Aufgabe 4

Gewinn und Kosten

Gegeben ist die Gewinnfunktion G mit der Gleichung $G(x) = -x^2 + 90 \cdot x - 1800$. Dabei wird x in Stück und $G(x)$ in Euro angegeben.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den maximalen Gewinn!

Leitfrage:

Der Verkaufspreis beträgt € 7 pro Stück. Die Kosten $K(x)$ in Euro zur Herstellung von x Stück werden durch die Kostenfunktion K beschrieben. Stellen Sie eine Gleichung der Kostenfunktion K auf und berechnen Sie $K(50)$!

öffentliches Dokument

Aufgabe 4

Grenzkosten

Von einem Betrieb kennt man für die Herstellung eines Produkts die Kostenfunktion K mit $K(x) = 4 \cdot x^3 - 60 \cdot x^2 + 400 \cdot x + 1\,000$. Dabei gibt $K(x)$ die Produktionskosten in Geldeinheiten (GE) bei der Produktion von x Mengeneinheiten (ME) an.

Unter den Grenzkosten (in GE/ME) versteht man diejenigen Kosten, die durch eine Produktionssteigerung um 1 ME zusätzlich anfallen.

Aufgabenstellung:

Die näherungsweise Berechnung der Grenzkosten bei einer bestimmten Produktionsmenge x_0 erfolgt durch die erste Ableitung $K'(x_0)$.

Berechnen Sie mithilfe der Ableitung der Funktion K die Grenzkosten bei einer Produktionsmenge von 15 ME!

Leitfrage:

Berechnen Sie, um wie viele GE sich der Wert der näherungsweise berechneten Grenzkosten bei einem Produktionsumfang von 15 ME vom tatsächlichen Zuwachs der Kosten unterscheidet, wenn der Produktionsumfang von 15 ME auf 16 ME erhöht wird!

Die Ableitungsfunktion K' ist ab $x = 5$ ME streng monoton steigend.
Geben Sie die Bedeutung dieser Aussage für die Produktionskosten an, wenn die Produktionsmenge zunimmt!

öffentliches Dokument

Aufgabe 1

Gewinnschwelle

Gegeben sind die Gleichungen einer Kostenfunktion K und einer Erlösfunktion E mit $a, b, c \in \mathbb{R}^+$.

$K(x) = a \cdot x + b$
$E(x) = c \cdot x$

In der Kostenfunktion beschreibt x die Anzahl der produzierten Einheiten, in der Erlösfunktion beschreibt x die Anzahl der verkauften Einheiten.

Aufgabenstellung:

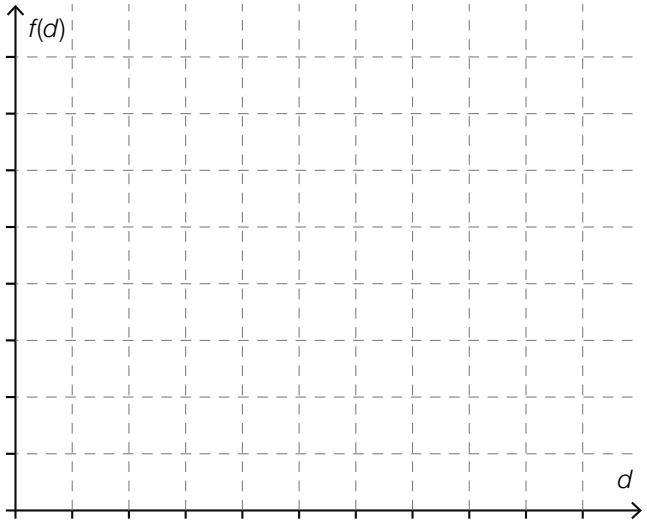
Die Stelle x_1 bezeichnet die Gewinnschwelle. Das ist diejenige Mengeneinheit, die produziert (und verkauft) werden muss, damit $K(x_1) = E(x_1)$ gilt. Geben Sie einen Term zur Berechnung von x_1 in Abhängigkeit von a, b und c an!

$x_1 =$ _____

Leitfrage:

Deuten Sie die Parameter a, b und c im gegebenen Kontext!

Fassen Sie weiters x_1 als Funktion f in Abhängigkeit von der Differenz d mit $d = c - a$ auf.
Geben Sie den Funktionstyp von f an und skizzieren Sie einen möglichen Graphen in das nachstehende Koordinatensystem!



Aufgabe 1

Kosten und Erlös

Die Produktionskosten (in Euro) eines Betriebes für die Herstellung eines Produkts werden durch eine Funktion K mit der Gleichung $K(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + 45\,000$ (x in Tonnen, $K(x)$ in Euro) modelliert.

Bei der Herstellung von 40 Tonnen fallen Kosten von 47 600 Euro an, bei der Herstellung von 100 Tonnen sind es 58 250 Euro.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Werte der Parameter a und b!

Leitfrage:

Eine Gewinnschwelle (Break-even-Point) liegt bei 80 hergestellten und verkauften Tonnen des Produkts.

Geben Sie den Wert des Parameters k der entsprechenden linearen Erlösfunktion E mit der Gleichung $E(x) = k \cdot x$ an und deuten Sie diesen im vorliegenden Kontext!

Aufgabe 1

Busreise

Für eine Busreise stehen 55 Plätze zur Verfügung.
Die Fixkosten, die das Reisebüro unabhängig von den teilnehmenden Personen hat, betragen K Euro.
Für jeden gebuchten Platz erzielt das Reisebüro einen Gewinn von g Euro.
Für jeden nicht gebuchten Platz macht das Reisebüro einen Verlust von f Euro.

Aufgabenstellung:

– Geben Sie einen Term an, mit dem der Gewinn des Reisebüros für eine Busreise ermittelt werden kann, wenn x Plätze gebucht werden.

Leitfrage:

– Ermitteln Sie den Parameter g in Abhängigkeit von den Fixkosten K, wenn bei einer Teilnahme von 45 Personen der Gewinn 1.000 Euro beträgt und sich dieser bei einer Teilnahme von 50 Personen verdoppelt.

Aufgabe 2

Betrieb

Die Kosten zur Herstellung von x Mengeneinheiten (ME) eines bestimmten Produkts können durch die Funktion K mit $K(x) = 0{,}00004 \cdot x^3 - 0{,}048 \cdot x^2 + 32 \cdot x + 1\,600$ beschrieben werden ($x \geq 0$).
Die lineare Funktion E beschreibt denjenigen Erlös $E(x)$, der beim Verkauf von x ME dieses Produkts erzielt wird.
Die Kosten und der Erlös werden in Euro angegeben.

Der Break-even-Point wird bei 200 ME erreicht.

Aufgabenstellung:

– Bestimmen Sie den Verkaufspreis pro ME für dieses Produkt.

Leitfrage:

– Geben Sie diejenige Menge x_1 an, bei der der maximale Gewinn erzielt wird.

Bei der Menge x_2 sind die Grenzkosten minimal.

– Geben Sie an, um wie viel Euro der bei dieser Menge x_2 erzielte Gewinn geringer ist als der maximale Gewinn.

Aufgabe 2

Erlös

Der Erlös, der durch den Verkauf eines bestimmten Produkts erzielt wird, kann durch die Funktion E mit $E(x) = -a \cdot x^2 + b \cdot x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ modelliert werden.

Dabei gibt x die Anzahl der produzierten und verkauften Mengeneinheiten (ME) und $E(x)$ den dadurch erzielten Erlös in Euro an.

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie die lokale Extremstelle der Funktion E in Abhängigkeit von a und b und erklären Sie deren Bedeutung im gegebenen Kontext.

Leitfrage:

Die Funktion p modelliert den Zusammenhang zwischen der Produktionsmenge x dieses Produkts und dem Verkaufspreis $p(x)$. Dabei wird x in ME und $p(x)$ in Euro/ME angegeben.

– Geben Sie die Gleichung der Funktion p unter Verwendung von a und b an.

Bei einer Produktionsmenge von 1 000 ME beträgt der Verkaufspreis 40 Euro/ME. Wenn 250 ME mehr produziert werden, dann sinkt der Verkaufspreis um 5 Euro/ME.

– Ermitteln Sie denjenigen Verkaufspreis (in Euro/ME), bei dem der maximale Erlös erzielt wird.