Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

13. Jänner 2026

Mathematik

Bundesministerium
Bildung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

- den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Zahlenmengen

Im Folgenden sind vier Zahlenmengen und sechs Zahlen angegeben.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Zahlenmengen jeweils diejenige Zahl aus A bis F zu, die in dieser Zahlenmenge enthalten ist.

$\mathbb{N}$	☐
$\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$	☐
$\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$	☐
$\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$	☐

A	$\sqrt{7}$
B	$\frac{\pi}{4}$
C	$\frac{20}{5}$
D	$-\sqrt{169}$
E	$2 \cdot i$
F	$1{,}\dot{4}$

[0 / ½ / 1 P.]

Aufgabe 2

Küchenaktion

Im Rahmen einer Küchenaktion verringert ein Möbelhaus den Nettopreis N einer bestimmten Einbauküche um 25 %.
Der Verkaufspreis P setzt sich aus dem verringerten Nettopreis und einer Mehrwertsteuer von 20 % auf diesen verringerten Nettopreis zusammen.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie mithilfe von P eine Formel zur Berechnung von N auf.

$N =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Lineares Gleichungssystem mit unendlich vielen Lösungen

Gegeben ist das nachstehende lineare Gleichungssystem in den Variablen x und y mit $a, c \in \mathbb{R}$.

$$a \cdot x + 4 \cdot y = 8$$
$$7 \cdot x - 2 \cdot y = c$$

Das Gleichungssystem hat unendlich viele reelle Lösungen.

Aufgabenstellung:

Geben Sie a und c an.

a = ______________________

c = ______________________

[0/1 P.]

Aufgabe 4

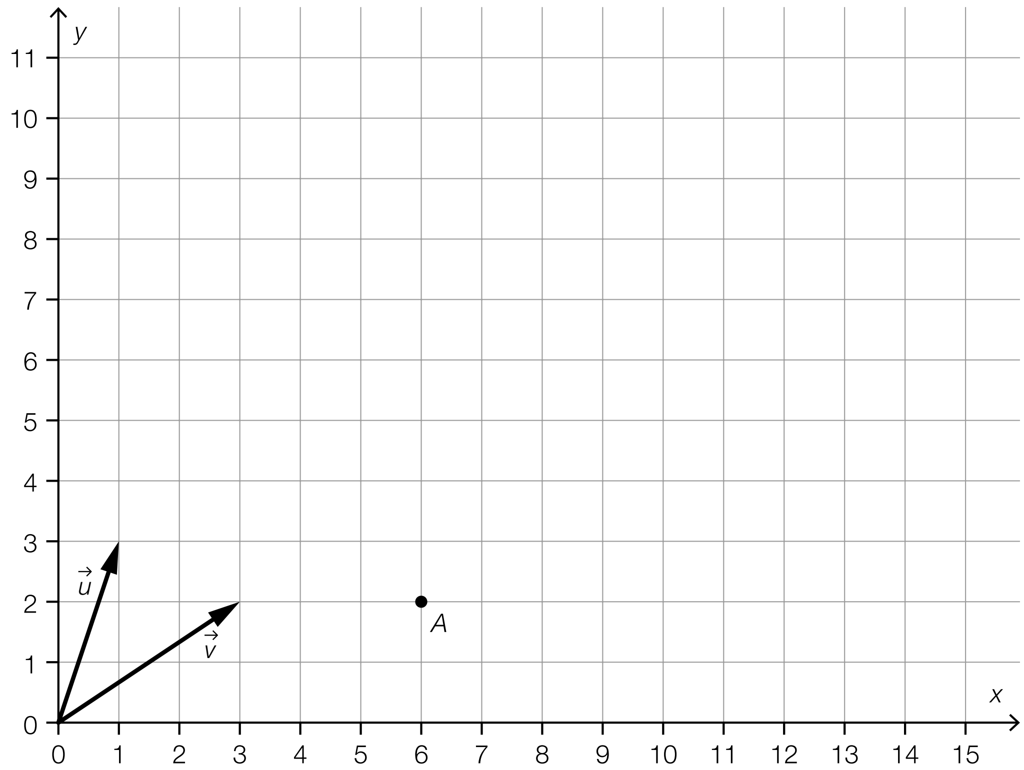
Vektoren in der Ebene

In der unten stehenden Abbildung sind die Vektoren $\vec{u}$ und $\vec{v}$ mit $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^2$ sowie der Punkt A dargestellt.

Es gilt: $\vec{w} = 3 \cdot \vec{u} - 2 \cdot \vec{v}$

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Vektor $\vec{w}$ ausgehend vom Punkt A ein.



[0/1 P.]

Aufgabe 5

Lagebeziehung von Geraden

Gegeben sind Parameterdarstellungen der Geraden g und h.

$g: X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$

$h: X = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$

Aufgabenstellung:

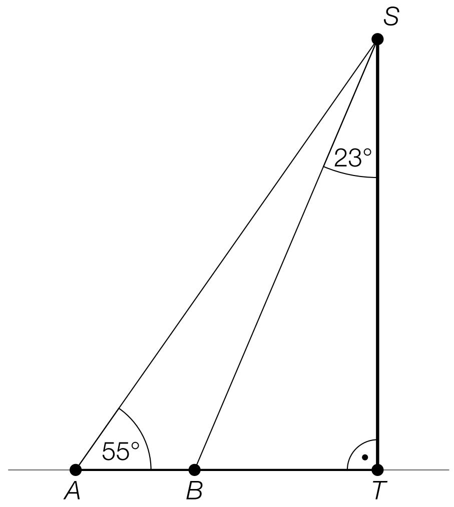
Begründen Sie mathematisch, warum g und h parallel, aber nicht identisch sind.

[0/1 P.]

Aufgabe 6

Sendemast

Die Punkte *A*, *B* und *T* liegen in einer horizontalen Ebene auf einer Geraden. Im Punkt *T* steht ein Sendemast mit der Spitze *S*. Die Spitze *S* ist unter anderem durch straff gespannte Seile mit den Punkten *A* und *B* verbunden. Die Seile werden durch die Strecken *AS* und *BS* modelliert. (Siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung.)



Die Strecke mit der Länge *x* kann mithilfe der nachstehenden Formel berechnet werden.

$\overline{AT} \cdot \tan(55°) = x \cdot \cos(23°)$

Aufgabenstellung:

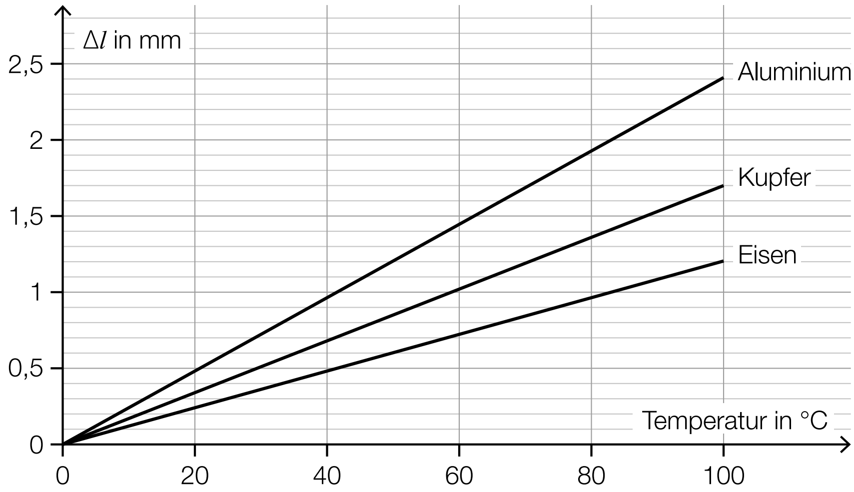
Markieren Sie die Strecke *x* in der obigen Abbildung.

[0/1 P.]

Aufgabe 7

Längenausdehnung

Stäbe aus verschiedenen Materialien, die bei einer Temperatur von 0 °C jeweils eine Länge von 1 m haben, werden von 0 °C auf 100 °C erwärmt. Dabei vergrößert sich die Länge der Stäbe (Längenausdehnung).
Die nachstehende Abbildung zeigt modellhaft diese Längenausdehnung Δl in mm.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Der Stab aus Aluminium dehnt sich bei einer Erwärmung von 20 °C auf 100 °C um rund 1,9 mm aus.	☐
Der Stab aus Eisen dehnt sich bei einer Erwärmung von 0 °C auf 100 °C auf eine Länge von rund 1,2 m aus.	☐
Werden der Stab aus Kupfer und der Stab aus Eisen von 0 °C auf 40 °C erwärmt, so ist bei dieser Erwärmung die Längenausdehnung des Stabs aus Kupfer doppelt so groß wie die Längenausdehnung des Stabs aus Eisen.	☐
Der Stab aus Aluminium dehnt sich bei einer Erwärmung um 10 °C um rund 0,24 mm aus.	☐
Werden der Stab aus Aluminium und der Stab aus Eisen von 0 °C auf 100 °C erwärmt, so ist der Stab aus Aluminium nach der Erwärmung doppelt so lang wie der Stab aus Eisen.	☐

[0/1 P.]

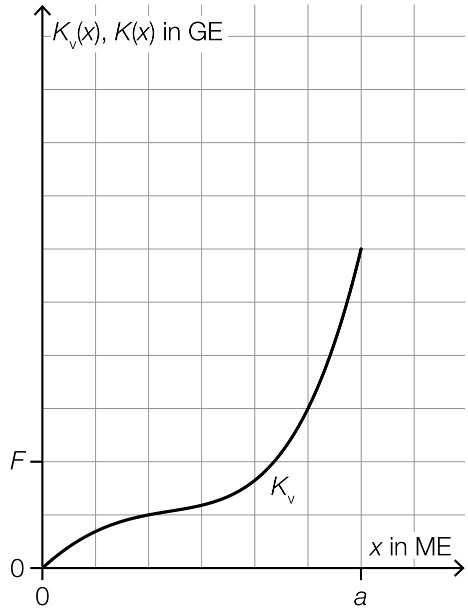
Aufgabe 8

Kostenfunktion

Gegeben ist die Kostenfunktion K: $[0; a] \to \mathbb{R}^+$ mit $K(x) = K_v(x) + F$.

x ... produzierte Menge in ME
$K(x)$ ... Gesamtkosten für die produzierte Menge x in GE
$K_v(x)$ ... variable Kosten für die produzierte Menge x in GE
F ... Fixkosten in GE

In der nachstehenden Abbildung sind F und der Graph von K_v dargestellt.



Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie in der obigen Abbildung den Graphen der Kostenfunktion K im Intervall $[0; a]$.

[0/1 P.]

Aufgabe 9

Erdgas

Die Kosten eines Haushalts für den Verbrauch von Erdgas setzen sich aus einer Grundgebühr und einem Geldbetrag für die Anzahl der verbrauchten Kilowattstunden (kWh) zusammen. Pro verbrauchter kWh ist jeweils der gleiche Geldbetrag zu zahlen.

In der nachstehenden Tabelle sind die jährlichen Kosten für zwei verschiedene Verbrauchswerte angegeben.

Verbrauch (in kWh)	jährliche Kosten (in Euro)
12 500	598
15 000	708

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Grundgebühr (in Euro) und den Geldbetrag pro verbrauchter kWh (in Cent) an.

Grundgebühr: ____ Euro

Geldbetrag pro verbrauchter kWh: ____ Cent

[0/1 P.]

Aufgabe 10

Weintank

Ein bestimmter Weintank wird ausgepumpt.

Die Funktion $D: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ ordnet der konstanten Auspumprate v die Dauer $D(v)$, die für das vollständige Auspumpen dieses Weintanks benötigt wird, zu (v in L/h, $D(v)$ in h).

Bei der Auspumprate $v = 200$ L/h werden 10 h für das vollständige Auspumpen dieses Weintanks benötigt.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Funktion D beschreibt ___①___ Proportionalität und es gilt: ___②___.

①	
eine direkte	☐
keine	☐
eine indirekte	☐

②	
$D(v) = \frac{2000}{v}$	☐
$D(v) = \frac{1}{2000 + v}$	☐
$D(v) = 2000 \cdot v$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Wirkstoff

Lisa nimmt eine Tablette mit einem bestimmten Wirkstoff ein. Es wird angenommen, dass der Wirkstoff in Lisas Körper ab Beobachtungsbeginn exponentiell abgebaut wird.

Die Menge dieses Wirkstoffs in Lisas Körper in Abhängigkeit von der Zeit t kann modellhaft durch die Funktion d beschrieben werden.

Es gilt:

$d(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $\lambda \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$

t ... Zeit in h mit $t = 0$ für den Beobachtungsbeginn

$d(t)$ ... Menge des Wirkstoffs in Lisas Körper zum Zeitpunkt t in Mikrogramm

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Es gilt ______①______ und ______②______.

①	
$a < 0$	☐
$a = 0$	☐
$a > 0$	☐

②	
$\lambda < 0$	☐
$\lambda \in (0; 1)$	☐
$\lambda > 1$	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 12

Sinusfunktion

Gegeben ist eine Sinusfunktion f mit $f(x) = 5 \cdot \sin(b \cdot x)$ mit $b \in \mathbb{R}^+$. Die (kleinste) Periodenlänge von f wird mit T bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Funktionswert $f\left(\frac{3 \cdot T}{4}\right)$.

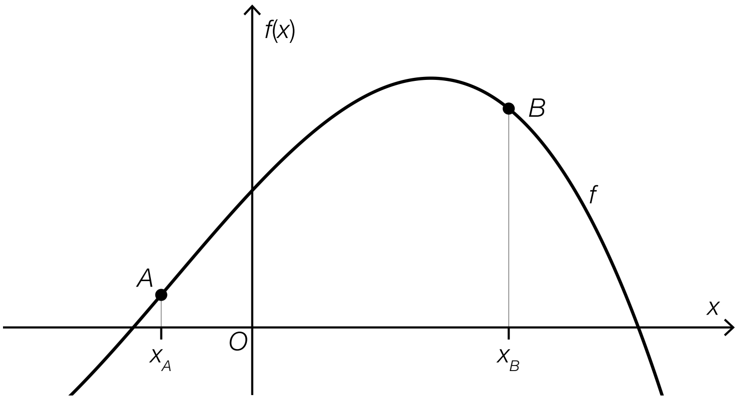
$f\left(\frac{3 \cdot T}{4}\right) =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 13

Differenzen- und Differenzialquotient

Gegeben sind der Graph einer Polynomfunktion f sowie die Punkte $A = (x_A \mid f(x_A))$ und $B = (x_B \mid f(x_B))$.



Für den Punkt $P = (x_P \mid f(x_P))$ gilt: $f'(x_P) = \frac{f(x_B) - f(x_A)}{x_B - x_A}$

Aufgabenstellung:

Markieren Sie in der obigen Abbildung den Punkt P.

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Temperaturverlauf

An einem bestimmten Tag wurde bei einer Messstation von 0 Uhr bis 24 Uhr die Temperatur der Luft gemessen.

Der Temperaturverlauf im Zeitraum von 0 Uhr bis 24 Uhr kann durch die Funktion T modelliert werden.

t … Zeit in h mit $t = 0$ für 0 Uhr
$T(t)$ … Temperatur zum Zeitpunkt t in °C

Um 12 Uhr war die Temperatur um 9 °C höher als um 0 Uhr.
Der Differenzenquotient von T im gesamten Zeitintervall [0 h; 24 h] betrug 0,1 °C/h.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Differenzenquotienten von T für das Zeitintervall [12 h; 24 h].

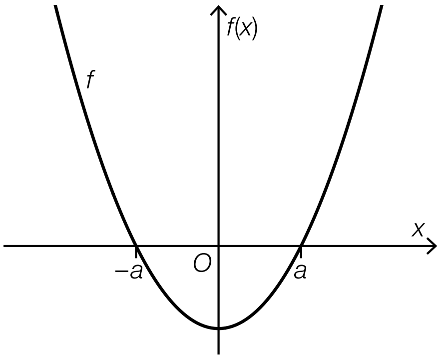
_____________ °C/h

[0 / 1 P.]

Aufgabe 15

Stammfunktion

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer quadratischen Funktion *f* dargestellt.



Die Funktion *F* ist eine Stammfunktion von *f*.

Im dargestellten Bereich liegen genau eine Maximumstelle x_{max} und genau eine Wendestelle x_W der Funktion *F*.

Aufgabenstellung:

Geben Sie x_{max} und x_W an.

x_{max} = ___________

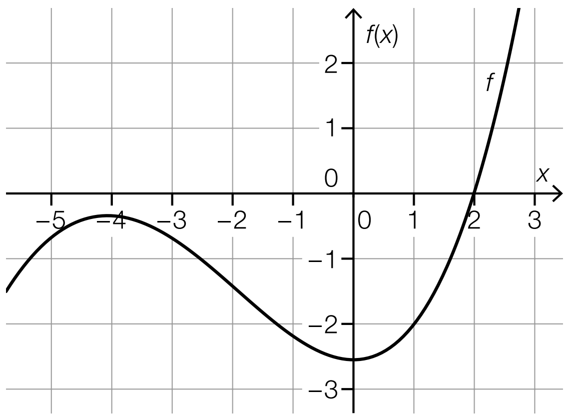
x_W = ___________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 16

Ableitungen

Nachstehend ist ein Ausschnitt des Graphen der Polynomfunktion *f* dargestellt.



Die unten angeführten Aussagen betreffen Werte der 1. und 2. Ableitung von *f*.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Für alle x aus dem Intervall $[-5; -3]$ ist $f'(x)$ negativ.	☐
Für alle x aus dem Intervall $[-5; -3]$ ist $f''(x)$ negativ.	☐
Es gibt ein x aus dem Intervall $[-1; 1]$, für das $f'(x) = 0$ gilt.	☐
Es gibt ein x aus dem Intervall $[-1; 1]$, für das $f''(x) = 0$ gilt.	☐
$f'(1)$ ist negativ.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 17

Abschätzung eines bestimmten Integrals

Nachstehend ist eine Wertetabelle der Polynomfunktion f gegeben.

x	$f(x)$
0	1
1	3
2	5
3	8
4	9
5	11

Im Intervall $[0; 5]$ ist f streng monoton steigend.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$0 < \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 5$	☐
$\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 5 \cdot f(5)$	☐
$3 \cdot f(3) + 2 \cdot f(5) < \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$1 < \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x < 11$	☐
$1 \cdot \big(f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4)\big) < \int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 18

Zurückgelegter Weg

Die Geschwindigkeit eines bestimmten Fahrzeugs wird durch die Funktion v modelliert.

Es gilt:

$v(t) = 0{,}0008 \cdot t^3 - 0{,}108 \cdot t^2 + 2{,}7 \cdot t \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 33$

t ... Zeit in s
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in m/s

Nach 15 s erreicht das Fahrzeug seine Höchstgeschwindigkeit.

Aufgabenstellung:

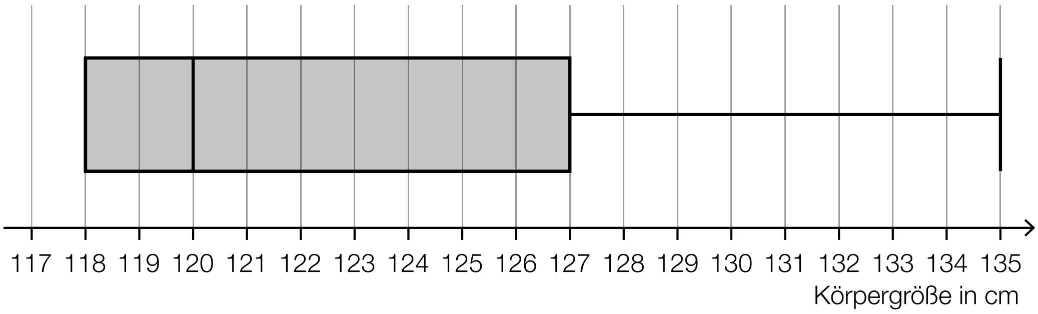
Berechnen Sie die Länge des Weges, den das Fahrzeug bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit zurückgelegt hat, in Metern.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 19

Körpergröße

Von 200 Kindern wurden die Körpergrößen auf Zentimeter genau ermittelt. Die ermittelten Messdaten sind im nachstehenden Boxplot dargestellt.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen. *[2 aus 5]*

Mindestens 25 % der Kinder haben eine ermittelte Körpergröße von genau 118 cm.	☐
Mindestens 75 % der Kinder haben eine ermittelte Körpergröße von höchstens 127 cm.	☐
Mindestens 75 % der Kinder haben eine ermittelte Körpergröße von mindestens 120 cm.	☐
Es gibt genau ein Kind, das eine ermittelte Körpergröße von 135 cm hat.	☐
Es gibt Kinder, die eine ermittelte Körpergröße von genau 125 cm haben.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 20

Statistische Kennzahlen

Gegeben ist eine geordnete Datenliste mit 6 Zahlen ($n > 3$).

n	$n + 1$	$n + 2$	$n + 3$	$2 \cdot n$	$3 \cdot n$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen der jeweils zutreffenden Satzteile so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Das arithmetische Mittel der Datenliste beträgt ___①___; die Spannweite der Datenliste beträgt ___②___.

①	
$9 \cdot n + 6$	☐
$\frac{9 \cdot n}{6}$	☐
$\frac{9 \cdot n + 6}{6}$	☐

②	
n	☐
$2 \cdot n$	☐
$3 \cdot n$	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 21

Vogelzählung

In einem bestimmten Gebiet wird von einer Tierschutzorganisation eine Vogelzählung durchgeführt.

Die bis zu einem bestimmten Zeitpunkt erhobenen Ergebnisse dieser Vogelzählung sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Vogelart	Anzahl
Kohlmeise	17427
Amsel	9958
sonstige Vögel	83580

Mithilfe der in der obigen Tabelle angegebenen Werte wird der Schätzwert p für die Wahrscheinlichkeit ermittelt, dass der nächste gesichtete Vogel eine Kohlmeise ist.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie p.

p = ____

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Brettspiel

Lisa spielt gegen Peter ein bestimmtes Brettspiel, bei dem man entweder gewinnt oder verliert. Erfahrungsgemäß gewinnt Lisa jede Partie unabhängig von den anderen Partien mit einer Wahrscheinlichkeit von 60 %.

An einem bestimmten Tag spielt Lisa n Partien dieses Brettspiels gegen Peter ($n > 2$).

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils das mit dieser Wahrscheinlichkeit eintretende Ereignis aus A bis F zu.

$1 - 0{,}6^n$	☐
$1 - 0{,}4^n$	☐
$n \cdot 0{,}6^{n-1} \cdot 0{,}4 + 0{,}6^n$	☐
$0{,}4^n$	☐

A	Lisa gewinnt alle Partien.
B	Lisa verliert alle Partien.
C	Lisa gewinnt mindestens 1 Partie.
D	Lisa verliert höchstens 1 Partie.
E	Lisa gewinnt höchstens 1 Partie.
F	Lisa verliert mindestens 1 Partie.

[0/½/1 P.]

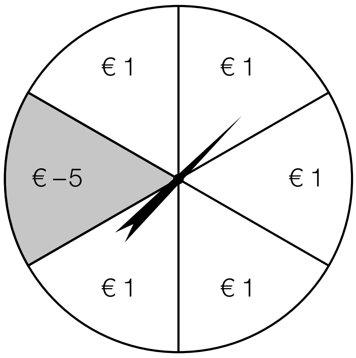
Aufgabe 23

Glücksrad

In der Mitte des unten abgebildeten Glücksrads ist ein drehbarer Zeiger montiert. Für jede Drehung des Zeigers gilt:

- Der Zeiger bleibt in jedem Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{6}$ stehen.
- Man gewinnt € 1, wenn der Zeiger nach dem Drehen in einem weißen Sektor stehen bleibt.
- Man verliert € 5, wenn der Zeiger nach dem Drehen im grauen Sektor stehen bleibt.

Die möglichen Gewinne bei 1-maligem Drehen sind im nachstehend abgebildeten Glücksrad dargestellt.



Der Zeiger wird 2-mal gedreht. Die beiden Drehungen sind unabhängig voneinander. Die Zufallsvariable X gibt den gesamten Gewinn bei diesen beiden Drehungen an.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Die Menge ___①___ besteht ausschließlich aus allen möglichen Werten, die die Zufallsvariable X annehmen kann; für den Erwartungswert $E(X)$ gilt: ___②___.

①	
{–10; –4; 2}	☐
{–10; –5; –4; 1; 2}	☐
{–10; 2}	☐

②	
$E(X) = 0$	☐
$E(X) < 0$	☐
$E(X) > 0$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 24

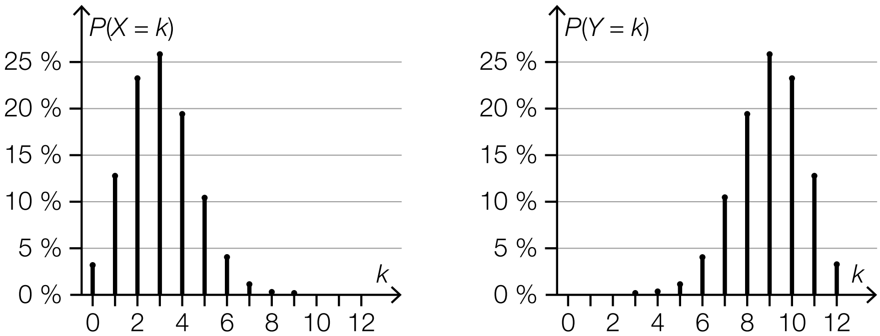
Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Gegeben sind die zwei binomialverteilten Zufallsvariablen X und Y.

Die unten stehenden Abbildungen zeigen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und Y. Zu jedem Wert von X gibt es einen Wert von Y, der die gleiche Wahrscheinlichkeit hat wie X, und umgekehrt.

Es gilt:

$P(X = k) = P(Y = 12 - k)$ für alle $k = 0, 1, 2, \ldots, 12$



Der Erwartungswert von X wird mit $E(X)$ und die Standardabweichung von X mit $\sigma(X)$ bezeichnet.
Der Erwartungswert von Y wird mit $E(Y)$ und die Standardabweichung von Y mit $\sigma(Y)$ bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Bei den beiden binomialverteilten Zufallsvariablen gilt für die Erwartungswerte ___①___ und für die Standardabweichungen ___②___.

①	
$E(X) < E(Y)$	☐
$E(X) = E(Y)$	☐
$E(X) > E(Y)$	☐

②	
$\sigma(X) < \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) = \sigma(Y)$	☐
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Hallenbad

Ein neues Hallenbad wurde eröffnet.

Aufgabenstellung:

a) In diesem Hallenbad werden nur Tageskarten und Abendkarten für Erwachsene sowie Kinder verkauft.

Die Tageskarte für Erwachsene kostet p Euro.
Die Abendkarte für Erwachsene kostet um 30 % weniger als die Tageskarte für Erwachsene.

Die Tages- bzw. Abendkarte für Kinder kostet jeweils nur 60 % der Tages- bzw. Abendkarte für Erwachsene.

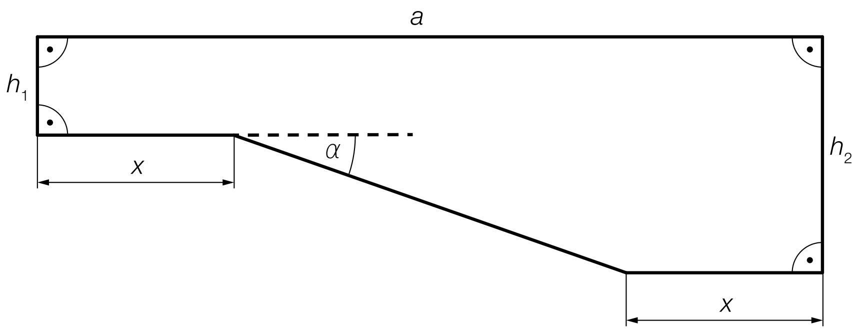
In der nachstehenden Tabelle sind die Anzahlen der an einem bestimmten Tag verkauften Tageskarten und Abendkarten angegeben.

	Anzahl der Tageskarten	Anzahl der Abendkarten
Erwachsene	e_1	e_2
Kinder	k_1	k_2

1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der Einnahmen E des Hallenbads an diesem Tag auf. Verwenden Sie dabei e_1, e_2, k_1, k_2 und p.

E = ______________________________ *[0/1 P.]*

b) In der nachstehenden Abbildung ist der Querschnitt des Schwimmbeckens im neuen Hallenbad modellhaft dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.
Verwenden Sie dabei a, x, h_1 und h_2.

α = ________________________ [0/1 P.]

Das leere Schwimmbecken wird mit Wasser befüllt. Der Wasserstand nach 3 Stunden beträgt W_3, der Wasserstand nach 7 Stunden beträgt W_7 (W_3, W_7 in cm).

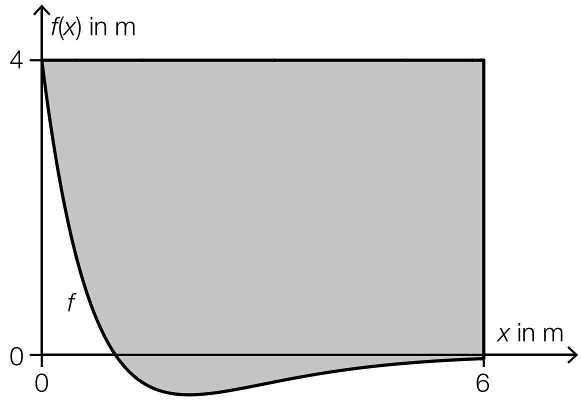
2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass in jedem Fall eine richtige Aussage entsteht. [0/½/1 P.]

Der Term ______①______ gibt die relative Änderung des Wasserstands im Zeitintervall [3 h; 7 h] an; der Term ______②______ gibt die absolute Änderung des Wasserstands im Zeitintervall [3 h; 7 h] an.

①	
$\frac{W_7}{W_3}$	☐
$\frac{W_7}{W_3} - 1$	☐
$1 - \frac{W_3}{W_7}$	☐

②	
$\frac{W_3}{W_7}$	☐
$\frac{W_7 - W_3}{4}$	☐
$W_7 - W_3$	☐

c) In diesem Hallenbad gibt es auch einen Whirlpool. In der nachstehenden Abbildung ist die Grundfläche dieses Whirlpools als grau markierte Fläche modellhaft dargestellt.



Die grau markierte Fläche wird durch zwei achsenparallele Seiten und durch den Graphen der Funktion $f\colon [0; 6] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = -4 \cdot (x - 1) \cdot e^{-x}$ begrenzt (x in m, $f(x)$ in m).

1) Berechnen Sie den Flächeninhalt der grau markierten Fläche. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Polynomfunktionen dritten Grades

Aufgabenstellung:

Gegeben ist eine Polynomfunktion 3. Grades f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.

Der Graph der Funktion f hat den Wendepunkt W. Die Tangente an den Graphen von f im Wendepunkt W wird mit t_W bezeichnet.

Es gilt:

t_W: $7 \cdot x + y = 2$

a) Die Tangente t_W schließt mit der x-Achse den Winkel α mit $0° < \alpha < 90°$ ein.

1) Berechnen Sie α. *[0/1 P.]*

Die Tangente an den Graphen von f im Punkt P wird mit t_P bezeichnet.

Das Skalarprodukt eines Richtungsvektors der Tangente t_P mit einem Richtungsvektor der Tangente t_W ergibt 0.

2) Tragen Sie in der nachstehenden Parameterdarstellung die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

t_P: $X = P + \lambda \cdot \begin{pmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ *[0/1 P.]*

b) Für die 2. Ableitungsfunktion f'' der Funktion f gilt:

$f''(x) = 18 \cdot x - 18$

1) Ermitteln Sie die Koordinaten des Wendepunkts W des Graphen von f. *[0/1 P.]*

c) Gegeben ist eine Polynomfunktion 3. Grades g mit $g(x) = a_1 \cdot x^3 + b_1 \cdot x^2 + c_1 \cdot x + d_1$ mit $a_1, b_1, c_1, d_1 \in \mathbb{R}$ und $a_1 \neq 0$.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Die Polynomfunktion 3. Grades g hat ____①____; das Krümmungsverhalten des Graphen von g ist unabhängig von der Wahl der Parameter ____②____.

①	
entweder keine oder genau eine Extremstelle	☐
entweder keine oder genau zwei Extremstellen	☐
in jedem Fall genau zwei Extremstellen	☐

②	
a_1 und c_1	☐
b_1 und c_1	☐
c_1 und d_1	☐

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Siebenkampf der Frauen

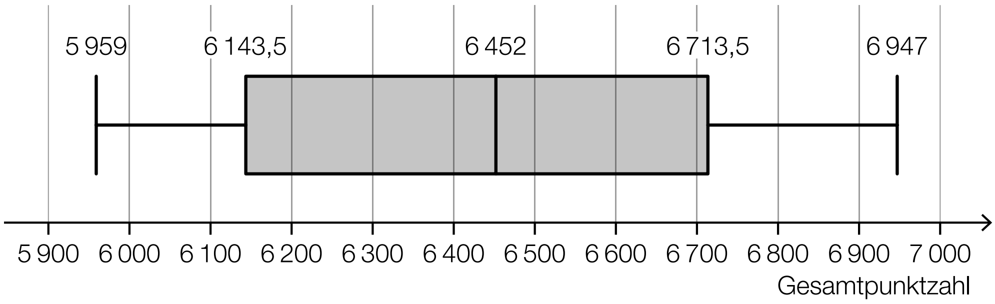
Aufgabenstellung:

Beim *Siebenkampf der Frauen* müssen Sportlerinnen die sieben Disziplinen Kugelstoßen, Speerwurf, Hochsprung, Weitsprung, 100-m-Hürdenlauf, 200-m-Lauf und 800-m-Lauf absolvieren.

Die Leistung einer Sportlerin wird in jeder Disziplin mit Punkten bewertet. Diese Punkte werden mit einer für die jeweilige Disziplin entwickelten Formel berechnet und auf ganze Zahlen abgerundet.

Die Gesamtpunktzahl für eine Sportlerin ergibt sich als Summe der auf ganze Zahlen abgerundeten erhaltenen Punkte aus allen sieben Disziplinen.

a) Die Verteilung der Gesamtpunktzahlen der Sportlerinnen im Finale des Siebenkampfs der Frauen bei den Leichtathletik-Weltmeisterschaften 2022 ist im nachstehenden Boxplot dargestellt.



1) Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]* *[0/1 P.]*

Die Gesamtpunktzahl der Sportlerin mit den wenigsten Punkten ist um 20 % niedriger als die Gesamtpunktzahl der Sportlerin mit den meisten Punkten.	☐
Die Spannweite der Gesamtpunktzahlen beträgt mehr als 1 000.	☐
Es gibt zumindest eine Sportlerin, die eine Gesamtpunktzahl von 6 947 erreicht hat.	☐
Mehr als 50 % der Sportlerinnen haben eine Gesamtpunktzahl von mehr als 6 713,5 erreicht.	☐
Mindestens 75 % der Sportlerinnen haben eine Gesamtpunktzahl von mindestens 6 143,5 erreicht.	☐

b) Die Punkte, die eine Sportlerin beim Speerwurf erhält, hängen von der Wurfweite x (in m) ab. Um die Punkte zu ermitteln, wird die Wurfweite x in die nachstehende Funktion S eingesetzt und der Funktionswert $S(x)$ auf eine ganze Zahl abgerundet.

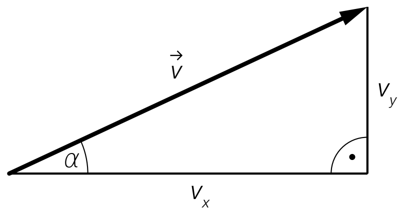
$S(x) = 15{,}9803 \cdot (x - 3{,}8)^b \quad \text{mit} \quad x \geq 3{,}8 \quad \text{und} \quad b \in \mathbb{R}^+$

Für die Wurfweite 58,29 m ergibt sich der Funktionswert $S(58{,}29) = 1\,021{,}77$.

1) Berechnen Sie mithilfe des obigen Verfahrens die Punkte für die Wurfweite 43,80 m.

[0/1 P.]

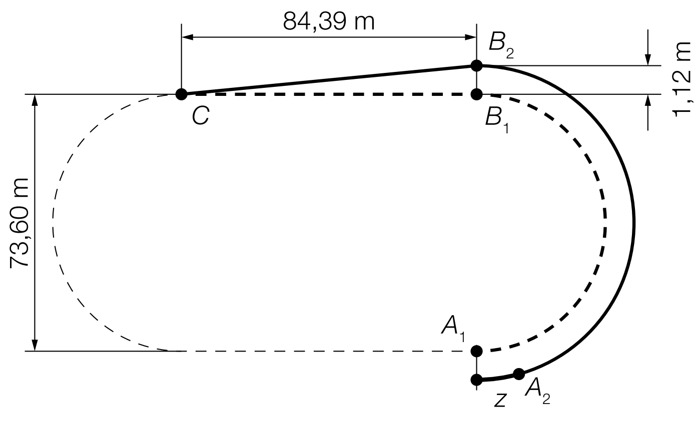
Die Geschwindigkeit eines Speers beim Abwurf kann durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$ mit $v_x, v_y > 0$ beschrieben werden (siehe nebenstehende Abbildung).



2) Stellen Sie mithilfe von v_x und v_y eine Formel zur Berechnung von α auf.

$\alpha =$ ____________________ *[0/1 P.]*

c) Die Laufbewerbe werden auf einer sogenannten *400-m-Bahn* ausgetragen, die aus mehreren nebeneinander liegenden und unterschiedlich langen Laufbahnen besteht (siehe nachstehende Abbildung).



Um die unterschiedlichen Längen der Laufbahnen auszugleichen, starten die Sportlerinnen an verschiedenen Stellen.

Sportlerin 1 startet im Punkt A_1 und läuft entlang des inneren Halbkreises nach B_1 und weiter zu C.
Sportlerin 2 startet im Punkt A_2 und läuft entlang des benachbarten Halbkreises nach B_2 und weiter zu C.

Die dabei von den beiden Sportlerinnen zurückgelegten Wege sind gleich lang.

1) Berechnen Sie mithilfe der obigen Abbildung die Länge des Kreisbogens z. *[0/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Bevölkerungsentwicklung der USA

Die nachstehende Tabelle beschreibt die Bevölkerungsentwicklung der USA im Zeitraum von 1900 bis 2000.

Jahr	Einwohnerzahl der USA in Mio.
1900	76
1920	106
1940	132
1960	179
1980	227
2000	281

Aufgabenstellung:

a) Für den Zeitraum von 1900 bis 2000 soll die Bevölkerungsentwicklung der USA durch eine Exponentialfunktion f mit $f(t) = a \cdot b^t$ in Abhängigkeit von der Zeit t modelliert werden.

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1900
$f(t)$ ... Einwohnerzahl der USA zur Zeit t in Mio.
$a, b \in \mathbb{R}^+$

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf. Verwenden Sie dafür die in der obigen Tabelle angegebenen Werte für 1900 und 1940. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie, um wie viel Prozent $f(100)$ von dem zugehörigen Wert in der Tabelle abweicht. *[0/1 P.]*

b) Der belgische Mathematiker Pierre-François Verhulst hat im Jahr 1845 ein Modell zur Berechnung der Bevölkerungsentwicklung der USA erstellt.
Nach diesem Modell gilt:

$$B(t) = \frac{3{,}9}{0{,}01977 + 0{,}98023 \cdot e^{-0{,}03134 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1790
$B(t)$ ... Einwohnerzahl der USA zur Zeit t in Mio.

1) Ermitteln Sie, wie viele Jahre nach 1790 die momentane Änderungsrate der Einwohnerzahl in diesem Modell am größten war. *[0/1 P.]*

2) Ermitteln Sie, wie viele Jahre nach 1790 erstmals die momentane Änderungsrate der Einwohnerzahl in diesem Modell halb so groß wie jene im Jahr 1910 war. *[0/1 P.]*