Aufgabe 3

Preisänderung

In einem Geschäft wurde ein bestimmtes TV-Gerät zu Beginn des Jahres 2013 zu einem Preis von p_1 angeboten, zwei Jahre später zu einem Preis von p_2.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Bedeutung der Terme $p_2 - p_1$ und $\frac{p_2 - p_1}{p_1}$ an!

Leitfrage:

Erläutern Sie die Bedeutung des Terms $\frac{p_2 - p_1}{2}$ im gegebenen Kontext!

Für die Preise p_1 und p_2 gilt folgender Zusammenhang: $\frac{p_2}{p_1} = 0{,}8$.

Zeigen Sie, dass in diesem Fall $\frac{p_2 - p_1}{2} = -0{,}1 \cdot p_1$ gilt, und deuten Sie diese Gleichung im Hinblick auf die Preisänderung!

Aufgabe 3

Rohölpreis

Im Dezember 2015 fiel der Preis für Rohöl täglich tendenziell ab. Der Preis für Rohöl wird in US-Dollar und bezogen auf das *Barrel* (engl. für *Fass*) angegeben, wobei ein Barrel 159 Liter beinhaltet.

Am 1. Dezember 2015 um 12:00 Uhr betrug der Rohölpreis 41,70 US-Dollar pro Barrel, am 11. Dezember 2015 um 12:00 Uhr betrug der Preis 37,94 US-Dollar pro Barrel.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die absolute und die relative (prozentuelle) Änderung des Rohölpreises pro Barrel für den angegebenen Zeitraum an!

Leitfrage:

Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate des Rohölpreises <u>pro Liter</u> über den angegebenen Zeitraum (in Tagen) und interpretieren Sie Ihr Ergebnis im gegebenen Zusammenhang!

Geben Sie an, welchen Preis 1 Liter Rohöl am 16. Dezember 2015 gehabt hätte, wenn sich der Rohölpreis ab 11. Dezember 2015 mit derselben mittleren Änderungsrate pro Tag weiterentwickelt hätte!

Aufgabe 4

Außentemperatur

Ab dem Zeitpunkt $t = 0$ wird die Außentemperatur T gemessen.
Dabei gibt $T(t)$ die Außentemperatur in °C nach t Stunden an.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, welche beiden der nachstehenden Interpretationen sich aus der Gleichung $\frac{T(5) - T(0)}{5} = -2$ korrekt schlussfolgern lassen, und begründen Sie Ihre Antwort!

1	Zum Zeitpunkt $t = 5$ ist es um 10 °C kälter als zum Zeitpunkt $t = 0$.
2	Die momentane Änderungsrate der Temperatur beträgt zu jedem Zeitpunkt –2 °C pro Stunde.
3	Die Temperatur nimmt im Zeitintervall [0; 5] um durchschnittlich 2 °C pro Stunde ab.
4	Die Temperatur nimmt im Zeitintervall [0; 5] pro Stunde um exakt 2 °C ab.
5	Die Durchschnittstemperatur in den ersten fünf Stunden beträgt –2 °C.

Leitfrage:

Geben Sie an, welcher Funktionstyp für die Modellierung des Temperaturverlaufs gewählt werden müsste, damit alle fünf oben angeführten Aussagen auf jeden Fall richtig sind!
Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Aufgabe 4

Sekantensteigung

Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit $f(x) = -\frac{1}{12} \cdot x^3 + 3 \cdot x^2$.
In der nachstehenden Tabelle sind die (auf zwei Nachkommastellen gerundeten) Sekantensteigungen für einzelne Intervalle angegeben.

Intervall	Sekantensteigung
[0; 3]	8,25
[3; 7,5]	24,19
[7,5; 9]	32,44
[9; 15]	s_4

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den fehlenden Wert s_4!

Leitfrage:

Berechnen Sie das arithmetische Mittel m der vier Werte aus der obigen Tabelle!

Vergleichen Sie den Wert von m mit der Sekantensteigung im Intervall [0; 15] und begründen Sie, warum die Ergebnisse verschieden sind!

Aufgabe 4

Bevölkerungszahl

Die Bevölkerungszahl eines bestimmten Landes im Jahr t wird im Folgenden mit $B(t)$ bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die beiden nachstehenden Gleichungen im Hinblick auf die Bevölkerungszahl dieses Landes!

- $\frac{B(2015)}{B(1950)} = 2$
- $\frac{B(2015) - B(2000)}{B(2000)} = 0{,}1$

Leitfrage:

Interpretieren Sie die Gleichung $\frac{B(2015) - B(2000)}{15} = 100\,000$ im gegebenen Kontext!

Ermitteln Sie anhand der gegebenen Gleichungen die Bevölkerungszahl dieses Landes im Jahr 2015 und erklären Sie Ihre Vorgehensweise!

Aufgabe 3

Wildschweine

Laut einem Zeitungsartikel nahm die Wildschweinpopulation im Jahr 2013 in Bayern stark zu, obwohl noch nie zuvor so viele Wildschweine geschossen wurden. In der Jagdsaison 2012/13 wurden 66 000 Wildschweine geschossen, in der Jagdsaison 2011/12 waren es nur 42 300 Wildschweine.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die absolute und die relative Zunahme an Wildschweinabschüssen in Bayern von der Jagdsaison 2011/12 auf die Jagdsaison 2012/13 an!

Leitfrage:

Geben Sie an, welcher funktionale Zusammenhang zwischen Zeit und Anzahl an Wildschweinabschüssen besteht, wenn man von einer gleichbleibenden jährlichen Zuwachsrate an Abschüssen ausgeht, die der ermittelten relativen Änderung der Abschusszahlen in Bayern entspricht!

Geben Sie eine derartige Gleichung für eine Funktion W an, die die Anzahl an Wildschweinabschüssen in Bayern in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Jahren) beschreibt, wobei $W(0)$ die Anzahl der Abschüsse in der Saison 2012/13 angibt!

Ermitteln Sie mithilfe dieser Gleichung die Anzahl an Wildschweinabschüssen für die Saison 2022/23 und schätzen Sie ein, ob es realistisch ist, dass sich die Anzahl an Wildschweinabschüssen über einen sehr großen Zeitraum gemäß dieser Funktion entwickelt!

Aufgabe 3

Differenzenquotient

Gegeben ist eine quadratische Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

Der Differenzenquotient der Funktion f hat im Intervall [1; 3] den Wert 20.

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert von a an!

Leitfrage:

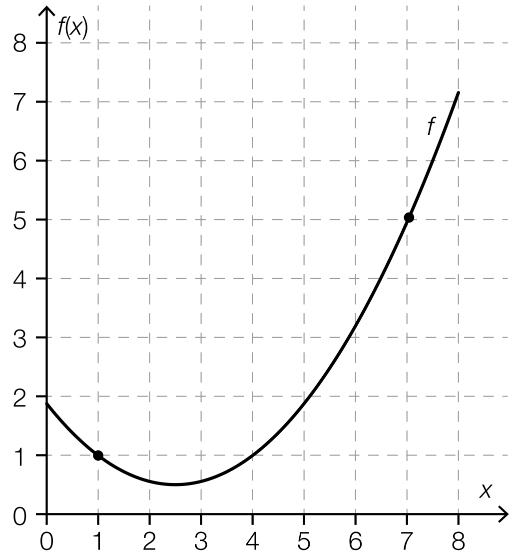
Gegeben ist eine lineare Funktion g mit $g(x) = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$.
Der Differenzenquotient der Funktion g hat im Intervall [1; 3] den Wert 8.

Geben Sie diejenige Stelle x_0 an, an der der Differenzialquotient der beiden Funktionen f und g den gleichen Wert hat!

Aufgabe 3

Änderungsmaße

Nachstehend ist der Graph einer Funktion f im Intervall [0; 8] gegeben. Die Koordinaten der eingezeichneten Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie grafisch näherungsweise denjenigen Punkt $P = (p_x|p_y)$, in dem der Differenzialquotient gleich dem Differenzenquotienten im Intervall [1; 7] ist, und kennzeichnen Sie den Punkt P in der obigen Abbildung!

Leitfrage:

Gegeben ist das Intervall $[1; b]$ mit $1 < b \leq 8$.

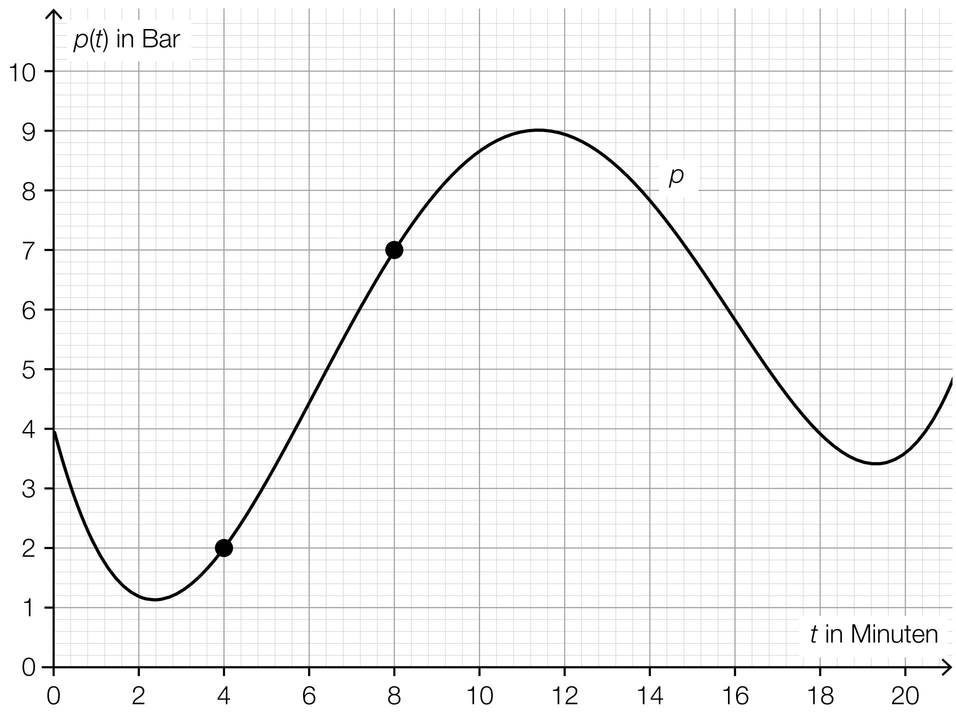
Bestimmen Sie jeweils ein mögliches $b \in \mathbb{Z}$ so, dass gilt:

- $\dfrac{f(b) - f(1)}{b - 1} > 0$
- $\dfrac{f(b)}{f(1)} > 3$

Aufgabe 3

Druckänderung

Der Druck, der bei einem physikalischen Experiment auftritt, kann durch eine Polynomfunktion p vierten Grades modelliert werden.
In der nachstehenden Abbildung ist der Druckverlauf in Abhängigkeit von der Zeit t dargestellt. Dabei ist $p(t)$ der Druck (in Bar) t Minuten nach Beginn des Experiments. Die Koordinaten der hervorgehobenen Punkte sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die absolute und die relative (prozentuelle) Druckänderung im Zeitintervall [4; 8]!

Leitfrage:

Geben Sie mithilfe der obigen Abbildung diejenigen Stellen an, für die die momentane Änderungsrate des Druckes gleich null ist! Erläutern Sie, warum außerhalb des oben dargestellten Bereichs bei der vorliegenden Modellierung keine weiteren derartigen Stellen existieren!

Erläutern Sie, wie man mithilfe der Funktionsgleichung der Modellierungsfunktion p denjenigen Zeitpunkt t_0 ermitteln kann, zu dem die momentane Änderungsrate des Druckes p maximal ist!

Aufgabe 4

Pelletsverbrauch

In Deutschland wurden im Jahr 2016 um 8,1 % mehr Pellets als im Jahr 2015 verbraucht.
Im Jahr 2017 wurden um 5 % mehr als im Jahr 2016 verbraucht.
Im Jahr 2018 war der Verbrauch um 4,8 % höher als im Jahr 2017.

Im Jahr 2017 wurden 2,1 Mio. Tonnen an Pellets verbraucht.

Aufgabenstellung:

– Geben Sie die absolute und die prozentuelle Änderung des Pelletsverbrauchs von 2015 bis 2018 an.

Leitfrage:

– Berechnen Sie die jährliche prozentuelle Änderungsrate p des Pelletsverbrauchs von 2015 bis 2018, wenn für den gesamten Zeitraum ein gleichbleibender Zuwachs angenommen wird.

– Ermitteln Sie mithilfe des Verbrauchswerts des Jahres 2017 und der berechneten jährlichen prozentuellen Änderungsrate p, nach wie vielen Jahren der Pelletsverbrauch erstmals bei 2,5 Mio. Tonnen liegen wird.

Aufgabe 4

Polynomfunktion

Gegeben ist eine Polynomfunktion f mit $f(x) = x^4 - 3 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + a$ mit $a \in \mathbb{R}$, wobei $f(x) > 0$ für alle $x \in [0; 2]$ gilt.

Aufgabenstellung:

Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen der Funktion f und der x-Achse soll im Intervall [0; 1] doppelt so groß wie im Intervall [1; 2] sein.

– Geben Sie eine Gleichung zur Berechnung von a an und ermitteln Sie den Wert von a.

Leitfrage:

– Geben Sie an, wie durch eine Veränderung des Wertes von a der Verlauf des Graphen von f beeinflusst wird.

– Geben Sie an, welche(s) der nachstehenden Änderungsmaße in einem Intervall $[x_1; x_2]$ mit $0 \leq x_1 < x_2 \leq 2$ durch eine Veränderung des Wertes von a nicht beeinflusst wird/werden, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

- absolute Änderung von f im Intervall $[x_1; x_2]$
- relative Änderung von f im Intervall $[x_1; x_2]$
- mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[x_1; x_2]$