Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Mai/Juni 2023

Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z.B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z.B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Vektoren

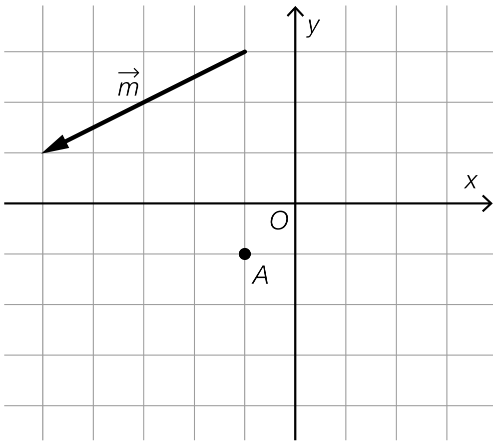
a) Eine Parameterdarstellung der Geraden g und der Punkt $P \in g$ sind gegeben.

$P = (-3{,}2\,|\,1{,}4)$

$g\colon X = \begin{pmatrix} 4 \\ c \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad c, t \in \mathbb{R}$

1) Ermitteln Sie c.

b) In der nachstehenden Abbildung sind der Punkt A und der Vektor $\vec{m}$ dargestellt.



1) Zeichnen Sie den Punkt B so ein, dass gilt: $B = A - 0{,}5 \cdot \vec{m}$

c) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} w \\ 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ v \end{pmatrix}$ mit $v, w \in \mathbb{R}$.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für alle $v, w \in \mathbb{R}$ sind die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ jedenfalls ___①___, wenn gilt: ___②___.

①	
parallel	☐
normal aufeinander	☐
gleich lang	☐

②	
$w = -2 \cdot v$	☐
$w = v$	☐
$2 \cdot w = v$	☐

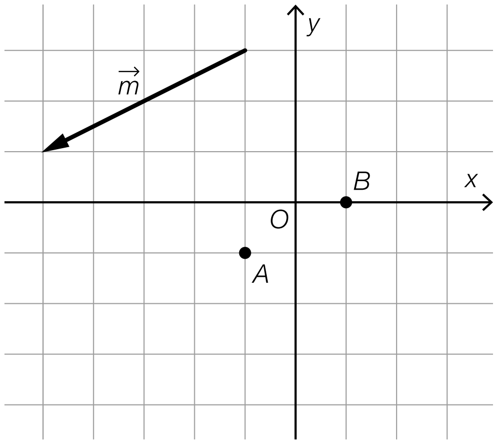
Lösung zur Aufgabe 1

Vektoren

a1) $-3{,}2 = 4 + 2 \cdot t$
$t = -3{,}6$

$1{,}4 = c + t \cdot 1$
$c = 5$

b1)



c1)

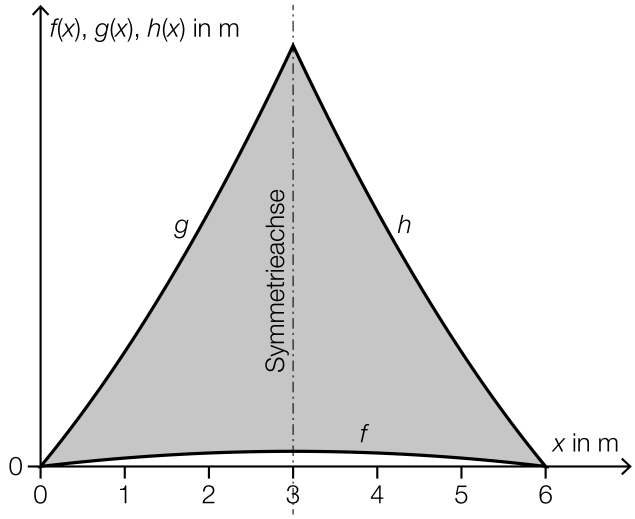
①	
normal aufeinander	☒

②	
$w = -2 \cdot v$	☒

Aufgabe 2

Beschattung

a) Für die Beschattung einer Terrasse wird ein symmetrisches Sonnensegel aus Stoff angefertigt. Die Begrenzungslinien können mithilfe der Graphen der Funktionen f, g und h beschrieben werden (siehe nachstehende Abbildung).



Der Flächeninhalt A der grau markierten Fläche soll berechnet werden.

1) Tragen Sie in die nachstehende Formel die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$A = 2 \cdot \int_0^{\boxed{}} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\boxed{}} \boxed{}\,\mathrm{d}x$$

Für die Funktion f gilt: $f(x) = -\frac{1}{50} \cdot x^2 + u \cdot x$

2) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den Koeffizienten u.

Eine der Begrenzungslinien kann durch den Graphen der Funktion h mit $h(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ beschrieben werden.

3) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Der Koeffizient a muss ______①______ sein; der Graph der Funktion h ______②______.

①	
positiv	☐
negativ	☐
gleich null	☐

②	
ist positiv gekrümmt	☐
ist negativ gekrümmt	☐
hat keine Krümmung	☐

Lösung zur Aufgabe 2

Beschattung

a1) $A = 2 \cdot \int_0^{\boxed{3}} g(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{\boxed{6}} \boxed{f(x)}\,\mathrm{d}x$

a2) $f(6) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{50} \cdot 6^2 + u \cdot 6 = 0$

oder:

$f'(3) = 0$ *oder:* $-\frac{1}{25} \cdot 3 + u = 0$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$u = 0{,}12$

a3)

①	
positiv	☒

②	
ist positiv gekrümmt	☒

Aufgabe 3

Erwerbstätigkeit

a) In einer bestimmten Stadt gab es zu Beobachtungsbeginn 20000 Erwerbstätige. Innerhalb von 4 Jahren erhöhte sich diese Anzahl um 6000. In einem einfachen Modell geht man davon aus, dass die Anzahl der Erwerbstätigen jedes Jahr um denselben Wert zunimmt.

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$f(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

1) Stellen Sie eine Gleichung der Funktion f auf.

b) Die Anzahl der Erwerbstätigen in einer anderen Stadt kann in Abhängigkeit von der Zeit t mithilfe der Funktion g beschrieben werden.

$g(t) = 24000 \cdot 1{,}02^t$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$g(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

Die Lösung der nachstehenden Gleichung wurde berechnet:

$48000 = 24000 \cdot 1{,}02^{t_1}$
$t_1 \approx 35$ Jahre

1) Interpretieren Sie den Wert 35 im gegebenen Sachzusammenhang.

c) In einer weiteren Stadt kann die Anzahl der Erwerbstätigen näherungsweise mithilfe der Funktion h beschrieben werden.

$h(t) = 6000 - 2312 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren seit Beobachtungsbeginn
$h(t)$ ... Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt zum Zeitpunkt t

20 Jahre nach Beobachtungsbeginn gab es in dieser Stadt 5400 Erwerbstätige.

1) Berechnen Sie den Parameter λ.

Lösung zur Aufgabe 3

Erwerbstätigkeit

a1) $f(t) = \frac{6\,000}{4} \cdot t + 20\,000$

oder:

$f(t) = 1\,500 \cdot t + 20\,000$

b1) Nach rund 35 Jahren hat sich die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt verdoppelt.

oder:

Die Verdoppelungszeit für die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt beträgt rund 35 Jahre.

oder:

Nach rund 35 Jahren ist die Anzahl der Erwerbstätigen in dieser Stadt auf 48000 gestiegen.

c1) $5\,400 = 6\,000 - 2\,312 \cdot e^{-20 \cdot \lambda}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$\lambda = 0{,}0674...$

Aufgabe 4

Basketball

Eine bestimmte Basketballmannschaft hat 20 Spieler, davon sind 16 Spieler größer als 1,90 m.

a) Die 16 größten Spieler haben eine durchschnittliche Körpergröße von 2,00 m.
Die übrigen Spieler haben eine durchschnittliche Körpergröße von 1,80 m.

1) Berechnen Sie die durchschnittliche Körpergröße aller 20 Spieler.

Es werden 3 Spieler zufällig ausgewählt.

2) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch den nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{14}{18} + 3 \cdot \frac{16}{20} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{4}{18} \approx 0{,}91$$

b) Für die Anwesenheiten bei den regelmäßigen Trainings wird Folgendes angenommen:
Bei jedem Training nimmt jeder der 20 Spieler unabhängig von den anderen Spielern mit der Wahrscheinlichkeit p am Training teil. Die zu erwartende Anzahl der Spieler, die <u>nicht</u> an einem Training teilnehmen, wird mit A bezeichnet.

1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung von A auf.

$A =$ ____________________

Lösung zur Aufgabe 4

Basketball

a1) $\frac{16 \cdot 2{,}00 + 4 \cdot 1{,}80}{20} = 1{,}96$

Die durchschnittliche Körpergröße aller Spieler ist 1,96 m.

a2) Von den 3 ausgewählten Spielern sind mindestens 2 Spieler größer als 1,90 m.

oder:

Von den 3 ausgewählten Spielern ist höchstens 1 Spieler kleiner als 1,90 m.

b1) $A = 20 \cdot (1 - p)$