Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

3. Mai 2023

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

- den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Zahlen und Zahlenmengen

Gegeben sind fünf Aussagen zu Zahlen und Zahlenmengen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$\sqrt{\frac{9}{2}}$ ist eine rationale Zahl.	☐
$-\sqrt{100}$ ist eine ganze Zahl.	☐
$\sqrt{15}$ ist eine endliche, nichtperiodische Dezimalzahl.	☐
Jede rationale Zahl ist auch eine reelle Zahl.	☐
$\sqrt{-4}$ ist eine reelle Zahl.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 2

Flugtickets

Ein Fünftel der Tickets für einen bestimmten Flug wird an Privatpersonen vergeben, der Rest an Reiseunternehmen.

Jedes Ticket für ein Reiseunternehmen ist um 5 % billiger als ein Ticket für eine Privatperson.

Die Variable x gibt den Preis pro Ticket für eine Privatperson an.

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term zur Berechnung des durchschnittlichen Preises pro Ticket in Abhängigkeit von x an.

durchschnittlicher Preis pro Ticket: ____________________________________

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Smoothie

Der Vitamin-C-Gehalt von Schwarzen Johannisbeeren beträgt durchschnittlich 177 mg pro 100 g, der Vitamin-C-Gehalt von Kiwis beträgt durchschnittlich 46 mg pro 100 g.

Für einen Smoothie sollen die beiden Fruchtsorten so gemischt werden, dass man eine Mischung mit insgesamt 75 g erhält, die 100 mg Vitamin C enthält.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Menge an Schwarzen Johannisbeeren (in g) und die Menge an Kiwis (in g), die für diesen Smoothie gemischt werden müssen.

[0/1 P.]

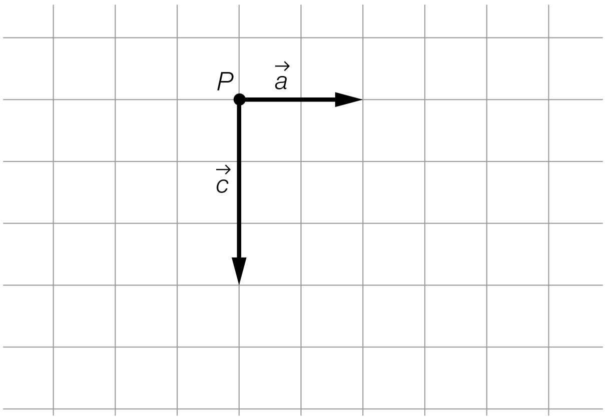
Aufgabe 4

Grafische Darstellung von Vektoren

In der unten stehenden Abbildung sind die zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{c}$ als Pfeile ausgehend vom Punkt P dargestellt.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie ausgehend vom Punkt P den Vektor $\vec{b}$ als Pfeil so ein, dass gilt:
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$



[0/1 P.]

Aufgabe 5

Geradengleichungen

Gegeben sind die Geraden g und h mit den Gleichungen $g: X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $h: X = \begin{pmatrix} 2 \\ b \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} a \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $s \in \mathbb{R}$.
Die Geraden g und h sind identisch.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die reellen Zahlen a und b.

a = ____

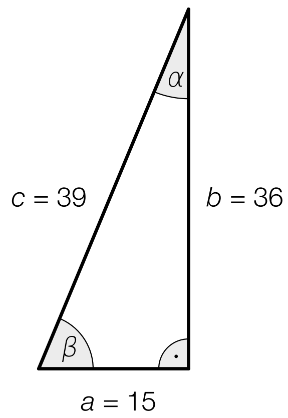
b = ____

[0/½/1 P.]

Aufgabe 6

Dreieck

In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist ein rechtwinkeliges Dreieck dargestellt. Die Winkel werden in Grad gemessen, die Seitenlängen in cm.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

$\sin(\alpha) = \frac{5}{13}$	☐
$\cos(\beta) = \frac{5}{12}$	☐
$\tan(\alpha) = \frac{12}{5}$	☐
$\sin(90° - \beta) = \frac{15}{36}$	☐
$\cos(90° - \alpha) = \frac{15}{39}$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 7

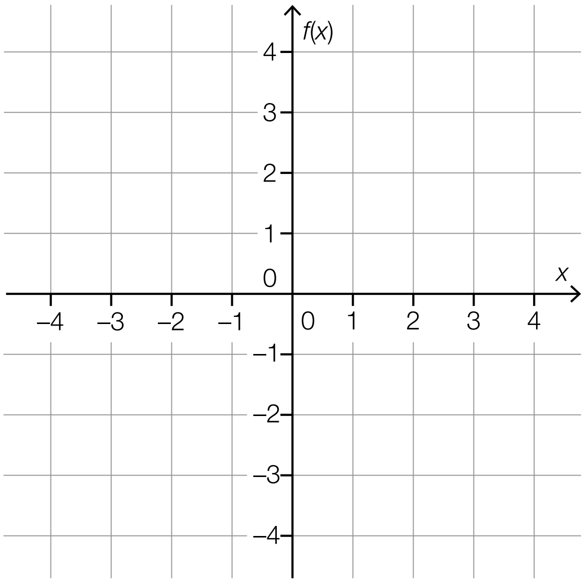
Graph einer Polynomfunktion

Eine Polynomfunktion 4. Grades f hat folgende Eigenschaften:

- f hat an der Stelle $x = -3$ ein lokales Maximum.
- Der Graph von f ist symmetrisch bezüglich der senkrechten Achse.

Aufgabenstellung:

Skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem im Intervall [–4; 4] den Graphen einer solchen Polynomfunktion f.



[0 / 1 P.]

Aufgabe 8

Länge einer Kerze

Eine zylinderförmige Kerze hat zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Länge von 10 cm. Nach einer Brenndauer von 120 min hat die Kerze eine Länge von 4 cm.
Die lineare Funktion L beschreibt modellhaft die Länge der Kerze in Abhängigkeit von der Brenndauer t mit $0 \leq t \leq 200$ (t in min, $L(t)$ in cm).

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von L auf.

[0/1 P.]

Aufgabe 9

Parameter einer quadratischen Funktion

Der Graph der quadratischen Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot x^2 + b$ hat im Punkt $S = (0|-2)$ ein lokales Minimum und verläuft durch den Punkt $P = (1|0)$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die reellen Parameter a und b.

$a =$ ______________________________

$b =$ ______________________________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 10

Nullstellen, Extremstellen und Wendestellen

Die Anzahl der reellen Nullstellen, der lokalen Extremstellen und der Wendestellen einer Polynomfunktion hängt unter anderem von ihrem Grad ab.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Jede Polynomfunktion vom Grad 1 hat genau 1 lokale Extremstelle.	☐
Jede Polynomfunktion vom Grad 2 hat mindestens 1 reelle Nullstelle.	☐
Jede Polynomfunktion vom Grad 3 hat mindestens 1 reelle Nullstelle.	☐
Jede Polynomfunktion vom Grad 4 hat genau 3 lokale Extremstellen.	☐
Jede Polynomfunktion vom Grad 5 hat mindestens 1 Wendestelle.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Jahreszinssatz

Das Kapital K_0 wächst exponentiell mit dem gleichbleibenden Jahreszinssatz i.
Nach n Jahren erreicht das Kapital den Wert K_n, der mit der nachstehenden Formel berechnet werden kann.

$K_n = K_0 \cdot (1 + i)^n \quad \text{mit} \quad n \in \mathbb{N}$

Nach 6 Jahren hat das Kapital K_0 um insgesamt 8,62 % zugenommen.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Jahreszinssatz i.

[0/1 P.]

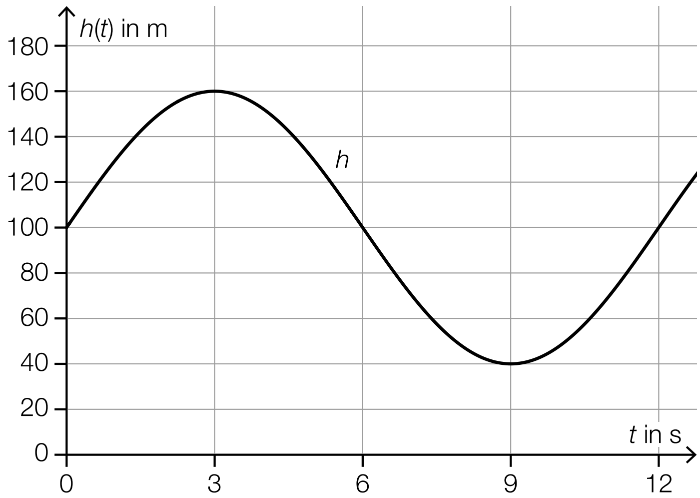
Aufgabe 12

Windrad

Die Spitzen der Rotorblätter von Windrädern bewegen sich auf einer Kreisbahn, deren Durchmesser als *Rotordurchmesser* bezeichnet wird.

Die Funktion $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, t \mapsto h(t)$ beschreibt modellhaft die Höhe der Spitze eines der Rotorblätter eines bestimmten Windrads über dem Boden in Abhängigkeit von der Zeit t (t in s, $h(t)$ in m).

Der Funktionsgraph von h ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Aufgabenstellung:

Geben Sie mithilfe der obigen Abbildung den Rotordurchmesser sowie die Zeit, die ein Rotorblatt für eine volle Umdrehung benötigt, an.

Rotordurchmesser: ____________________ m

Zeit für eine volle Umdrehung: ____________________ s

[0/½/1 P.]

Aufgabe 13

Tangentensteigung

Die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist eine Polynomfunktion vom Grad n mit $n \geq 2$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Grenzwerte an, die jedenfalls gleich der Steigung der Tangente an den Graphen der Funktion f an der Stelle $x = 5$ sind. *[2 aus 5]*

$\lim\limits_{x_1 \to 5} \frac{f(x_1) - f(5)}{5 - x_1}$	☐
$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(5 + h) - f(5)}{5 + h}$	☐
$\lim\limits_{h \to 5} \frac{f(5 + h) - f(5)}{h}$	☐
$\lim\limits_{x_1 \to 5} \frac{f(x_1) - f(5)}{x_1 - 5}$	☐
$\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(5 + h) - f(5)}{h}$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Radfahrerin

Die differenzierbare Funktion $v\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+,\ t \mapsto v(t)$ beschreibt modellhaft die Geschwindigkeit einer Radfahrerin auf ihrer Fahrt zur Schule in Abhängigkeit von der Zeit (t in s, $v(t)$ in m/s).

Für alle $t \in [0; 6]$ gilt: $v'(t) > 0$

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie die Bedeutung der angegebenen Ungleichung im gegebenen Sachzusammenhang.

[0/1 P.]

Aufgabe 15

Produktionskosten

Die monatlichen Fixkosten eines Betriebs für die Produktion von Erfrischungsgetränken betragen € 200.000.
Die Funktion K beschreibt modellhaft die monatlichen Gesamtkosten für diese Produktion (in Euro) in Abhängigkeit von der Produktionsmenge x.
Die Grenzkosten für diese Produktion werden durch die Funktion K' beschrieben.

$K'(x) = 0{,}003 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 3\,500$

x ... Produktionsmenge in Mengeneinheiten
$K'(x)$ ... Grenzkosten bei der Produktionsmenge x in Euro pro Mengeneinheit

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von K auf.

$K(x) =$ ____

[0 / 1 P.]

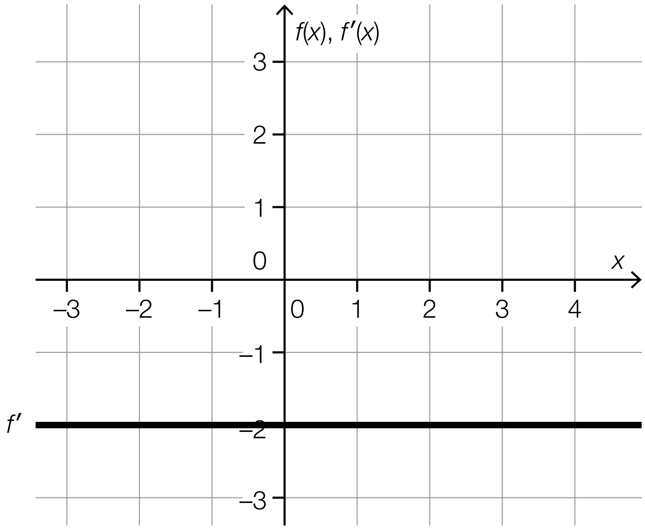
Aufgabe 16

Ableitungsfunktion

In der unten stehenden Abbildung ist der Graph der konstanten Ableitungsfunktion f' einer Funktion f dargestellt. Für die Funktion f gilt: $f(0) = 2$

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen der Funktion f ein.

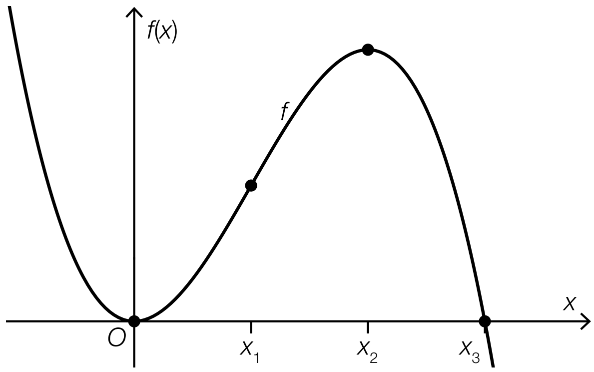


[0/1 P.]

Aufgabe 17

Punkte auf einem Graphen

Nachstehend ist der Graph der Polynomfunktion 3. Grades *f* dargestellt. Zusätzlich sind vier Punkte mit den *x*-Koordinaten 0, x_1, x_2 und x_3 eingezeichnet. Diese vier Punkte sind charakteristische Punkte des Graphen (Schnittpunkte mit den Achsen, Extrempunkte, Wendepunkt).



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Stellen 0, x_1, x_2 und x_3 jeweils die zutreffende Aussage aus A bis F zu.

0	
x_1	
x_2	
x_3	

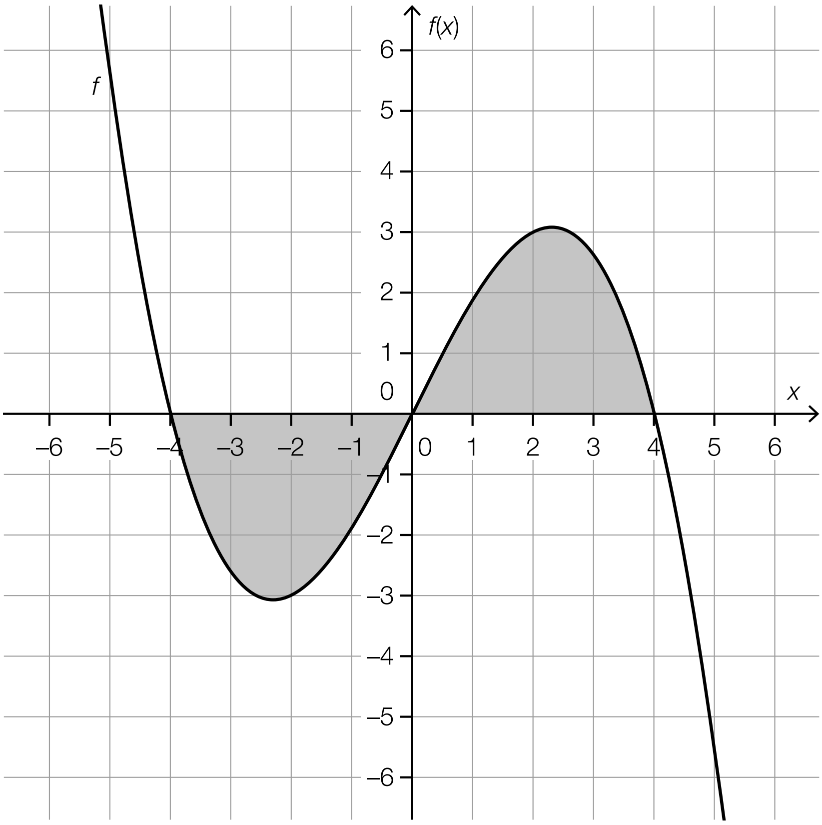
A	An dieser Stelle ist die erste Ableitung gleich null und die zweite Ableitung negativ.
B	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung negativ.
C	An dieser Stelle ist die erste Ableitung gleich null und die zweite Ableitung positiv.
D	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung positiv.
E	An dieser Stelle sind die erste und die zweite Ableitung gleich null.
F	An dieser Stelle ist die erste Ableitung positiv und die zweite Ableitung gleich null.

[0/½/1 P.]

Aufgabe 18

Flächeninhalt

Nachstehend ist der Graph der Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit ganzzahligen Nullstellen dargestellt.



Die Flächeninhalte der beiden grau markierten Bereiche sind gleich groß.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, mit denen der Flächeninhalt des gesamten grau markierten Bereichs berechnet werden kann. *[2 aus 5]*

$2 \cdot \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-4}^0 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$2 \cdot \int_{-4}^0 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\int_{-4}^0 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$	☐
$\left\lvert \int_{-4}^4 f(x)\,\mathrm{d}x \right\rvert$	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 19

Monatsgehälter

Ein bestimmtes Unternehmen hat zwei Abteilungen.

In der ersten Abteilung gibt es 14 Angestellte und in der zweiten Abteilung gibt es 26 Angestellte.

Über die Monatsgehälter der Angestellten ist Folgendes bekannt:

- Das arithmetische Mittel der Monatsgehälter aller 40 Angestellten beträgt € 2.280,50.
- Das arithmetische Mittel der Monatsgehälter der Angestellten der zweiten Abteilung beträgt € 2.200,00.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie das arithmetische Mittel $\overline{x}$ der Monatsgehälter der Angestellten der ersten Abteilung.

$\overline{x}$ = ____________________ €

[0/1 P.]

Aufgabe 20

Zufallsversuch

Bei einem bestimmten Zufallsversuch tritt als Ergebnis entweder „Erfolg“ oder „Misserfolg“ ein. Die Zufallsvariable X gibt an, wie oft „Erfolg“ eintritt, wenn dieser Zufallsversuch 7-mal durchgeführt wird.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils die jedenfalls gleich große Wahrscheinlichkeit aus A bis F zu.

$P(X < 3)$	
$P(X \leq 3)$	
$P(X \geq 3)$	
$P(X > 3)$	

A	$P(X > 2)$
B	$1 - P(X \leq 4)$
C	$P(X \leq 2)$
D	$P(X = 3) + P(X > 4)$
E	$P(X = 4) + P(X \geq 5)$
F	$1 - P(X > 3)$

[0/½/1 P.]

Aufgabe 21

Kartenspiel

Für die 8 Karten eines Kartenspiels gilt:

- 3 Karten sind mit „1“ beschriftet.
- 3 Karten sind mit „2“ beschriftet.
- 2 Karten sind mit „3“ beschriftet.

Diese 8 Karten werden gemischt. Anschließend werden 2 Karten aufgedeckt.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 1 der 2 aufgedeckten Karten mit einer ungeraden Zahl beschriftet ist.

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Bit-Kombinationen

Ein Computer rechnet mit sogenannten *Bits*. Ein Bit kann entweder den Wert 0 oder den Wert 1 annehmen. Eine beliebige Abfolge aus acht Bits wird *Byte* genannt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie diejenige Interpretation an, die im gegebenen Sachzusammenhang für $\binom{8}{3}$ zutrifft.
[1 aus 6]

$\binom{8}{3}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass in einem Byte die ersten drei Bit 1er sind.	☐
$\binom{8}{3}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass in einem Byte genau drei 1er hintereinander auftreten.	☐
$\binom{8}{3}$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass in einem Byte genau drei 1er enthalten sind.	☐
$\binom{8}{3}$ gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, dass in einem Byte genau drei 1er enthalten sind.	☐
$\binom{8}{3}$ gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, dass in einem Byte genau drei 1er hintereinander auftreten.	☐
$\binom{8}{3}$ gibt die Anzahl der Möglichkeiten an, dass in einem Byte die ersten drei Bit 1er sind.	☐

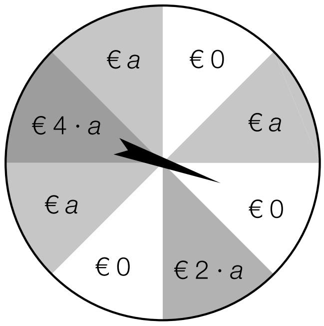
[0 / 1 P.]

Aufgabe 23

Glücksrad

In der Mitte des unten abgebildeten Glücksrads ist ein Zeiger montiert. Für jede Drehung des Zeigers gilt:
Der Zeiger bleibt in jedem Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{8}$ stehen.

Die Gewinne, die ausbezahlt werden, wenn der Zeiger im entsprechenden Sektor stehen bleibt, sind auf dem nachstehend abgebildeten Glücksrad angeschrieben ($a \in \mathbb{R}^+$).



Der Zeiger wird 1-mal gedreht.

Die Zufallsvariable X gibt dabei die Höhe des ausbezahlten Gewinns an.
Für den Erwartungswert in Euro gilt: $E(X) = 4{,}5$

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie a.

[0/1 P.]

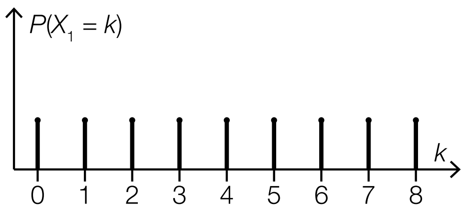
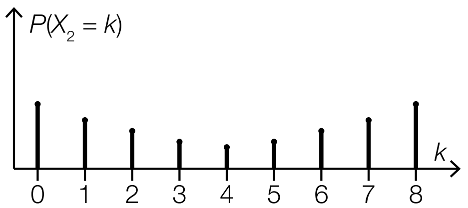
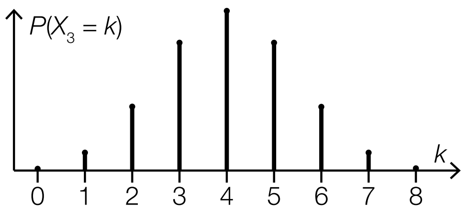
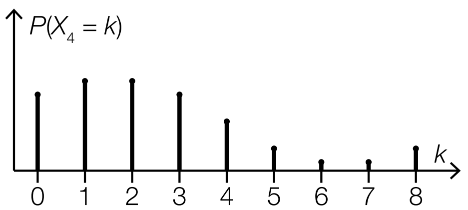
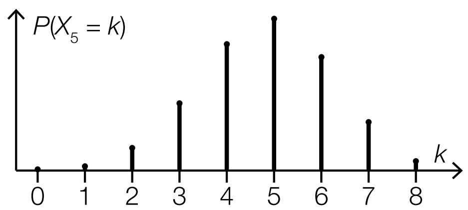
Aufgabe 24

Binomialverteilung

Gegeben sind die fünf Zufallsvariablen X_1, X_2, X_3, X_4 und X_5, die nur ganzzahlige Werte von 0 bis 8 annehmen. Deren Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind in den unten stehenden Abbildungen dargestellt.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Abbildungen an, die einer Binomialverteilung entsprechen können.
[2 aus 5]

<table>
<tr><td>
</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>
</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>
</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>
</td><td>☐</td></tr>
<tr><td>
</td><td>☐</td></tr>
</table>

[0/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Schwimmbecken

In einem Freibad gibt es verschiedene Schwimmbecken.

Aufgabenstellung:

a) Das Volumen eines bestimmten quaderförmigen Schwimmbeckens kann mithilfe der Gleichung $V = a^2 \cdot h$ berechnet werden.

a ... Seitenlänge der quadratischen Grundfläche
h ... Tiefe des Schwimmbeckens

Betrachtet werden die Funktion $V\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+,\ a \mapsto V(a)$ bei konstantem h und die Funktion $h\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+,\ V \mapsto h(V)$ bei konstantem a.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Die Funktion V ist eine ___①___, die Funktion h ist eine ___②___.

①	
lineare Funktion	☐
quadratische Funktion	☐
Quadratwurzelfunktion	☐

②	
lineare Funktion	☐
quadratische Funktion	☐
Quadratwurzelfunktion	☐

b) Zum Füllen eines anderen Schwimmbeckens werden p Pumpen verwendet, die pro Stunde jeweils die gleiche Wassermenge in das Schwimmbecken pumpen. Für $p = 2$ beträgt die Fülldauer 19 h.

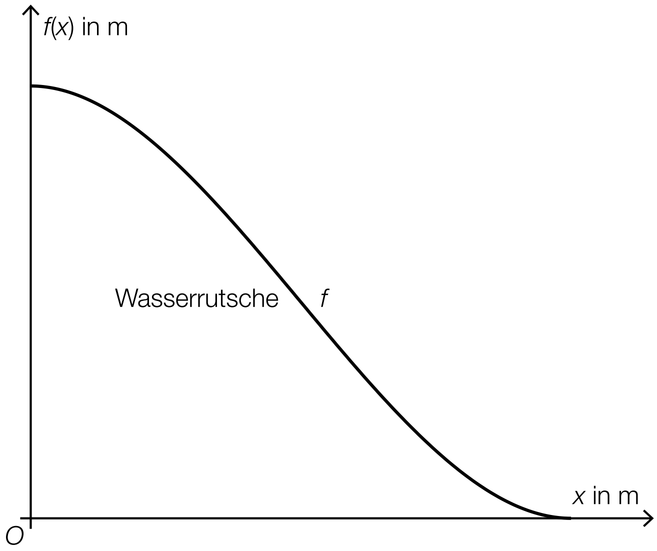
1) Stellen Sie unter Verwendung der Anzahl p der Pumpen eine Formel zur Berechnung der Fülldauer T (in h) auf.

$T =$ ________________________________ *[0/1 P.]*

Die Wassermenge in diesem Schwimmbecken nimmt durch Verdunstung und durch betriebsbedingte Ursachen ab. Dabei beschreibt die Funktion $W\colon [0; 10] \to \mathbb{R}$ mit $W(t) = -\frac{1}{96} \cdot t^3 + \frac{1}{4} \cdot t^2 - \frac{35}{24} \cdot t$ modellhaft die momentane Änderungsrate der Wassermenge zum Zeitpunkt t an einem bestimmten Tag (t in h, $W(t)$ in m^3/h).

2) Ermitteln Sie die Abnahme der Wassermenge (in m^3) im Zeitintervall [0; 6]. *[0/1 P.]*

c) In der nachstehenden Abbildung ist das seitliche Profil einer bestimmten Wasserrutsche modellhaft dargestellt.



Das seitliche Profil der Wasserrutsche ist durch den Graphen der Funktion $f\colon [0; 5] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{8}{125} \cdot x^3 - \frac{12}{25} \cdot x^2 + 4$ gegeben (x in m, $f(x)$ in m).

1) Ermitteln Sie die Stelle x_1, an der die Wasserrutsche am steilsten bergab verläuft. *[0/1 P.]*

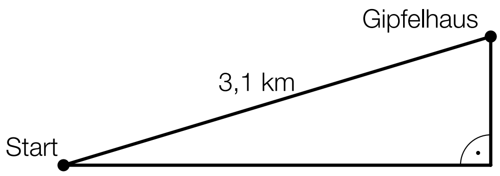
Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Fitnessuhren

Fitnessuhren sind Armbanduhren, die bei sportlichen Aktivitäten verwendet werden können.

Aufgabenstellung:

a) Eine 3,1 km lange Bergtour führt vom Start auf 680 m Seehöhe zu einem Gipfelhaus auf 1 820 m Seehöhe. Der dabei zurückgelegte Weg wird modellhaft als geradlinig mit konstanter Steigung angenommen und ist in der nachstehenden Skizze (nicht maßstabgetreu) dargestellt.



Der Weg der Bergtour weist eine Steigung von *a* % auf.

1) Ermitteln Sie *a*.

a = ____________________ % *[0/1 P.]*

b) Die Fitnessuhr *Sporty* ist besonders beliebt.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person in Österreich eine Fitnessuhr *Sporty* besitzt, beträgt p.

Im Rahmen einer Studie werden 160 zufällig ausgewählte Personen in Österreich befragt.

Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl derjenigen Personen unter den 160 Befragten an, die eine Fitnessuhr *Sporty* besitzen.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass jedenfalls eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Die Wahrscheinlichkeit, dass von den 160 Befragten niemand eine Fitnessuhr *Sporty* besitzt, beträgt ______①______; mit ______②______ wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass von den 160 Befragten mindestens 2 eine Fitnessuhr *Sporty* besitzen.

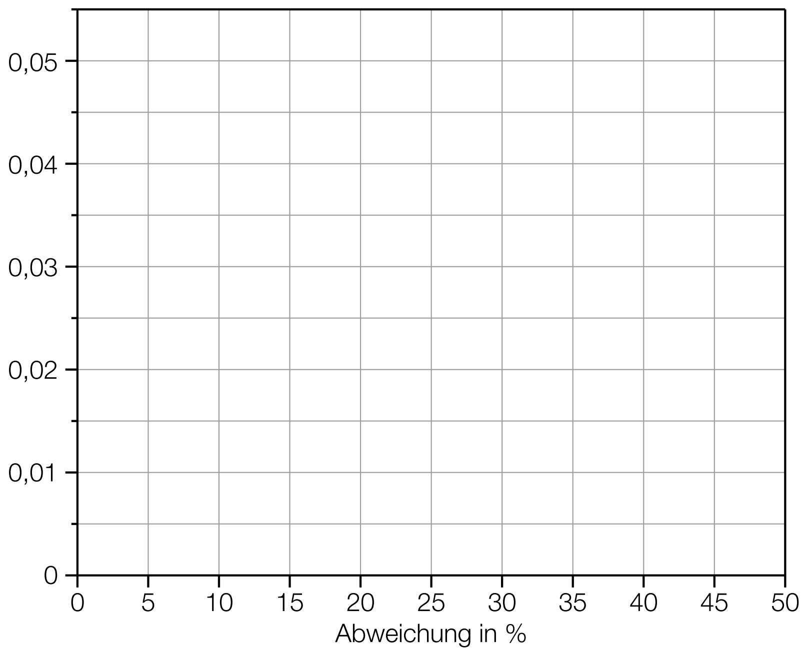
①	
$1 - p$	☐
p^{160}	☐
$(1 - p)^{160}$	☐

②	
$1 - \left[\binom{160}{0} \cdot p^0 \cdot (1 - p)^{160} + \binom{160}{1} \cdot p \cdot (1 - p)^{159}\right]$	☐
$\binom{160}{0} \cdot p^0 \cdot (1 - p)^{160} + \binom{160}{1} \cdot p \cdot (1 - p)^{159}$	☐
$\binom{160}{2} \cdot p^2 \cdot (1 - p)^{158}$	☐

c) Fitnessuhren zeigen unter anderem den Kalorienverbrauch bei einer sportlichen Aktivität an.
Im Rahmen einer Studie wird bei 60 Personen die prozentuelle Abweichung des tatsächlichen Kalorienverbrauchs bei einer sportlichen Aktivität vom jeweiligen Messergebnis ihrer Fitnessuhren untersucht.
Diese Abweichungen mit den jeweils zugehörigen absoluten Häufigkeiten sind in der nachstehenden Tabelle nach Klassen zusammengefasst.

Abweichung in %	absolute Häufigkeit
[0; 20)	24
[20; 30)	30
[30; 50]	6

1) Erstellen Sie ein Histogramm, in dem für die drei oben angegebenen Klassen die relativen Häufigkeiten als Flächeninhalte von Rechtecken dargestellt sind. *[0/1 P.]*



2) Begründen Sie, warum der Median der Datenliste (die der obigen Tabelle zugrunde liegt) im Intervall [20; 30) liegen muss. *[0/1 P.]*

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Sauerstoffverbrauch von Säugetieren

Bei Säugetieren gibt es einen Zusammenhang zwischen der Körpermasse und dem Sauerstoffverbrauch.

Aufgabenstellung:

a) Für ein Säugetier, das sich im Beobachtungszeitraum nicht bewegt, kann der Sauerstoffverbrauch in Abhängigkeit von der Körpermasse m näherungsweise durch eine Funktion $S: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+,\ m \mapsto S(m)$ beschrieben werden (m in kg, $S(m)$ in L/h).

Für Katzen und Hunde mit einer Körpermasse m in kg gilt annähernd:

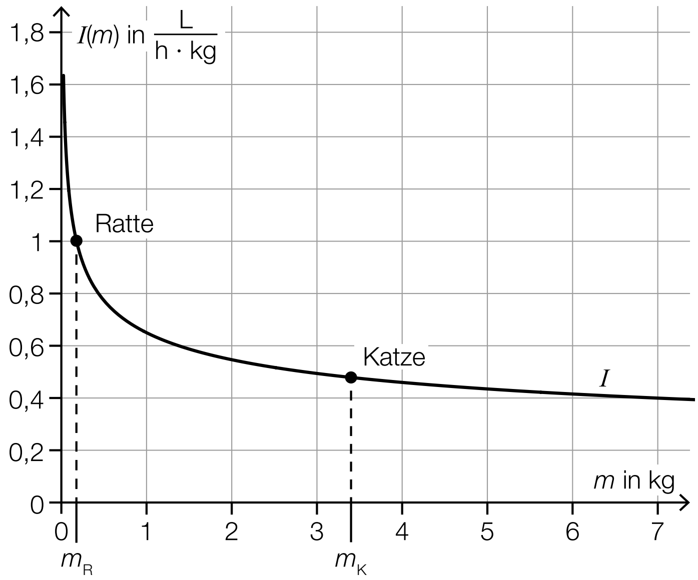
$S(m) = a \cdot m^{0,75}$
a ... positive Konstante

Die Körpermasse eines bestimmten Hundes ist doppelt so groß wie die einer bestimmten Katze.

1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Sauerstoffverbrauch dieses Hundes höher als der dieser Katze ist. *[0/1 P.]*

b) Die Funktion $I\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ beschreibt die Stoffwechselintensität von Säugetieren in Abhängigkeit von ihrer Körpermasse m $\left(m \text{ in kg}, I(m) \text{ in } \frac{\text{L}}{\text{h} \cdot \text{kg}}\right)$.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph von I dargestellt.



Quelle: Sadava, David E., David M. Hillis et al.: *Purves Biologie*. Herausgegeben von Jürgen Markl. 10. Auflage. Berlin u. a.: Springer 2019, S. 1 201 (adaptiert).

Die Körpermasse einer Ratte wird mit m_R und die einer Katze mit m_K bezeichnet.
Für eine bestimmte Körpermasse m_1 ist $I'(m_1)$ gleich der mittleren Änderungsrate von I im Intervall $[m_R; m_K]$.

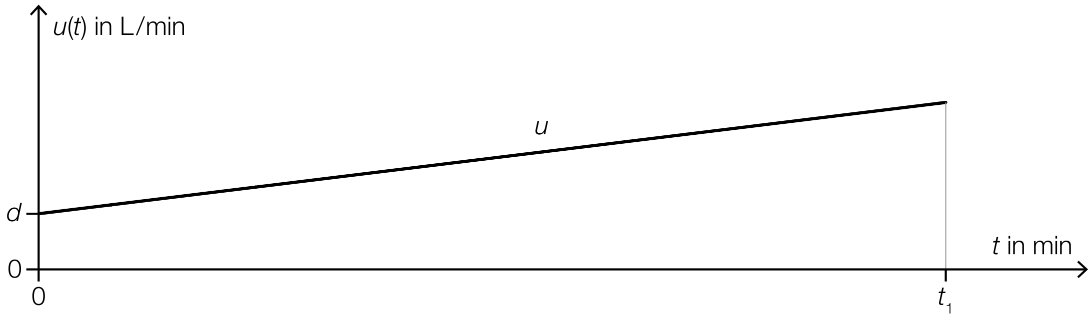
1) Ermitteln Sie m_1 mithilfe der obigen Abbildung.

m_1 = ____________________ kg *[0/1 P.]*

c) Für ein Säugetier, das sich bewegt, wird die momentane Änderungsrate des Sauerstoffverbrauchs in Abhängigkeit von der Zeit t näherungsweise durch die lineare Funktion $u: [0; t_1] \to \mathbb{R}$ mit $t_1 \in \mathbb{R}^+$ beschrieben (t in min, $u(t)$ in L/min).

Es gilt: $u(0) = d$ mit $d \in \mathbb{R}^+$

Der Graph von u ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung von $\int_0^{t_1} u(t)\,\mathrm{d}t$ auf. Verwenden Sie dabei t_1, $u(t_1)$ und d.

$\int_0^{t_1} u(t)\,\mathrm{d}t =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

2) Interpretieren Sie $\int_0^{t_1} u(t)\,\mathrm{d}t$ im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der zugehörigen Einheit. *[0/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Flugreisen

An den österreichischen Flughäfen werden die Anzahl der Flüge, die Anzahl der Fluggäste sowie die Flugstrecken der Reisenden erfasst.

Datenquelle: https://www.statistik.at/web_de/statistiken/energie_umwelt_innovation_mobilitaet/verkehr/luftfahrt/personenverkehr/index.html [19.12.2020].

Aufgabenstellung:

a) Die jährliche Anzahl aller Fluggäste in Österreich ist von 0,14 Millionen im Jahr 1955 auf 28,95 Millionen im Jahr 2017 gestiegen.

Diese zeitliche Entwicklung der Anzahl der Fluggäste in Österreich kann näherungsweise durch die Exponentialfunktion $N: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}^+$ mit $N(t) = a \cdot b^t$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ beschrieben werden (t in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1955, $N(t)$ in Millionen Fluggästen).

1) Berechnen Sie a und b. *[0/1 P.]*

Im Jahr 2018 gab es in Österreich 31,73 Millionen Fluggäste.

2) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die mit N ermittelte Anzahl der Fluggäste für das Jahr 2018 um weniger als 1 % von der tatsächlichen Anzahl der Fluggäste abweicht. *[0/1 P.]*

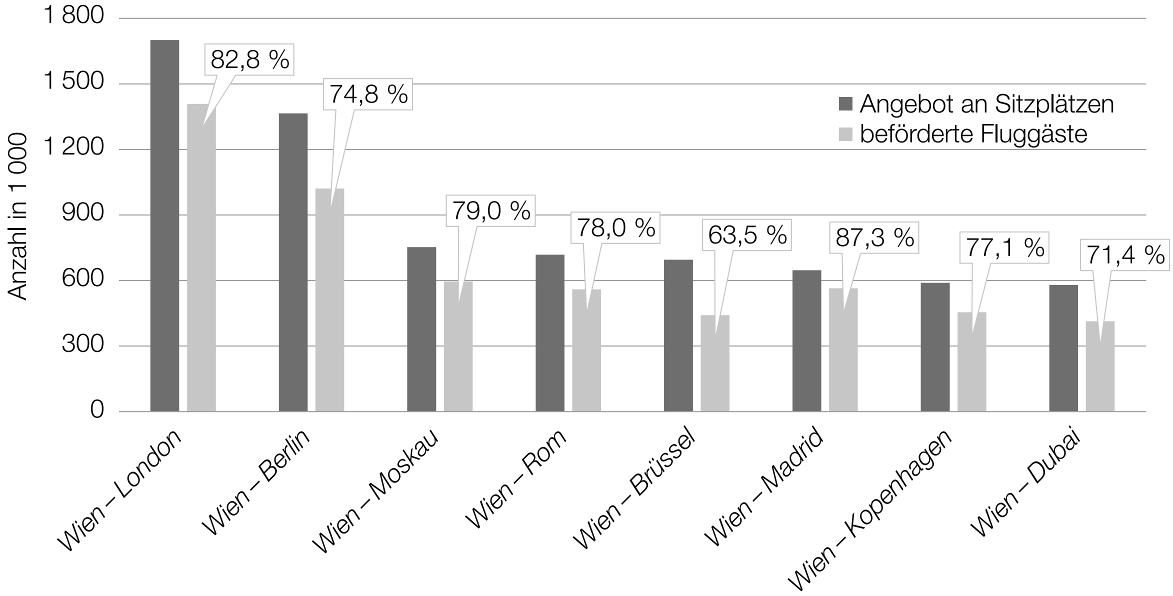
b) Die Anzahl der Flüge bzw. Fluggäste in Österreich ist für die Jahre 2018 und 2019 in der nachstehenden Tabelle angegeben.

	Anzahl der Flüge	Anzahl der Fluggäste
2018	296 852	31 725 019
2019	319 945	36 206 642

Die durchschnittliche Anzahl der Fluggäste pro Flug ist von 2018 auf 2019 um n gestiegen.

1) Berechnen Sie n. *[0/1 P.]*

c) Die unten stehende Abbildung zeigt für das Jahr 2019 die Anzahl der angebotenen Sitzplätze sowie die Anzahl der Fluggäste für Flüge von bzw. nach Wien. Die Prozentsätze geben jeweils den relativen Anteil der durch die Fluggäste besetzten Sitzplätze an.



1) Ordnen Sie den vier Aussagen für das Jahr 2019 jeweils die passende Flugstrecke aus A bis F zu. *[0 / ½ / 1 P.]*

Auf dieser Flugstrecke wurden mehr als doppelt so viele Fluggäste befördert wie auf der Flugstrecke *Wien – Moskau*.	
Auf dieser Flugstrecke war die Anzahl der unbesetzten Sitzplätze am kleinsten.	
Auf dieser Flugstrecke war die Anzahl der beförderten Fluggäste größer als 650 000 und kleiner als 1,1 Millionen.	
Auf dieser Flugstrecke war mehr als ein Drittel der angebotenen Sitzplätze unbesetzt.	

A	*Wien – Berlin*
B	*Wien – Madrid*
C	*Wien – Brüssel*
D	*Wien – Kopenhagen*
E	*Wien – London*
F	*Wien – Rom*