Aufgabe 4

Gewinn und Kosten

Gegeben ist die Gewinnfunktion G mit der Gleichung $G(x) = -x^2 + 90 \cdot x - 1800$. Dabei wird x in Stück und $G(x)$ in Euro angegeben.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den maximalen Gewinn!

Leitfrage:

Der Verkaufspreis beträgt € 7 pro Stück. Die Kosten $K(x)$ in Euro zur Herstellung von x Stück werden durch die Kostenfunktion K beschrieben. Stellen Sie eine Gleichung der Kostenfunktion K auf und berechnen Sie $K(50)$!

Aufgabe 4

Grenzkosten

Von einem Betrieb kennt man für die Herstellung eines Produkts die Kostenfunktion K mit $K(x) = 4 \cdot x^3 - 60 \cdot x^2 + 400 \cdot x + 1\,000$. Dabei gibt $K(x)$ die Produktionskosten in Geldeinheiten (GE) bei der Produktion von x Mengeneinheiten (ME) an.

Unter den Grenzkosten (in GE/ME) versteht man diejenigen Kosten, die durch eine Produktionssteigerung um 1 ME zusätzlich anfallen.

Aufgabenstellung:

Die näherungsweise Berechnung der Grenzkosten bei einer bestimmten Produktionsmenge x_0 erfolgt durch die erste Ableitung $K'(x_0)$.

Berechnen Sie mithilfe der Ableitung der Funktion K die Grenzkosten bei einer Produktionsmenge von 15 ME!

Leitfrage:

Berechnen Sie, um wie viele GE sich der Wert der näherungsweise berechneten Grenzkosten bei einem Produktionsumfang von 15 ME vom tatsächlichen Zuwachs der Kosten unterscheidet, wenn der Produktionsumfang von 15 ME auf 16 ME erhöht wird!

Die Ableitungsfunktion K' ist ab $x = 5$ ME streng monoton steigend.
Geben Sie die Bedeutung dieser Aussage für die Produktionskosten an, wenn die Produktionsmenge zunimmt!

Aufgabe 1

Gewinnschwelle

Gegeben sind die Gleichungen einer Kostenfunktion K und einer Erlösfunktion E mit $a, b, c \in \mathbb{R}^+$.

$K(x) = a \cdot x + b$
$E(x) = c \cdot x$

In der Kostenfunktion beschreibt x die Anzahl der produzierten Einheiten, in der Erlösfunktion beschreibt x die Anzahl der verkauften Einheiten.

Aufgabenstellung:

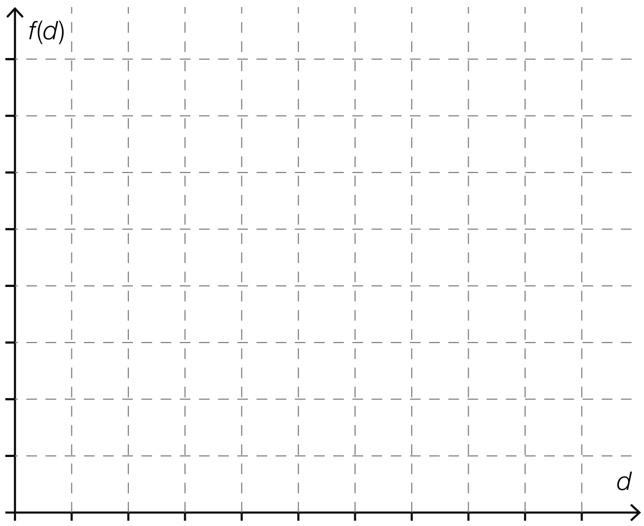
Die Stelle x_1 bezeichnet die Gewinnschwelle. Das ist diejenige Mengeneinheit, die produziert (und verkauft) werden muss, damit $K(x_1) = E(x_1)$ gilt. Geben Sie einen Term zur Berechnung von x_1 in Abhängigkeit von a, b und c an!

x_1 = ____

Leitfrage:

Deuten Sie die Parameter a, b und c im gegebenen Kontext!

Fassen Sie weiters x_1 als Funktion f in Abhängigkeit von der Differenz d mit $d = c - a$ auf. Geben Sie den Funktionstyp von f an und skizzieren Sie einen möglichen Graphen in das nachstehende Koordinatensystem!



Aufgabe 1

Kosten und Erlös

Die Produktionskosten (in Euro) eines Betriebes für die Herstellung eines Produkts werden durch eine Funktion K mit der Gleichung $K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 45\,000$ (x in Tonnen, $K(x)$ in Euro) modelliert.

Bei der Herstellung von 40 Tonnen fallen Kosten von 47 600 Euro an, bei der Herstellung von 100 Tonnen sind es 58 250 Euro.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Werte der Parameter a und b!

Leitfrage:

Eine Gewinnschwelle (Break-even-Point) liegt bei 80 hergestellten und verkauften Tonnen des Produkts.

Geben Sie den Wert des Parameters k der entsprechenden linearen Erlösfunktion E mit der Gleichung $E(x) = k \cdot x$ an und deuten Sie diesen im vorliegenden Kontext!