Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Jänner 2024

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 1
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Erdöl

a) An einem bestimmten Tag betrug der weltweite Erdölverbrauch 15,1 Milliarden Liter.

Eine Maßeinheit für das Volumen von Erdöl ist das Barrel.

1 Barrel entspricht dabei dem Volumen eines zylinderförmigen Fasses mit 50 cm Durchmesser und 81 cm Höhe.

1) Geben Sie 15,1 Milliarden Liter in der Einheit Barrel an.

b) Im Jahr 2018 sind in Österreich 8,4 Milliarden Liter Diesel und 2,2 Milliarden Liter Benzin verkauft worden.

Der durchschnittliche Preis für 1 Liter Diesel betrug x Euro, der durchschnittliche Preis für 1 Liter Benzin betrug y Euro.
Die Einnahmen aus dem Verkauf von Diesel und Benzin betrugen insgesamt 13,02 Milliarden Euro.
Die Einnahmen aus dem Verkauf von Diesel waren um 7,476 Milliarden Euro höher als die Einnahmen aus dem Verkauf von Benzin.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von x und y.

c) Gegeben ist ein Gleichungssystem in den Variablen x und y mit dem Parameter c.

I: $c \cdot x + 4 \cdot y = 40$
II: $4 \cdot x + 2 \cdot y = 26$

1) Geben Sie den Wert von c so an, dass das Gleichungssystem keine Lösung hat.

$c =$ ____________________

Lösung zur Aufgabe 1

Erdöl

a1) Volumen eines Barrels in Litern:

$V = 2{,}5^2 \cdot \pi \cdot 8{,}1 = 159{,}0...$

$\frac{15{,}1 \cdot 10^9}{159{,}0...} = 94{,}9... \cdot 10^6$

15,1 Milliarden Liter entsprechen rund 95 Millionen Barrel.

b1) I: $8{,}4 \cdot x + 2{,}2 \cdot y = 13{,}02$

II: $8{,}4 \cdot x = 7{,}476 + 2{,}2 \cdot y$

c1) $c = 8$

Aufgabe 2

Beleuchtung

a) Auf einer bestimmten Straße einer Gemeinde werden bei 174 Straßenlaternen neue Lampen eingebaut. Die Gemeinde holt folgenden Kostenvoranschlag ein:
Eine neue Lampe kostet € 7,90 und in jede Straßenlaterne wird genau 1 Lampe eingebaut.
Die Kosten für den Betrieb aller 174 Straßenlaternen betragen € 2,86 pro Stunde.

Die gesamten Kosten für die Beleuchtung dieser Straße sollen in Abhängigkeit von der Betriebsdauer t durch die Funktion K beschrieben werden.

t ... Betriebsdauer in h
$K(t)$ ... Kosten für die Betriebsdauer t in Euro

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion K auf. Wählen Sie dabei $t = 0$ für den Zeitpunkt der Inbetriebnahme der neuen Lampen.

b) Für die Beleuchtung einer anderen Straße stehen die zwei Lampenarten A und B zur Auswahl.
Die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart A können durch die Funktion K_A beschrieben werden.
Die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart B können durch die Funktion K_B beschrieben werden.

$K_A(t) = 600 + 429 \cdot t$
$K_B(t) = 1\,050 + 285 \cdot t$

t ... Zeit in Jahren
$K_A(t)$, $K_B(t)$ ... Beleuchtungskosten nach insgesamt t Jahren in Euro

1) Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren die Beleuchtungskosten bei beiden Lampenarten gleich sind.

2) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

   $K_A(10) - K_B(10) = 990$

Lösung zur Aufgabe 2

Beleuchtung

a1) $K(t) = 174 \cdot 7{,}9 + 2{,}86 \cdot t$

oder:

$K(t) = 1\,374{,}6 + 2{,}86 \cdot t$

b1) $1\,050 + 285 \cdot t = 600 + 429 \cdot t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 3{,}125$

Nach 3,125 Jahren sind die Beleuchtungskosten bei beiden Lampenarten gleich.

b2) Nach insgesamt 10 Jahren sind die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart A um 990 Euro höher als die Beleuchtungskosten bei Verwendung der Lampenart B.

Aufgabe 3

Gewitter

Im Juni 2012 fanden in Österreich schwere Gewitter statt.

a) Bei einem Gewitter in Graz wurden folgende Daten ermittelt:
Zu Beginn des Gewitters betrug der momentane Niederschlag pro Quadratmeter 150 ml pro min.
Das Maximum des momentanen Niederschlags pro Quadratmeter wurde 50 min nach dem Beginn des Gewitters erreicht und betrug 400 ml pro min.

Der zeitliche Verlauf des momentanen Niederschlags pro Quadratmeter kann näherungsweise durch die quadratische Funktion f mit $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ beschrieben werden.

t ... Zeit ab Beginn des Gewitters in min
$f(t)$ ... momentaner Niederschlag pro Quadratmeter zum Zeitpunkt t in ml pro min

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c.

b) In Mürzzuschlag dauerte ein Gewitter 2,5 h. Für dieses Gewitter kann der momentane Niederschlag pro Quadratmeter näherungsweise durch die nachstehende Funktion N beschrieben werden.

$N(t) = -\frac{44}{3} \cdot t^3 + 44 \cdot t^2 - \frac{103}{3} \cdot t + 40 \quad \text{mit} \quad 0 \leq t \leq 2{,}5$
t ... Zeit ab Beginn des Gewitters in h
$N(t)$ ... momentaner Niederschlag pro Quadratmeter zum Zeitpunkt t in L pro h

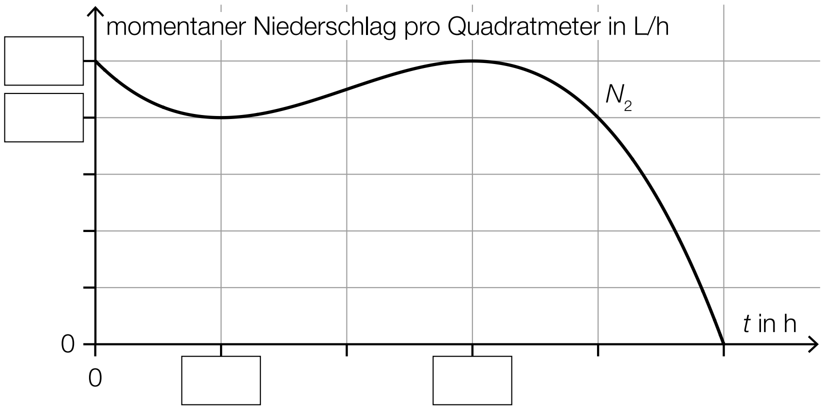
Die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter im Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch den nachstehenden Ausdruck berechnet werden.
$\int_{t_1}^{t_2} N(t)\,\mathrm{d}t$

1) Berechnen Sie die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter, die in diesen 2,5 Stunden gefallen ist. Geben Sie das Ergebnis mit der zugehörigen Einheit an.

c) Auch in einer benachbarten Gemeinde wurde der momentane Niederschlag pro Quadratmeter gemessen.
Mithilfe der gemessenen Werte wurde der Graph der Polynomfunktion 3. Grades N_2 erstellt.

- $t_w = 1$ ist die Wendestelle der Funktion N_2.
- An der Minimumstelle t_m der Funktion N_2 gilt: $f(t_m) = 32$ und $f'(t_m) = 0$

1) Tragen Sie in der nachstehenden Abbildung die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.



Lösung zur Aufgabe 3

Gewitter

a1) $f(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$
$f'(t) = 2 \cdot a \cdot t + b$

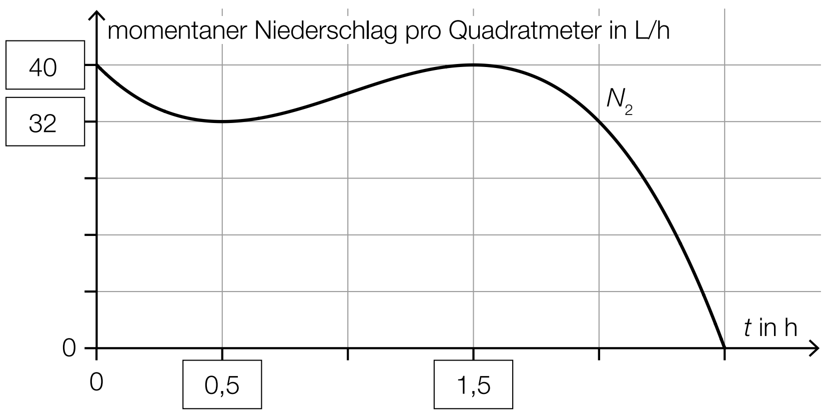
$f(0) = 150$
$f'(50) = 0$
$f(50) = 400$

oder:

$c = 150$
$100 \cdot a + b = 0$
$2\,500 \cdot a + 50 \cdot b + c = 400$

b1) $\int_0^{2,5} N(t)\,\mathrm{d}t = 78,645...$
Die gesamte Niederschlagsmenge pro Quadratmeter betrug rund 78,6 L.

c1)



Aufgabe 4

Limonadeflaschen

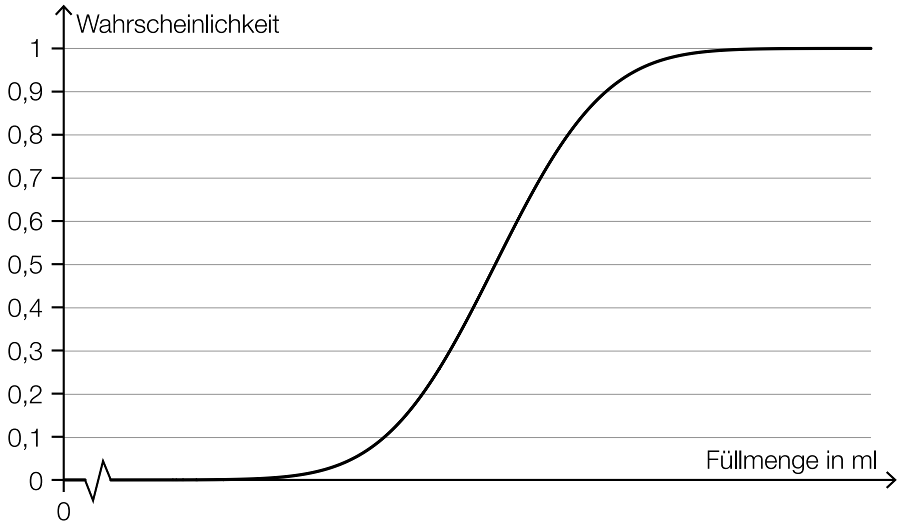
a) In einer bestimmten Abfüllanlage ist die Füllmenge von Limonadeflaschen annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 504$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 5{,}5$ ml.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Füllmenge einer zufällig ausgewählten Limonadeflasche um mehr als 4 ml vom Erwartungswert abweicht.

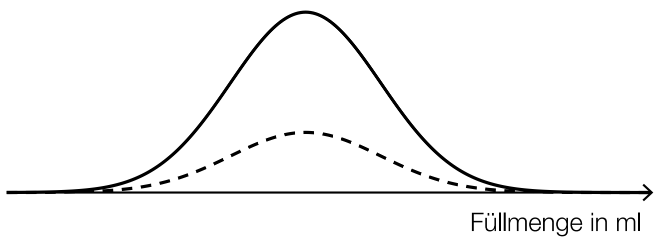
b) In einer anderen Abfüllanlage ist die Füllmenge von Limonadeflaschen ebenfalls annähernd normalverteilt.

Aus Erfahrung weiß man, dass 10 % der Limonadeflaschen eine Füllmenge von mehr als 505 ml haben.

1) Veranschaulichen Sie die Füllmenge von 505 ml und die oben beschriebene Wahrscheinlichkeit von 10 % in der nachstehenden Abbildung.



c) 1) Erklären Sie, warum nicht beide Graphen in der nachstehenden Abbildung Graph der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariablen sein können.



Lösung zur Aufgabe 4

Limonadeflaschen

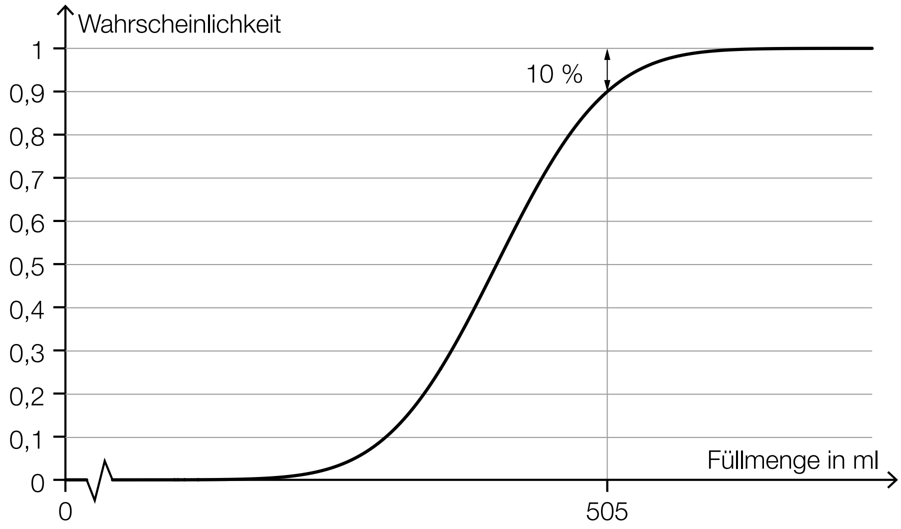
a1) X ... Füllmenge in ml

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X < 500) + P(X > 508) = 0{,}4670...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 46,7 %.

b1)



c1) Der Flächeninhalt zwischen dem Graphen einer Dichtefunktion und der waagrechten Achse beträgt immer 1. Aus der Abbildung erkennt man, dass die beiden Flächeninhalte unterschiedlich groß sind. Somit kann mindestens 1 Graph nicht Graph einer Dichtefunktion sein.