernung $\overline{KF}$ gleich der Höhe $\overline{FD}$ des Drachens ist, berechnet werden kann, und ermitteln Sie α!

Aufgabe 1

Schiefe Ebene

In der Physik versteht man unter einer schiefen Ebene eine ebene Fläche, die unter einem Winkel $\alpha \in (0°; 90°)$ gegen die Horizontale geneigt ist.
Eine Masse wird entlang einer schiefen Ebene nach oben gezogen. Der Kraftaufwand zur Höhenveränderung h dieser Masse hängt unter anderem vom Winkel α ab.

Die lotrechte Gewichtskraft $\vec{G}$ kann, wie nachstehend abgebildet, in die zwei Kräfte $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_2$ zerlegt werden, die parallel bzw. normal zur schiefen Ebene sind.



Die Längen G, F_1 und F_2 der Vektoren entsprechen den Größen der Kräfte (in N).

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie F_1, wenn gilt: $G = 500$ N, $\alpha = 30°$!

Leitfrage:

Geben Sie eine Formel für den Weg $s = \overline{AB}$ in Abhängigkeit von h und α an und begründen Sie anhand dieser Formel, warum bei konstantem h eine Vergrößerung von α eine Verkleinerung von s bewirkt!

Zeigen Sie durch entsprechende Umformungen, dass eine Vergrößerung des Winkels α bei gleichem Höhenunterschied h auf die zu verrichtende Arbeit $W = F_1 \cdot s$ keine Auswirkung hat!

Aufgabe 1

Drohne

Eine Drohne *D* schwebt in einer Höhe *h* über einem Punkt *F* einer waagrechten Ebene. Eine Person steht im Punkt *P* dieser Ebene. Ihre Augenhöhe (vertikaler Abstand der Augen vom Punkt *P*) beträgt *a* (in Metern) und sie sieht die Drohe unter einem Höhenwinkel α.

Aufgabenstellung:

Erstellen Sie eine geeignete Skizze und geben Sie (anhand dieser Skizze) eine Formel an, mit der der Abstand $x = \overline{PF}$ dieser Person vom Punkt *F* in Abhängigkeit von *h*, *a* und α berechnet werden kann!

Leitfrage:

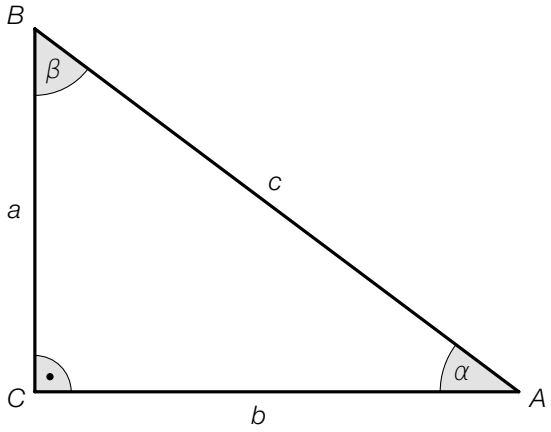
Bei einer Augenhöhe $a = 1{,}5$ m sieht diese Person die Drohne in *h* Metern Höhe unter dem Höhenwinkel $\alpha = 30°$.
Wenn die Drohne um 20 m senkrecht nach oben steigt, verdoppelt sich der Höhenwinkel.

Ermitteln Sie die ursprüngliche Höhe *h* der Drohne!

Aufgabe 1

Dreieck

Von dem nachstehend abgebildeten Dreieck ist die Länge der Seite $b = 5{,}2$ cm bekannt.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Längen der Seiten *a* und *c* so, dass $\tan(\alpha) = 0{,}75$ gilt!

Leitfrage:

Die Seite *a* wird über den Punkt *B* hinaus verlängert. Damit wird auch die Seite *c* länger und der Winkel α größer. Der rechte Winkel (beim Punkt *C*) und die Länge der Seite *b* bleiben unverändert. Die Funktion *f* beschreibt die Differenz $\alpha - \beta$ (in Grad) der beiden spitzen Winkel des Dreiecks in Abhängigkeit von der Länge der Seite *a*.
Ein Ausschnitt des Graphen von *f* ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.

Beschreiben Sie den Graphen von *f* im Hinblick auf sein Monotonieverhalten und bestimmen Sie seine waagrechte Asymptote sowie die Koordinaten seines Schnittpunkts *N* mit der waagrechten Achse!

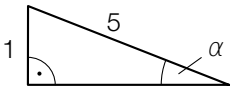
Aufgabe 1

Rampe

Unter einer Rampe versteht man eine unter einem Winkel α ansteigende schiefe Ebene, die zwei unterschiedlich hoch gelegene Flächen miteinander verbindet.

Aufgabenstellung:

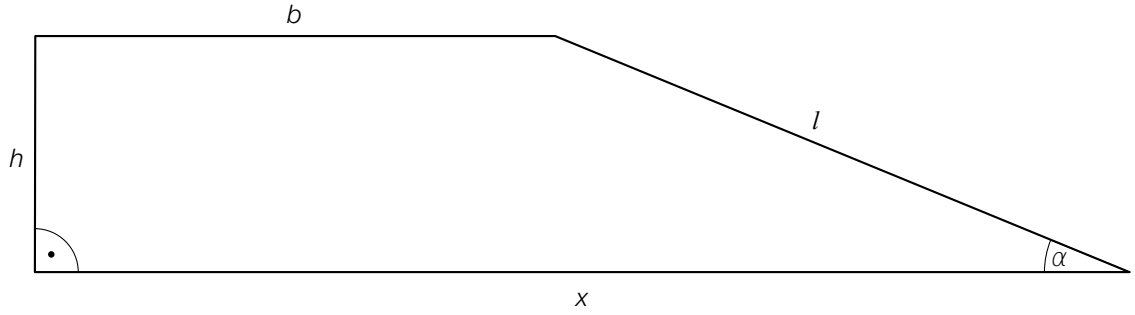
Eine Rampe mit der Länge 5 m überwindet einen Höhenunterschied von 1 m.



– Ermitteln Sie den Winkel α und die Steigung der Rampe in Prozent.

Leitfrage:

Der Zugang zu einem öffentlichen Gebäude soll durch eine Rampe mit der Länge l behindertengerecht erweitert werden. Die Rampe führt auf eine horizontale Fläche mit der Länge $b = 150$ cm, die in einer Höhe $h = 35$ cm liegt.
Der Sachverhalt ist in der nachstehenden Skizze dargestellt.

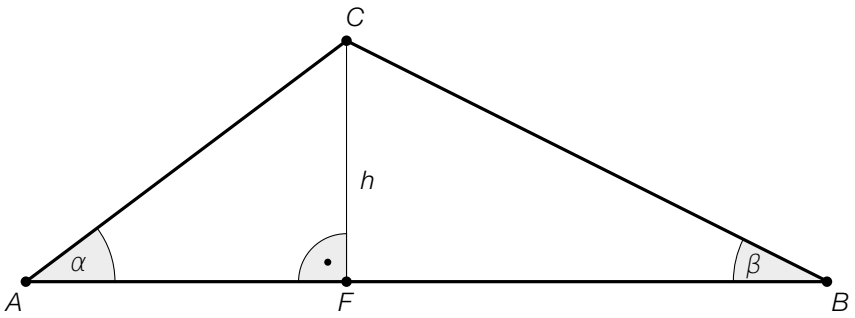


– Ermitteln Sie die Mindestlänge l der Rampe und die waagrechte Entfernung x, wenn Rampen im öffentlichen Bereich mit maximal 6 % Steigung ausgeführt werden dürfen.

Aufgabe 1

Trigonometrie

Gegeben ist ein Dreieck *ABC*. Der Fußpunkt *F* der Höhe *h*, der näher beim Eckpunkt *A* liegt, teilt die Strecke *AB* im Verhältnis 2 : 5.



Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie für $h = 7$ cm und $\overline{AB} = 21$ cm die Größe des Winkels β.

Leitfrage:

– Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dreieck *ABC* nicht rechtwinkelig ist.

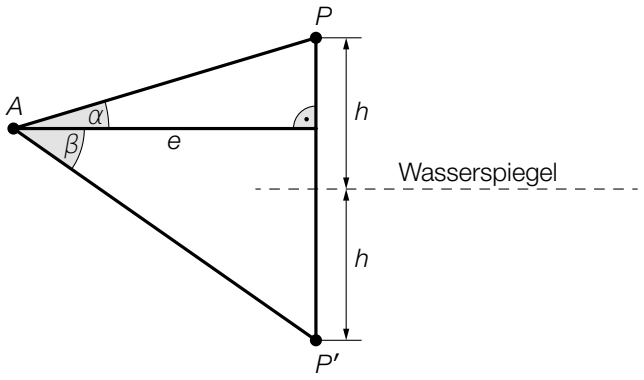
Der Punkt *C* wird so verändert, dass der Fußpunkt *F* der Höhe *h* links vom Eckpunkt *A* liegt, wobei die Länge der Höhe *h* und die Länge der Strecke *AB* unverändert bleiben.

– Geben Sie an, ob dadurch der Wert von $\tan(\beta)$ größer oder kleiner wird, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 1

Paragleiter

Ein Paragleiter *P* fliegt *h* Meter über einem See.
Der Punkt *A* liegt 20 m höher als der Wasserspiegel und hat zum Paragleiter den Horizontalabstand *e*.
Von *A* aus sieht man den Paragleiter unter dem Höhenwinkel α.
Mit *P′* wird das Spiegelbild des Paragleiters in diesem See bezeichnet, das von *A* aus unter dem Tiefenwinkel β gesehen wird.
Die Situation ist in der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung dargestellt.



Aufgabenstellung:

– Geben Sie den Horizontalabstand *e* in Abhängigkeit von *h* und α an.

e = _____

Leitfrage:

Es gilt: $\alpha = 16{,}7°$ und $\beta = 35{,}0°$.

– Ermitteln Sie *h*.

Aufgabe 1

Rechtwinkeliges Dreieck

Bei einem rechtwinkeligen Dreieck verhalten sich die Längen der beiden Katheten wie 2 : 3.
Der Winkel α wird von der längeren Kathete und der Hypotenuse eingeschlossen.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie α.

Leitfrage:

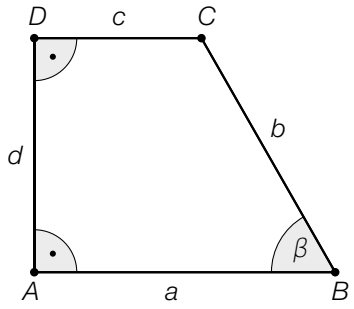
Das Dreieck hat einen Flächeninhalt von 2 352 cm^2.

– Ermitteln Sie die Längen der beiden Katheten und die Länge der Hypotenuse.

Aufgabe 1

Trapeze

In der nachstehenden Abbildung ist ein Trapez *ABCD* dargestellt.



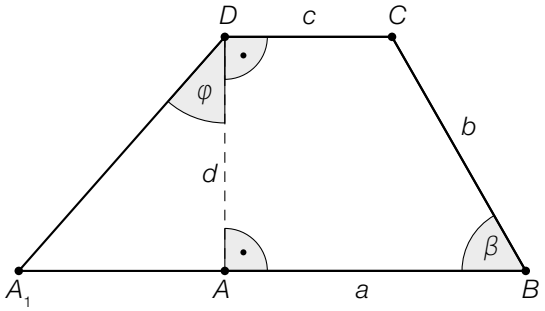
Aufgabenstellung:

– Geben Sie für obiges Trapez einen Ausdruck für cos(β) mithilfe der Seitenlängen an.

cos(β) = _____

Leitfrage:

Das Trapez *ABCD* wird durch Anfügen eines rechtwinkeligen Dreiecks vergrößert. Es entsteht das in der nachstehenden Abbildung dargestellte Trapez A_1BCD. Sein Flächeninhalt ist um 50 % größer als jener des ursprünglichen Trapezes.



– Geben Sie für dieses Trapez einen Ausdruck für tan(φ) mithilfe der Seitenlängen an.

tan(φ) = _____

Aufgabe 1

Hangneigung

Um die Lawinengefahr einschätzen zu können, ist es wichtig, die Hangneigung zu kennen.

Aufgabenstellung:

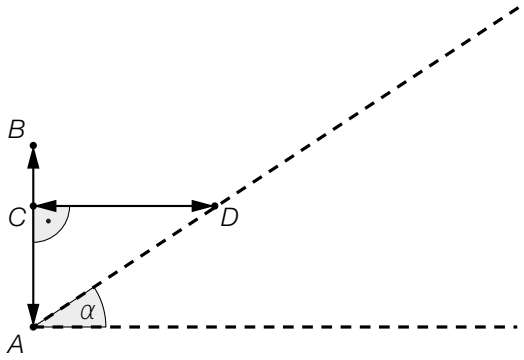
Ein bestimmter Hang weist eine Neigung von 30° auf.

– Ermitteln Sie sein Gefälle in Prozent.

Leitfrage:

In der unten stehenden Abbildung ist eine Methode zur Einschätzung der Hangneigung mittels Skistöcken dargestellt. Dabei wird die Hangneigung α mithilfe zweier (gleich langer) Skistöcke *AB* und *CD* ermittelt.

Den Skistock *CD* hält man waagrecht vom Hang weg, den Skistock *AB* bringt man senkrecht zum Skistock *CD* in Position (siehe Abbildung).



– Geben Sie die Hangneigung an, wenn bei der angegebenen Vorgehensweise die Punkte *B* und *C* zusammenfallen.

– Berechnen Sie die Hangneigung α, wenn die Streckenlänge $\overline{BC}$ ein Drittel der Skistocklänge $\overline{AB}$ ausmacht.

Aufgabe 2

Rechtecke

Gegeben sind Rechtecke, bei denen die längere Seite um 6 cm länger als die kürzere Seite ist.

Aufgabenstellung:

Ein solches Rechteck hat einen Flächeninhalt von 280 cm^2.

– Geben Sie eine Gleichung an, mit der die Seitenlängen des Rechtecks berechnet werden können, und berechnen Sie diese Seitenlängen.

Leitfrage:

Die beiden Diagonalen eines anderen Rechtecks, bei dem die längere Seite ebenfalls um 6 cm länger als die kürzere Seite ist, schließen einen Winkel von 45° ein.

– Berechnen Sie die Länge der kürzeren Seite dieses Rechtecks.