Aufgabe 1

Archäologie

In der Archäologie gibt es eine empirische Formel, um von der Länge eines entdeckten Oberschenkelknochens auf die Körpergröße der zugehörigen Person schließen zu können.

Für Männer gilt näherungsweise:

$h = 48{,}8 + 2{,}63 \cdot l$

Dabei beschreibt l die Länge des Oberschenkelknochens und h die Körpergröße. Beides wird in Zentimetern (cm) angegeben.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Körpergröße eines Mannes, dessen Oberschenkelknochen eine Länge von 50 cm aufweist!

Besteht zwischen den Größen l und h eine direkte Proportionalität? Begründen Sie Ihre Antwort!

Leitfrage:

Für Frauen gilt eine analoge Formel:

$h = a + b \cdot l$ mit $a, b \in \mathbb{R}$

Eine Frau mit einer Körpergröße von 163,4 cm hat eine Oberschenkelknochenlänge von 45 cm.
Bei einer Frau mit einer Körpergröße von 170,6 cm ist der Oberschenkelknochen um 3 cm länger.

Bestimmen Sie aufgrund dieser Daten die Belegung der Parameter a und b!

Deuten Sie den Wert von b in der angegebenen Formel!

Aufgabe 2

Chemisches Experiment

Bei einem chemischen Experiment wird ein Stoff erwärmt. Der Temperaturverlauf kann mithilfe einer linearen Funktion T_1 modelliert werden. Dabei ist $T_1(t)$ diejenige Temperatur in °C, die t Sekunden nach Beginn des Experiments gemessen wird.

Nachstehend sind drei Messwerte gegeben.

t	1	3	10
$T_1(t)$	2	6	20

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Gleichung der linearen Funktion T_1 an!

Leitfrage:

Ist die Höchsttemperatur von 100 °C erreicht, so beginnt die Abkühlungsphase. Die Temperaturabnahme kann mithilfe einer linearen Funktion T_2 modelliert werden. Dabei ist $T_2(t)$ diejenige Temperatur in °C, die t Sekunden nach Beginn der Abkühlungsphase gemessen wird.

Geben Sie eine Gleichung der linearen Funktion T_2 an, wenn die Abkühlung doppelt so schnell wie die Erwärmung erfolgt!

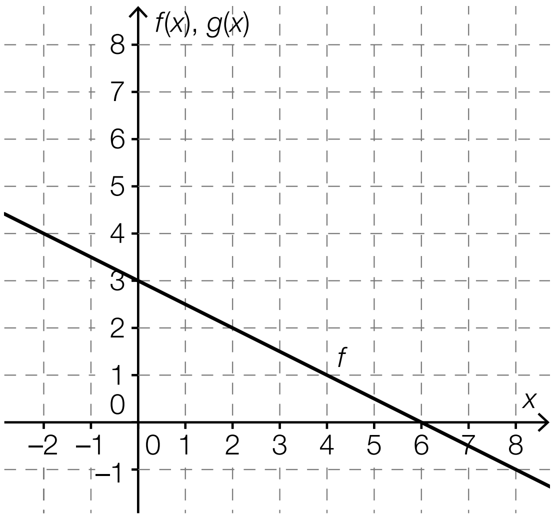
Aufgabe 2

Lineare Funktionen

Gegeben sind der Graph einer Funktion f und die Funktion g mit $g(x) = a \cdot x + 6$ und $a \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion g so, dass die Gleichung $f(x) = g(x)$ nicht lösbar ist, und bestimmen Sie für diesen Fall den Wert des Parameters a!



Leitfrage:

Lösen Sie die Gleichung $f(x) = g(x)$ und geben Sie die Lösung in Abhängigkeit von a an!
Geben Sie weiters an, für welche Werte von $a \in \mathbb{R}$ die Lösung positiv ist, und erklären Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 2

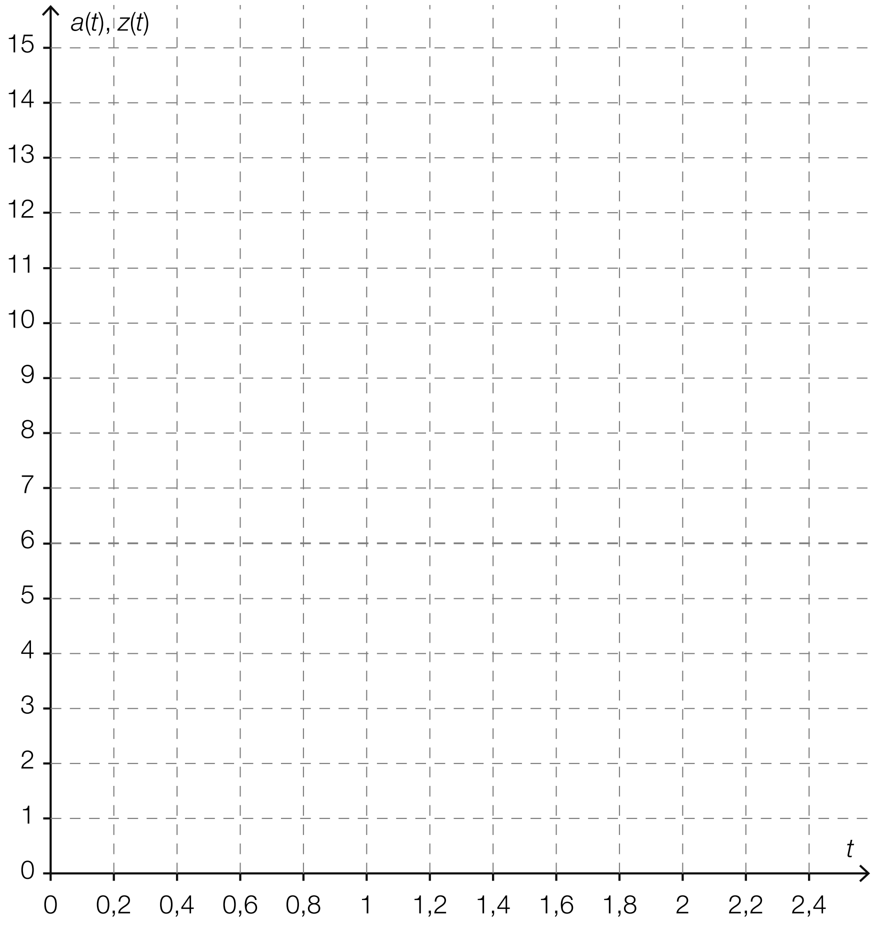
Zwischenspeicher

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich in einem Zwischenspeicher 1000 m^3 Wasser. Der Zwischenspeicher besitzt eine Zuleitung und einen Abfluss.

Die Zuflussrate z wird durch die Gleichung $z(t) = 3 \cdot t + 4$ beschrieben. Die Abflussrate a wird durch die Gleichung $a(t) = 2 \cdot t + 5$ beschrieben. Dabei werden $z(t)$ und $a(t)$ in m^3/h und t in Stunden gemessen.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie im nachstehenden Koordinatensystem die Graphen der Funktionen z und a dar!



Leitfrage:

Ermitteln Sie die Gleichung derjenigen Funktion V, die zu jedem Zeitpunkt die Füllmenge des Zwischenspeichers angibt!

Aufgabe 2

Temperaturabnahme

Die Temperaturabnahme in einer Wand mit der Dicke D (in cm), an deren Innen- bzw. Außenseite die Temperaturen T_i bzw. T_a (in °C) herrschen, kann mithilfe einer linearen Funktion T mit $T(e) = k \cdot e + d$ modelliert werden. Dabei ist $T(e)$ die Temperatur in °C im Abstand e ($0 \leq e \leq D$, e in cm) von der Wandinnenseite.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Parameter k und d der Gleichung der linearen Funktion T für eine Wand mit $D = 40$, $T_i = 25$ und $T_a = 5$.

k = ____

d = ____

Leitfrage:

Erläutern Sie die Bedeutung der von Ihnen ermittelten Parameter k und d unter Angabe der korrekten Maßeinheiten im gegebenen Kontext!

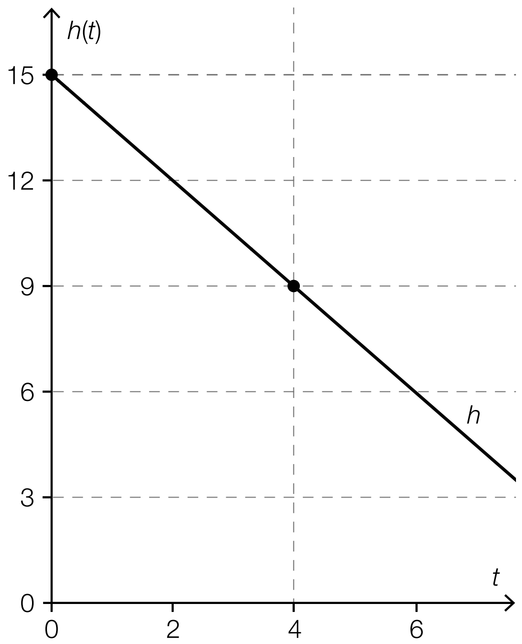
Geben Sie sowohl für den Parameter k als auch für die Temperatur T_a jeweils einen möglichen Wert an, wenn $D = 40$ cm, $T_i < T_a$ und $d = 20$ gilt! Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 2

Umfüllen von Wasser

Ein quaderförmiger Behälter mit quadratischer Grundfläche steht auf einer waagrechten Ebene. Die Seitenlänge der quadratischen Grundfläche beträgt a cm.
Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist der Behälter mit 6000 cm³ Wasser gefüllt, anschließend ($t > 0$) wird ihm mit konstanter Abflussrate Wasser entnommen. Die Funktion h beschreibt die Höhe (in cm) des Wasserpegels im Behälter in Abhängigkeit von der Zeit t (in min).

Nachstehend ist der Graph von h abgebildet. Die zwei auf dem Graphen gekennzeichneten Punkte haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Seitenlänge a der quadratischen Grundfläche des Behälters und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

Leitfrage:

Das dem ersten Behälter entnommene Wasser wird ohne Zeitverzögerung einem zweiten, zum Zeitpunkt $t = 0$ leeren Behälter zugeführt. Der zweite Behälter steht ebenfalls auf einer waagrechten Ebene und ist quaderförmig mit quadratischer Grundfläche. Die Seitenlänge seiner quadratischen Grundfläche ist allerdings nur halb so groß wie jene des ersten Behälters.

Die Funktion h_1 beschreibt die Höhe (in cm) des Wasserpegels im zweiten Behälter in Abhängigkeit von der Zeit t (in min).

Geben Sie eine Gleichung der Funktion h_1 an und erläutern Sie Ihre Vorgehensweise!

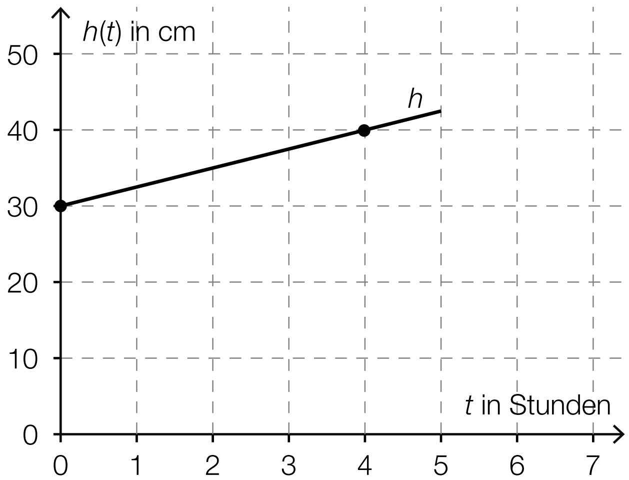
Aufgabe 2

Schneefall

Die Höhe einer Schneedecke während eines fünfstündigen Schneefalls kann mithilfe einer linearen Funktion h modelliert werden. Dabei ist $h(t)$ die Höhe der Schneedecke in cm und t die Zeit in Stunden mit $0 \leq t \leq 5$.

Aufgabenstellung:

Der nachstehend dargestellte Graph veranschaulicht die Höhe der Schneedecke während dieses fünfstündigen Schneefalls. Die Koordinaten der eingezeichneten Punkte sind ganzzahlig.



Beschreiben Sie die Abhängigkeit der Schneedeckenhöhe h von der Zeit t durch eine Funktionsgleichung und geben Sie die Bedeutung der in dieser Funktionsgleichung auftretenden Zahlenwerte an!

Leitfrage:

Geben Sie für eine Funktion h_1 alle Bedingungen an, die erfüllt sein müssen, damit durch h_1 eine direkte Proportionalität zwischen der Schneedeckenhöhe $h_1(t)$ (in cm) und der Zeit t (in Stunden) beschrieben wird!

Geben Sie eine Funktionsgleichung derjenigen Funktion h_1 an, die eine derartige direkte Proportionalität beschreibt, wenn die Schneedecke nach einem fünfstündigen Schneefall 20 cm hoch ist!

Aufgabe 1

Ohm’sches Gesetz

Das Ohm’sche Gesetz beschreibt unter bestimmten Bedingungen den Zusammenhang zwischen der Spannung U, der Stromstärke I und dem Widerstand R in einem Leiter. Es gilt: $U = R \cdot I$ mit $U, R, I \in \mathbb{R}^+$.

Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie den Graphen einer Funktion U mit $I \mapsto U(I)$ bei konstantem R sowie den Graphen einer Funktion I mit $U \mapsto I(U)$ bei konstantem R!

Geben Sie für jede der beiden Funktionen die Bedeutung von R in der Darstellung des Graphen an und beschreiben Sie, wie sich jeweils eine Vergrößerung von R auf den jeweiligen Graphen auswirkt!

Leitfrage:

Einige Gesetzmäßigkeiten, die durch das Ohm’sche Gesetz beschrieben werden, stehen in einem linearen Zusammenhang.
Lineare Zusammenhänge werden allgemein durch eine Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ beschrieben.

Geben Sie in Abhängigkeit von den Werten der Parameter k und d an, wie viele Nullstellen die Funktion f haben kann, wenn $d \neq 0$ gilt, und geben Sie diese Nullstelle(n) gegebenenfalls an!