

Name:	
Klasse/Jahrgang:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

11. Mai 2026

# Angewandte Mathematik

# HAK

--

## Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-A-Aufgaben und Teil-B-Aufgaben mit jeweils unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung. Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihren Jahrgang bzw. Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 3d1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Als Hilfsmittel dürfen Sie die vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebene Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik verwenden. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikation (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) und kein Zugriff auf Eigendaten möglich ist. Um zu gewährleisten, dass ausschließlich eigenständige Leistungen erbracht werden, ist jegliche Verwendung KI-basierter Anwendungen bzw. Software, sowohl online als auch offline, unzulässig.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

### Handreichung für die Bearbeitung

- Bei Aufgaben mit offenem Antwortformat ist jede Berechnung mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. mit einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben werden) durchzuführen.
- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.

- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

### Für die Bearbeitung wird empfohlen:

- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

### So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

### So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalt und dann wieder gewählt.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

### Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
37–42 Punkte	Sehr gut
31–36,5 Punkte	Gut
25–30,5 Punkte	Befriedigend
20–24,5 Punkte	Genügend
0–19,5 Punkte	Nicht genügend

**Viel Erfolg!**

# Aufgabe 1

## Pilze

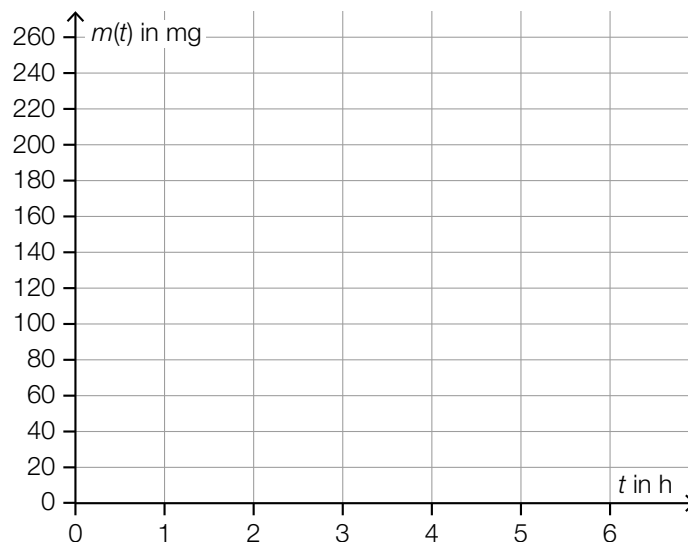
- a) In einem Labor wird das Wachstum von Schimmelpilzen untersucht. Bei einem bestimmten Experiment wächst die Masse eines bestimmten Schimmelpilzes mit einer konstanten Verdoppelungszeit von 2 h. Die zeitliche Entwicklung der Masse dieses Schimmelpilzes kann durch die Funktion  $m$  beschrieben werden.

$t$  ... Zeit in h mit  $t = 0$  für den Beginn der Beobachtung

$m(t)$  ... Masse des Schimmelpilzes zur Zeit  $t$  in mg

6 h nach dem Beginn der Beobachtung beträgt die Masse dieses Schimmelpilzes 240 mg.

- 1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen der Funktion  $m$  im Intervall  $[0; 6]$  ein. [0/1 P.]



- b) Schleimpilze wachsen unter anderem auf abgestorbenem Holz.

In einem Labor wird das Wachstum eines bestimmten Schleimpilzes untersucht. Die zeitliche Entwicklung der von diesem Schleimpilz bedeckten Fläche kann durch die Funktion  $A$  beschrieben werden.

$$A(t) = 408 - 211 \cdot e^{-0,38 \cdot t}$$

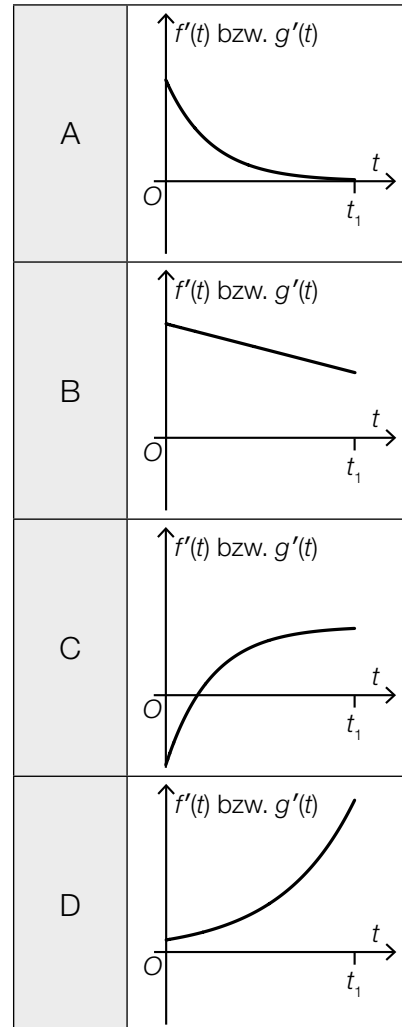
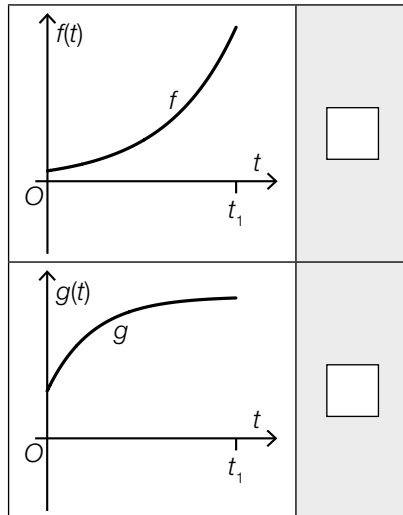
$t$  ... Zeit in h mit  $t = 0$  für den Beginn der Beobachtung

$A(t)$  ... von diesem Schleimpilz bedeckte Fläche zur Zeit  $t$  in  $\text{cm}^2$

- 1) Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem dieser Schleimpilz erstmals eine Fläche von  $350 \text{ cm}^2$  bedeckt. [0/1 P.]

- c) Die zeitliche Entwicklung der Masse von zwei bestimmten Pilzen unterschiedlicher Art kann durch die Funktionen  $f$  und  $g$  modelliert werden. In den unten stehenden Abbildungen sind die Funktionsgraphen jeweils im gleichen Intervall  $[0; t_1]$  dargestellt.

- 1) Ordnen Sie den Graphen von  $f$  und  $g$  jeweils den Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion  $f'$  bzw.  $g'$  aus A bis D zu. [0/½/1 P.]



- d) Pilzarten, die durch Aktivitäten des Menschen in ein Gebiet gelangt sind, in dem sie zuvor nicht heimisch waren, werden als *Neomyceten* bezeichnet.

Für die Schweiz wurden folgende Daten erhoben:

Jahr	1910	2021
Anzahl der in der Schweiz bisher nachgewiesenen Neomyceten	50	298

Die Anzahl der in der Schweiz bisher nachgewiesenen Neomyceten kann näherungsweise durch die Funktion  $N$  beschrieben werden.

$$N(t) = N_0 \cdot a^t$$

$t$  ... Zeit in Jahren mit  $t = 0$  für das Jahr 1910

$N(t)$  ... Anzahl der in der Schweiz bis zum Zeitpunkt  $t$  nachgewiesenen Neomyceten

$N_0$  ... Anzahl der in der Schweiz bis zum Zeitpunkt  $t = 0$  nachgewiesenen Neomyceten

$a$  ... Parameter

- 1) Ermitteln Sie  $a$ .

[0/1 P.]

Für einen anderen Zeitraum kann die Anzahl der bisher nachgewiesenen Neomyceten durch die Funktion  $f$  modelliert werden.

$$f(t) = f_0 \cdot 1,025^t$$

$t$  ... Zeit in Jahren

$f(t)$  ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt  $t$  nachgewiesenen Neomyceten

$f_0$  ... Anzahl der bis zum Zeitpunkt  $t = 0$  nachgewiesenen Neomyceten ( $f_0 > 0$ )

- 2) Interpretieren Sie die Zahl 1,025 im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

## Aufgabe 2

### Deepfakes

Deepfakes sind realistisch wirkende Fotos oder Videos, die mittels künstlicher Intelligenz erstellt worden sind. Im Rahmen verschiedener Experimente wird überprüft, ob Testpersonen reale Fotos bzw. Videos von Deepfakes unterscheiden und richtig einstufen können.

- a) Beim ersten Experiment wird angenommen, dass die Testperson A die vorgelegten Fotos unabhängig voneinander mit einer Wahrscheinlichkeit von jeweils 48 % richtig einstufen kann.

Der Testperson A werden 10 Fotos zum Einstufen vorgelegt.

- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Testperson A von diesen 10 vorgelegten Fotos mindestens die Hälfte richtig einstuft. [0/1 P.]

Insgesamt werden der Testperson A 125 Fotos vorgelegt. Die Anzahl der dabei richtig eingestufenen Fotos kann durch die Zufallsvariable  $X$  modelliert werden.

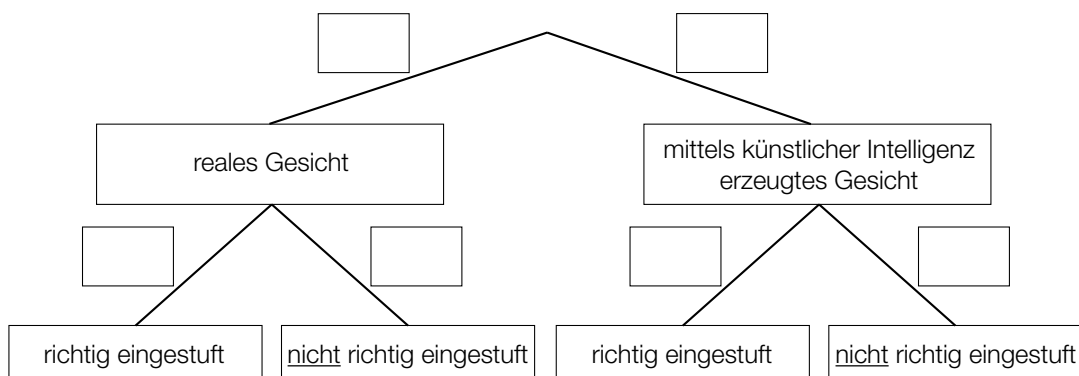
- 2) Berechnen Sie den Erwartungswert von  $X$ . [0/1 P.]

- b) Beim zweiten Experiment werden 400 Fotos realer Gesichter und 400 Fotos von Gesichtern, die mittels künstlicher Intelligenz erzeugt worden sind, verwendet.

Der Testperson B wird aus diesen insgesamt 800 Fotos 1 nach dem Zufallsprinzip ausgewähltes Foto vorgelegt. Im Anschluss daran wird dieses Foto eingestuft.

Die Testperson B kann jedes vorgelegte Foto mit einer Wahrscheinlichkeit von 59 % richtig einstufen.

- 1) Vervollständigen Sie das nachstehende Baumdiagramm mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten so, dass es den oben beschriebenen Sachverhalt wiedergibt. [0/1 P.]



- c) Beim dritten Experiment werden der Testperson C hintereinander zuerst 1 reales Video und danach 1 Deepfake-Video gezeigt. Die Testperson C stuft die gezeigten Videos danach als reales Video oder als Deepfake-Video ein.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das gezeigte reale Video richtig eingestuft wird, beträgt 59,4 %.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das gezeigte Deepfake-Video richtig eingestuft wird, beträgt 54,6 %.

- 1) Ordnen Sie den beiden Ereignissen jeweils die passende Wahrscheinlichkeit aus A bis D zu. [0/1 P.]

Beide gezeigten Videos werden richtig eingestuft.	<input type="checkbox"/>
Beide gezeigten Videos werden als reale Videos eingestuft.	<input type="checkbox"/>

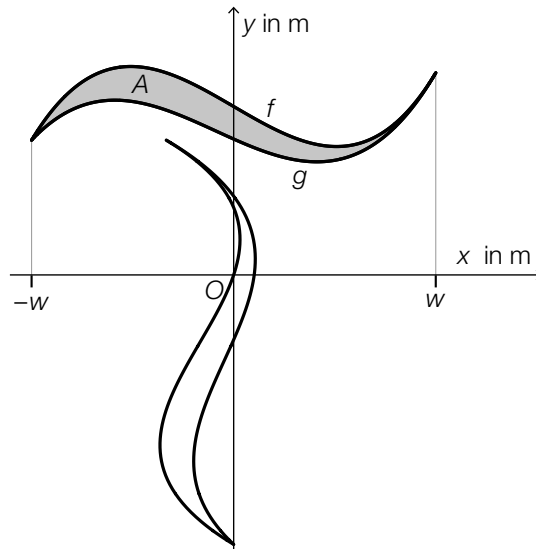
A	$0,594 \cdot 0,546$
B	$0,454 \cdot 0,406$
C	$0,594 \cdot 0,454$
D	$0,546 \cdot 0,406$

## Aufgabe 3

### Teesalon

Für einen Teesalon wurde ein Logo entworfen, das in verschiedenen Größen verwendet wird.

a) Das Logo soll auf ein Schaufenster gemalt werden.



Die grau markierte Fläche wird durch die Graphen der Polynomfunktionen  $f$  und  $g$  begrenzt.

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts  $A$  der grau markierten Fläche auf. Verwenden Sie dabei  $f$ ,  $g$  und  $w$ .

$A =$

[0/1 P.]

---

Es gilt:

$$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x + c$$

$$g(x) = p \cdot x^3 + q \cdot x^2 + r \cdot x + s$$

2) Tragen Sie die fehlenden Zeichen („<“, „=“ oder „>“) in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$c \quad \square \quad s$$

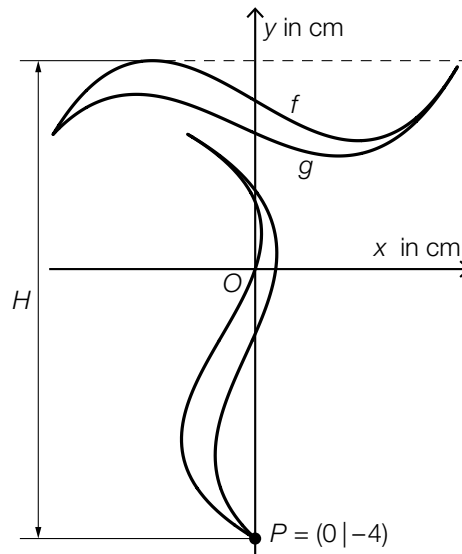
$$p \quad \square \quad 0$$

[0/1/2/1 P.]

b) Das Logo soll auf Teebecher gedruckt werden.

Es gilt:

$$f(x) = \frac{1}{12} \cdot (x^3 - 7 \cdot x + 30) \quad \text{mit} \quad -3 \leq x \leq 3$$



1) Berechnen Sie die gesamte Höhe  $H$  des Logos.

[0/1 P.]

Im Teesalon werden zylinderförmige Teebecher in zwei verschiedenen Größen – klein und groß – verwendet. Ein kleiner Teebecher hat den Radius  $r$  und die Höhe  $h$ .

Der Radius eines großen Teebechers ist um 20 % größer als der Radius  $r$  eines kleinen Teebechers.

Die Höhe eines großen Teebechers ist um 10 % größer als die Höhe  $h$  eines kleinen Teebechers.

2) Ermitteln Sie, um wie viel Prozent das Volumen eines großen Teebechers größer ist als das Volumen eines kleinen Teebechers.

[0/1 P.]

## Aufgabe 4

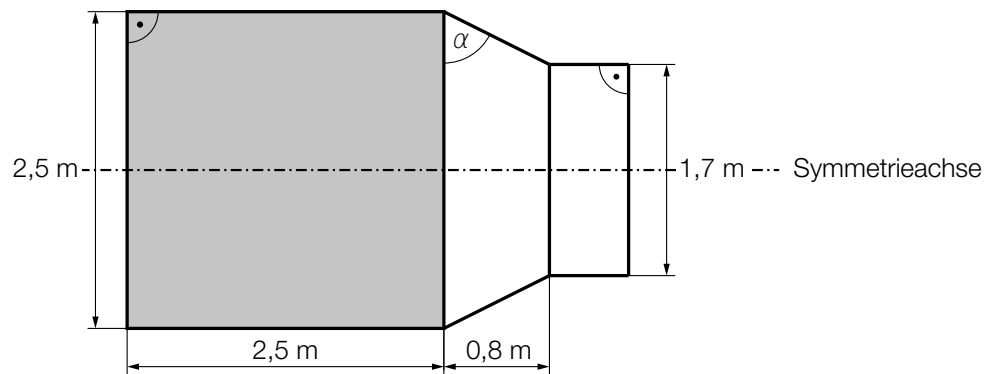
### Haunold

Das *Riesenreich Haunold* in Innichen (Südtirol) bietet zahlreiche Attraktionen für Familien mit Kindern.

- a) Der Sage nach hat der Riese Haunold jeden Tag ein Fass Wein getrunken. In der nachstehenden Abbildung ist dieses Fass in der Ansicht von der Seite dargestellt.



Bildquelle: BMB



- 1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel  $\alpha$ . [0/1 P.]

Mithilfe der Abmessungen des in der obigen Abbildung grau markierten Bereichs kann das Volumen eines Teils des Fasses berechnet werden. Dieser Teil des Fasses entspricht einem Drehzylinder mit einem Volumen von rund  $12,3 \text{ m}^3$ .

- 2) Kreuzen Sie den besten Schätzwert für das Volumen des gesamten Fasses an. [1 aus 5]  
[0/1 P.]

16,5 L	<input type="checkbox"/>
16500 m <sup>3</sup>	<input type="checkbox"/>
16,5 · 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup>	<input type="checkbox"/>
16,5 hl	<input type="checkbox"/>
16500 L	<input type="checkbox"/>

- b) Zum Spaziergang, der durch das Riesenreich führt, sind folgende Informationen auf einem Hinweisschild angegeben:

Länge des Spaziergangs	2 km
Gehzeit mit Pausen	90 min

Luca und Florin starten den Spaziergang um 9:00 Uhr. Für die erste Hälfte des Weges benötigen sie 30 min. Dann machen sie eine 30-minütige Pause. Anschließend gehen sie ohne Pause weiter. Insgesamt benötigen sie die vorgesehenen 90 min für den Spaziergang. Es wird modellhaft angenommen, dass Luca und Florin mit konstanter Geschwindigkeit gehen.

Andrea und Chris starten den Spaziergang um 9:30 Uhr. Sie machen keine Pause und gehen mit einer konstanten Geschwindigkeit von 3 km/h.

- 1) Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem die Graphen der beiden zugehörigen Weg-Zeit-Funktionen ein. [0/1½/1 P.]



## Aufgabe 5

### Fußball-WM der Frauen

- a) In der nachstehenden Tabelle sind die Zuschauerzahlen in den Stadien für jede Fußball-WM der Frauen von 1999 bis 2023 (gerundet auf Tausender) angegeben.

Jahr	1999	2003	2007	2011	2015	2019	2023
Zuschauerzahl in Millionen	1,214	0,680	1,191	0,846	1,354	1,131	1,978

- 1) Berechnen Sie die Standardabweichung der Zuschauerzahlen der obigen Tabelle.

Standardabweichung: \_\_\_\_\_ Millionen [0/1 P.]

- 2) Kreuzen Sie die auf diese Zuschauerzahlen nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5] [0/1 P.]

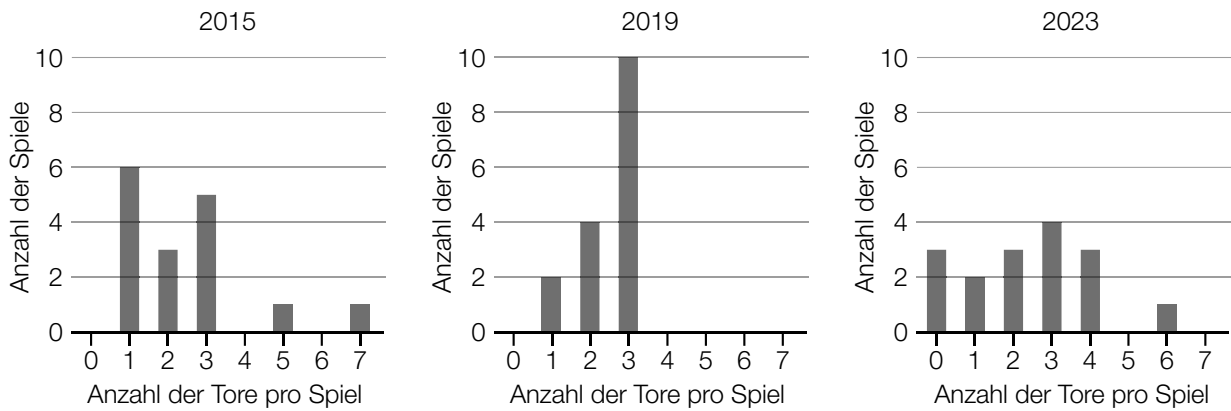
Das arithmetische Mittel beträgt mehr als 1 Million.	<input type="checkbox"/>
Der Median beträgt 1,191 Millionen.	<input type="checkbox"/>
Wird die Zuschauerzahl des Jahres 1999 weggelassen, vergrößert sich der Median.	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite beträgt mehr als 1 Million.	<input type="checkbox"/>
Wird die Zuschauerzahl des Jahres 2023 weggelassen, verkleinert sich die Spannweite.	<input type="checkbox"/>

- b) Die Preisgelder für die ersten drei Plätze bei der Fußball-WM der Frauen 2023 betragen insgesamt 24,75 Millionen US-Dollar. Das Preisgeld  $x$  für den 1. Platz war um 40 % höher als das Preisgeld  $y$  für den 2. Platz. Das Preisgeld  $y$  für den 2. Platz war um 750.000 US-Dollar höher als das Preisgeld  $z$  für den 3. Platz.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Preisgelder für die ersten drei Plätze. [0/½/1 P.]

c) Seit dem Jahr 2015 besteht die Finalrunde einer Fußball-WM der Frauen aus 16 Spielen.

In den nachstehenden Säulendiagrammen ist für die Finalrunden der Fußball-WM der Frauen der Jahre 2015, 2019 und 2023 die jeweilige Anzahl der erzielten Tore pro Spiel (ohne Elfmeterschießen) dargestellt.



1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. [0/1 P.]

Für die Finalrunde der Fußball-WM der Frauen des Jahres           <sup>①</sup> gilt:  
          <sup>②</sup>

①	
2015	<input type="checkbox"/>
2019	<input type="checkbox"/>
2023	<input type="checkbox"/>

②	
Das 1. Quartil beträgt 2 Tore pro Spiel.	<input type="checkbox"/>
Bei weniger als 25 % der Spiele sind genau 3 Tore pro Spiel gefallen.	<input type="checkbox"/>
Die relative Häufigkeit der Spiele mit höchstens 1 Tor beträgt $\frac{5}{8}$ .	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 6

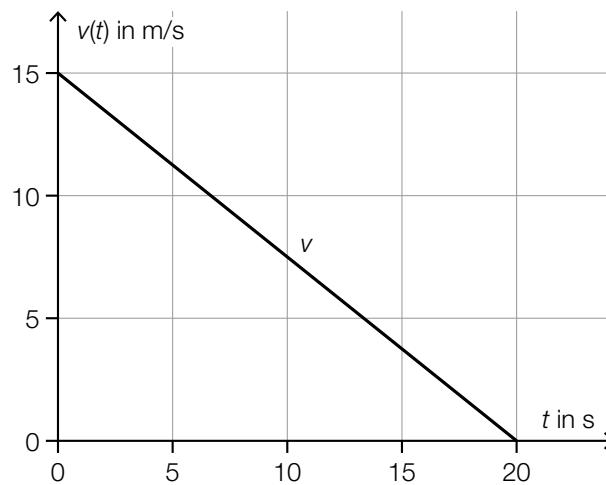
### Autobus

- a) Ein bestimmter Autobus bremst ab und verringert dabei seine Geschwindigkeit bis zum Stillstand.

Die Geschwindigkeit bei diesem Bremsvorgang in Abhängigkeit von der Zeit kann durch die lineare Funktion  $v$  modelliert werden (siehe nachstehende Abbildung).

$t$  ... Zeit in s mit  $t = 0$  für den Beginn des Bremsvorgangs

$v(t)$  ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt  $t$  in m/s

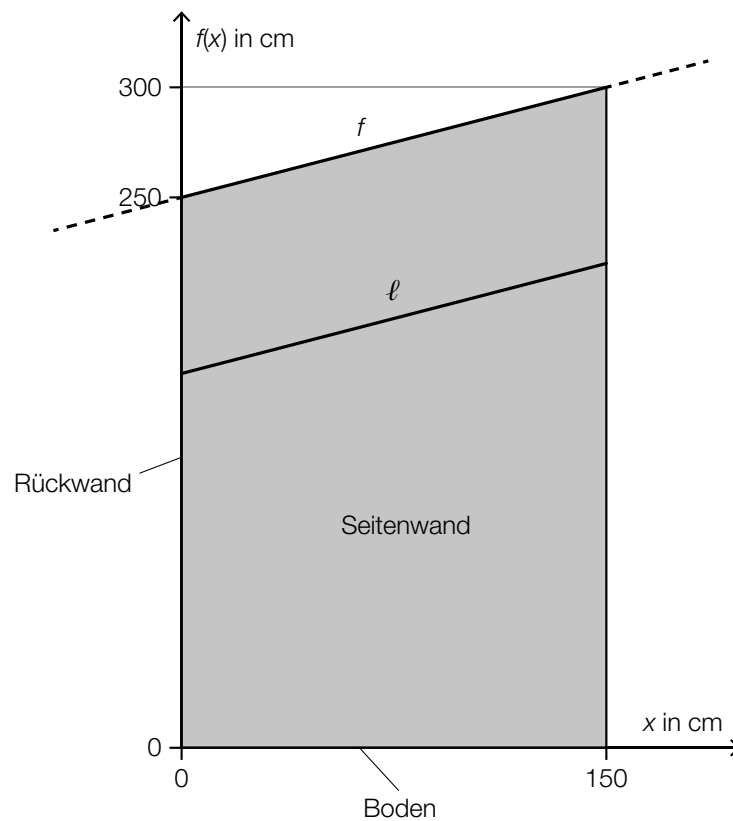


- 1) Kreuzen Sie die auf diesen Bremsvorgang nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5] [0/1 P.]

Die Beschleunigung ist während des gesamten Bremsvorgangs negativ.	<input type="checkbox"/>
Die Geschwindigkeit nimmt alle 5 s um den gleichen Wert ab.	<input type="checkbox"/>
Die Beschleunigung-Zeit-Funktion ist eine konstante Funktion.	<input type="checkbox"/>
Der Autobus legt alle 5 s eine gleich lange Strecke zurück.	<input type="checkbox"/>
Der Graph der zugehörigen Weg-Zeit-Funktion ist Teil einer nach unten geöffneten Parabel.	<input type="checkbox"/>

- 2) Berechnen Sie die Länge desjenigen Weges, den der Autobus vom Beginn des Bremsvorgangs bis zum Stillstand zurücklegt. [0/1 P.]

- b) In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenwand eines bestimmten Wartehäuschens bei einer Bushaltestelle modellhaft dargestellt.



Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der linearen Funktion  $f$  beschrieben werden.

$x$  ... Entfernung von der Rückwand in cm

$f(x)$  ... Höhe über dem Boden in der Entfernung  $x$  in cm

- 1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion  $f$  auf.

$$f(x) = \underline{\hspace{10cm}}$$

[0/1 P.]

Eine Strebe wird zur zusätzlichen Stabilisierung montiert. Die Strebe  $\ell$  verläuft parallel zur oberen Begrenzungslinie.

- 2) Berechnen Sie die Länge der Strebe  $\ell$ .

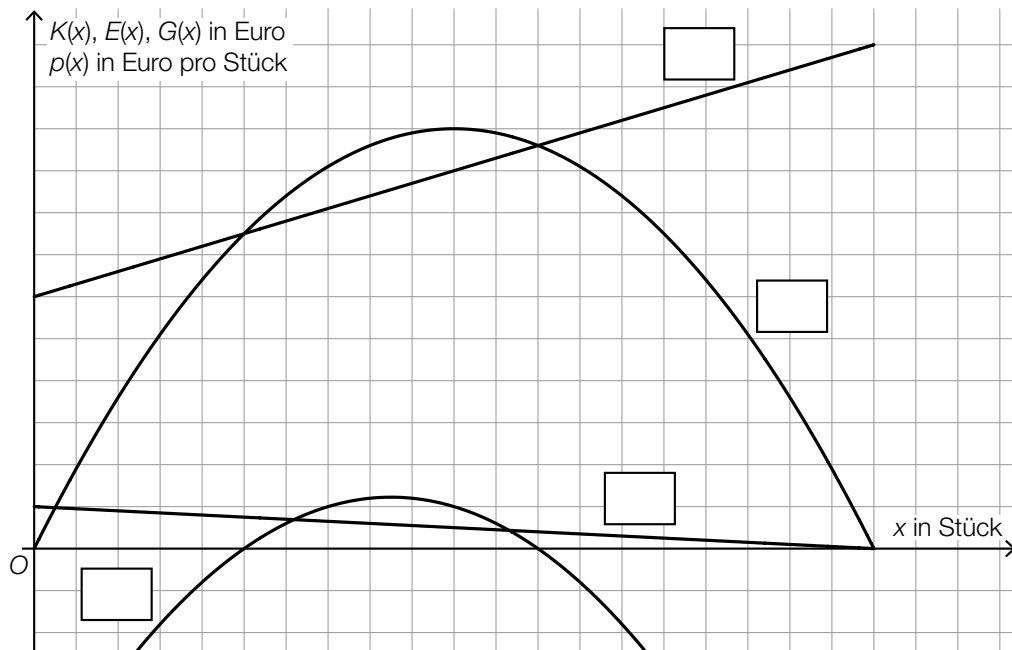
[0/1 P.]

## Aufgabe 7 (Teil B)

### Waschmaschinen

Ein Unternehmen produziert und verkauft Waschmaschinen.

- a) In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Kostenfunktion  $K$ , der Erlösfunktion  $E$ , der Gewinnfunktion  $G$  sowie der Preisfunktion der Nachfrage  $p$  für ein bestimmtes Waschmaschinenmodell dargestellt.



- 1) Tragen Sie in der obigen Abbildung die Bezeichnungen  $K$ ,  $E$ ,  $G$  und  $p$  jeweils in das dafür vorgesehene Kästchen ein. [0/1 P.]
- 2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Cournot'schen Punkt  $C$ . [0/1 P.]

b) Für ein anderes Waschmaschinenmodell wurde die Kostenfunktion  $K$  ermittelt:

$$K(x) = x^3 - 55 \cdot x^2 + 1\,100 \cdot x + 1\,000$$

$x$  ... Menge der Waschmaschinen in Stück

$K(x)$  ... Kosten bei der Menge  $x$  in Euro

Das Unternehmen verkauft diese Waschmaschinen zum Preis von 500 Euro pro Stück.

1) Berechnen Sie den Gewinn bei 24 verkauften Waschmaschinen.

[0/1 P.]

Zur Berechnung des Break-even-Points und des Betriebsoptimums werden die entsprechenden Gleichungen aufgestellt.

2) Ordnen Sie den beiden gesuchten Kennzahlen jeweils die richtige Gleichung aus A bis D zu.

[0/1/2/1 P.]

Break-even-Point	<input type="checkbox"/>
Betriebsoptimum	<input type="checkbox"/>

A	$3 \cdot x^2 - 110 \cdot x + 1\,100 = 0$
B	$6 \cdot x - 110 = 0$
C	$500 \cdot x - (x^3 - 55 \cdot x^2 + 1\,100 \cdot x + 1\,000) = 0$
D	$2 \cdot x - 55 - \frac{1\,000}{x^2} = 0$

Das Unternehmen produziert auch Wäschetrockner. Für ein bestimmtes Modell sind folgende Daten bekannt:

Menge in Stück	0	10	15
Kosten in Euro	1 000	5 000	8 500

Aus den gegebenen Daten soll eine Kostenfunktion der Form  $K_1(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$  mit  $a, b, c, d \neq 0$  aufgestellt werden.

3) Begründen Sie, warum die Funktion  $K_1$  aus den gegebenen Daten nicht eindeutig aufgestellt werden kann.

[0/1 P.]

c) Für eine bestimmte Waschmaschine kann der Wasserverbrauch pro Waschgang durch die normalverteilte Zufallsvariable  $X$  mit dem Erwartungswert  $\mu = 50$  L und der Standardabweichung  $\sigma$  modelliert werden.

Die Wahrscheinlichkeit, dass pro Waschgang zwischen 40 L und 55 L Wasser verbraucht werden, beträgt 80 %.

1) Ermitteln Sie  $\sigma$ .

[0/1 P.]

## Aufgabe 8 (Teil B)

### Pensionskasse

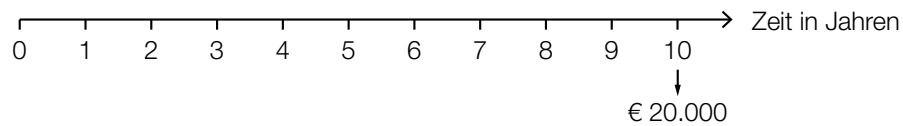
Eine Pensionskasse veranlagt die Einzahlungen ihrer Kundinnen und Kunden und zahlt nach der Pensionierung das angesparte Kapital als Rente aus.

- a) Bea möchte in den nächsten 10 Jahren bei einer Pensionskasse bei einem Jahreszinssatz von 2 % ein Kapital in Höhe von € 20.000 ansparen. Sie soll dafür drei Einzahlungen leisten.

Für diese drei Einzahlungen gilt folgende Gleichung:

$$10000 \cdot 1,02^{10} + Z \cdot 1,02^7 + Z \cdot 1,02^4 = 20000$$

- 1) Veranschaulichen Sie die drei Einzahlungen auf der nachstehenden Zeitachse. [0/1 P.]



- 2) Berechnen Sie  $Z$ . [0/1 P.]

b) Anton möchte in den nächsten 40 Jahren bei einer Pensionskasse ansparen. Für diesen Zeitraum wird der Zinssatz als positiv und konstant angenommen.

Er überlegt mehrere Ansparvarianten, bei denen er 40 Jahre lang jährlich den Betrag  $R$  oder 20 Jahre lang jährlich den doppelten Betrag  $2 \cdot R$  einzahlt.

1) Kreuzen Sie diejenige Ansparvariante an, die nach 40 Jahren den höchsten Endwert ergibt. [1 aus 5] [0/1 P.]

<p style="text-align: right; margin-bottom: 0;">Zeit in Jahren</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right; margin-bottom: 0;">Zeit in Jahren</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right; margin-bottom: 0;">Zeit in Jahren</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right; margin-bottom: 0;">Zeit in Jahren</p>	<input type="checkbox"/>
<p style="text-align: right; margin-bottom: 0;">Zeit in Jahren</p>	<input type="checkbox"/>

c) Die Pensionskasse verspricht einen Zinssatz von 2 % p. a.

1) Ermitteln Sie den äquivalenten Monatszinssatz.

[0/1 P.]

Chris möchte in 30 Jahren die Pension antreten. Während dieser 30 Jahre will er jeweils am Anfang jedes Monats € 100 in die Pensionskasse einzahlen.

Die Pensionskasse ermittelt für das Ende der 30 Jahre ein angespartes Kapital in Höhe von rund € 49.210.

2) Zeigen Sie, dass der Zinssatz tatsächlich rund 2 % p. a. beträgt.

[0/1 P.]

Chris möchte sich das angesparte Kapital in Höhe von € 49.210 in monatlich vorschüssigen Raten auszahlen lassen. Die Höhe dieser Raten gibt die Pensionskasse bei einem Zinssatz von 2 % p. a. mit € 207,80 an.

3) Ermitteln Sie die Anzahl der Vollraten.

[0/1 P.]

## Aufgabe 9 (Teil B)

### Aktienfonds

Aktienfonds investieren in ein Bündel von Aktien.

- a) Der Kurs des Aktienfonds A wird für einen Zeitraum von 5 Jahren untersucht. Dabei wird der Kurs zu Beginn des Beobachtungszeitraums mit 100 % festgelegt.

Zeit in Jahren	0	1	2	3	4	5
Kurs des Aktienfonds in Prozent	100	98,2	105,7	111,2	123,8	145,5

Die zeitliche Entwicklung des Kurses dieses Aktienfonds soll näherungsweise durch die quadratische Funktion  $f$  beschrieben werden.

$t$  ... Zeit in Jahren mit  $t = 0$  für den Beginn des Beobachtungszeitraums

$f(t)$  ... Kurs des Aktienfonds zur Zeit  $t$  in Prozent

- 1) Stellen Sie mithilfe der Regressionsrechnung eine Gleichung der quadratischen Funktion  $f$  auf.

$f(t) =$  \_\_\_\_\_ [0/1 P.]

Die Differenz zwischen dem tatsächlichen Kurs und dem zugehörigen Wert der Regressionsfunktion wird als „Fehler“ bezeichnet. Bei der Regression wird mit den Quadraten der Fehler gerechnet.

- 2) Berechnen Sie das Quadrat des Fehlers zum Zeitpunkt  $t = 2$ . [0/1 P.]

- b) Der Kurs des Aktienfonds B wird für die letzten 3 Jahre untersucht.

Zeit in Jahren	1	2	3
prozentuelle Änderung des Kurses des Aktienfonds gegenüber dem Vorjahr	$p_1 \%$	$p_2 \%$	$p_3 \%$

Es soll für diesen Zeitraum die mittlere jährliche prozentuelle Änderung des Kurses ermittelt werden.

- 1) Kreuzen Sie die auf jeden Fall zutreffende Formel an. [1 aus 5]

[0/1 P.]

$\frac{\frac{p_1}{100} + \frac{p_2}{100} + \frac{p_3}{100}}{3}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_3}{100}\right)}{3} - 1$	<input type="checkbox"/>
$\sqrt[3]{\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_3}{100}\right)} - 1$	<input type="checkbox"/>
$\sqrt[3]{\frac{p_1}{100} \cdot \frac{p_2}{100} \cdot \frac{p_3}{100}}$	<input type="checkbox"/>
$\left(1 + \frac{p_1}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_2}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p_3}{100}\right) - 1$	<input type="checkbox"/>

- c) Eine Bank untersucht, mit welcher Wahrscheinlichkeit ihre Kundinnen und Kunden in die nachhaltigen Aktienfonds *Go Green Globally (G)* und *Energy Equality (E)* investieren. In der nachstehenden Vierfeldertafel sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten angegeben.

	$E$	$\bar{E}$
$G$	$p_1$	$p_2$
$\bar{G}$	$p_3$	$p_4$

- 1) Ergänzen Sie mithilfe der Wahrscheinlichkeiten in der Vierfeldertafel den Zähler und den Nenner in der nachstehenden Formel zur Berechnung der bedingten Wahrscheinlichkeit.

$$P(G|E) = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{\boxed{\phantom{000}}}$$

[0/1 P.]

d) Ein Unternehmen überlegt, ob es eine Investition in eine zusätzliche Lagerhalle tätigen soll.

Die Anschaffungskosten für die Lagerhalle betragen € 240.000.

Über die gesamte Nutzungsdauer von 5 Jahren sind jährliche Rückflüsse in Höhe von jeweils € 50.000 zu erwarten.

Zusätzlich ist am Ende der Nutzungsdauer ein Liquidationserlös in Höhe von € 30.000 zu erwarten.

Die Rückflüsse können in einem Aktienfonds mit 5,5 % p. a. wiederveranlagt werden.

- 1) Berechnen Sie den Endwert der wiederveranlagten Rückflüsse inklusive Liquidationserlös. *[0/1 P.]*
- 2) Berechnen Sie den modifizierten internen Zinssatz. *[0/1 P.]*

