

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2022

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

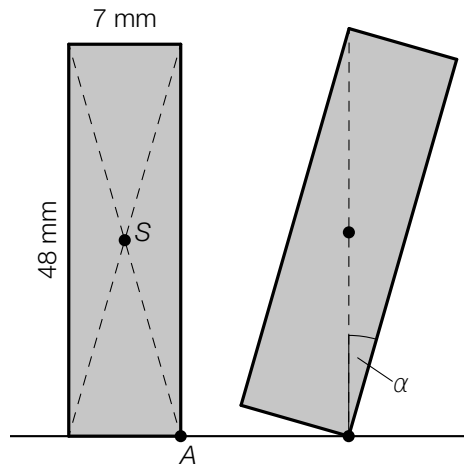
Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Dominosteine

Im Rahmen einer Fernsehshow werden Dominosteine so hintereinander aufgestellt, dass nach dem Anstoßen des ersten Dominosteines alle anderen nacheinander umfallen.

- a) Ein aufgestellter Dominostein fällt nach dem Anstoßen um, wenn der Schwerpunkt S über den Auflagepunkt A kippt (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Abbildung in der Ansicht von der Seite).



- 1) Berechnen Sie den in der obigen Abbildung eingezeichneten Winkel α .
- b) In einer bestimmten Fernsehshow wurden 2 500 000 Dominosteine aufgestellt.
In der darauffolgenden Fernsehshow wurden 3 112 000 Dominosteine aufgestellt.
- 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{3\,112\,000 - 2\,500\,000}{2\,500\,000} = 0,2448$$

- c) In einer Box sind r Stück rote und g Stück grüne Dominosteine enthalten.

Folgendes ist bekannt:

Insgesamt sind 940 Stück Dominosteine in der Box.

Es sind um 12 % weniger rote Dominosteine als grüne Dominosteine in der Box.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von r und g .

Lösung zur Aufgabe 1

Dominosteine

a1) $\tan(\alpha) = \frac{7}{48}$
 $\alpha = 8,29\dots^\circ$

b1) In der darauffolgenden Fernsehshow wurden um 24,48 % mehr Dominosteine aufgestellt als in der vorhergehenden Fernsehshow.

c1) $r + g = 940$
 $r = g \cdot 0,88$

Aufgabe 2

Datenspeicherung

- a) Für die Speicherung von Daten werden immer öfter sogenannte SSDs verwendet. Im Jahr 2015 wurden von diesen SSDs 103 Millionen Stück verkauft, im Jahr 2020 waren es 223 Millionen Stück.

- 1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie dabei die zugehörige Einheit an.

$$\frac{223 - 103}{2020 - 2015} = 24$$

Die zeitliche Entwicklung der insgesamt bis zum Zeitpunkt t verkauften SSDs soll durch die Polynomfunktion 3. Grades f modelliert werden.

$$f(t) = a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Ende des Jahres 2013

$f(t)$... Anzahl der insgesamt bis zum Zeitpunkt t verkauften SSDs in Millionen Stück

In der nachstehenden Tabelle ist die Anzahl der insgesamt verkauften SSDs für drei Jahre angegeben.

Ende des Jahres	2013	2015	2020
Anzahl der insgesamt verkauften SSDs in Millionen Stück	57	160	383

Am Ende des Jahres 2020 betrug die momentane Änderungsrate für die Anzahl der insgesamt verkauften SSDs 14,2 Millionen Stück pro Jahr.

- 2) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Ermittlung der Koeffizienten a , b , c und d .

- b) Das weltweit vorhandene Datenvolumen in Milliarden Terabyte in Abhängigkeit von der Zeit t in Jahren wird in einem einfachen Modell durch die Funktion D beschrieben.

$$D(t) = 40 \cdot 1,41^t$$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2020

$D(t)$... Datenvolumen zum Zeitpunkt t in Milliarden Terabyte

- 1) Berechnen Sie die Verdoppelungszeit des Datenvolumens gemäß diesem Modell.

Lösung zur Aufgabe 2

Datenspeicherung

a1) Die Anzahl der verkauften SSDs stieg im Zeitraum von 2015 bis 2020 um durchschnittlich 24 Millionen Stück pro Jahr.

$$\begin{aligned} \text{a2) } f(t) &= a \cdot t^3 + b \cdot t^2 + c \cdot t + d \\ f'(t) &= 3 \cdot a \cdot t^2 + 2 \cdot b \cdot t + c \end{aligned}$$

$$f(0) = 57$$

$$f(2) = 160$$

$$f(7) = 383$$

$$f'(7) = 14,2$$

oder:

$$d = 57$$

$$8 \cdot a + 4 \cdot b + 2 \cdot c + d = 160$$

$$343 \cdot a + 49 \cdot b + 7 \cdot c + d = 383$$

$$147 \cdot a + 14 \cdot b + c = 14,2$$

$$\text{b1) } 80 = 40 \cdot 1,41^t$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

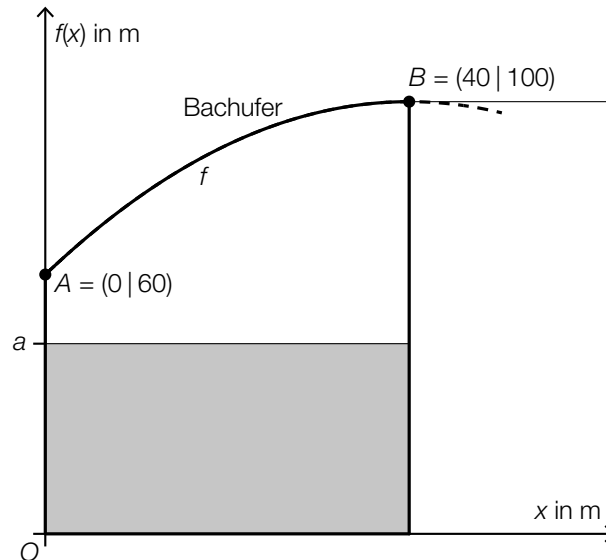
$$t = 2,0\dots$$

Die Verdoppelungszeit beträgt rund 2 Jahre.

Aufgabe 3

Bachufer

- a) In der nachstehenden Abbildung ist ein Grundstück in einem Koordinatensystem modellhaft dargestellt.



Das Grundstück wird auf einer Seite durch ein Bachufer begrenzt. Der Verlauf dieses Bachufers kann im Intervall $[0; 40]$ näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

$$f(x) = -0,025 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 60$$

Die Hälfte des gesamten Grundstücks soll begrünt werden. Daher wird ein rechteckiger Teil des Grundstücks eingezäunt (siehe obige Abbildung).

- 1) Berechnen Sie die Seitenlänge a des Rechtecks.

Von A bis B wird ein anderer geradlinig verlaufender Zaun errichtet.

- 2) Stellen Sie eine Gleichung der Geraden durch die Punkte A und B auf.

Der Verlauf des Bachufers kann ab dem Punkt B näherungsweise durch die Tangente an die Funktion f beschrieben werden (siehe obige Abbildung).

- 3) Zeigen Sie, dass die Tangente an die Funktion f im Punkt B parallel zur x -Achse verläuft.

Lösung zur Aufgabe 3

Bachufer

a1) gesamter Flächeninhalt:

$$\int_0^{40} f(x) dx = 3466,6\dots$$

$$a = \frac{3466,6\dots}{2 \cdot 40} = 43,3\dots$$

Die Seitenlänge a beträgt rund 43 m.

a2) $g(x) = k \cdot x + d$

$$A = (0 | 60), B = (40 | 100)$$

$$k = \frac{40}{40} = 1$$

$$g(x) = x + 60$$

a3) $f'(x) = -0,05 \cdot x + 2$

$$f'(40) = -0,05 \cdot 40 + 2 = 0$$

Da die 1. Ableitung an der Stelle 40 null ist, verläuft die Tangente parallel zur x -Achse.

Aufgabe 4

Stundenverkürzung

Die wöchentliche Unterrichtszeit in Österreichs Schulen ist üblicherweise in Unterrichtseinheiten (UE) zu je 50 min aufgeteilt. Eine bestimmte Schule verkürzt ihre UE auf je 40 min. Da jedoch die gesamte wöchentliche Unterrichtszeit gleich bleiben muss, steigt dadurch die Anzahl der UE.

- a) In der nachstehenden Tabelle ist für eine bestimmte Klasse die tägliche Anzahl der UE zu je 50 min dargestellt.

Unterrichtstag	Anzahl der UE zu je 50 min
Montag	8
Dienstag	6
Mittwoch	5
Donnerstag	8
Freitag	5

Der Unterricht dieser Klasse soll nun in UE zu je 40 min aufgeteilt werden.

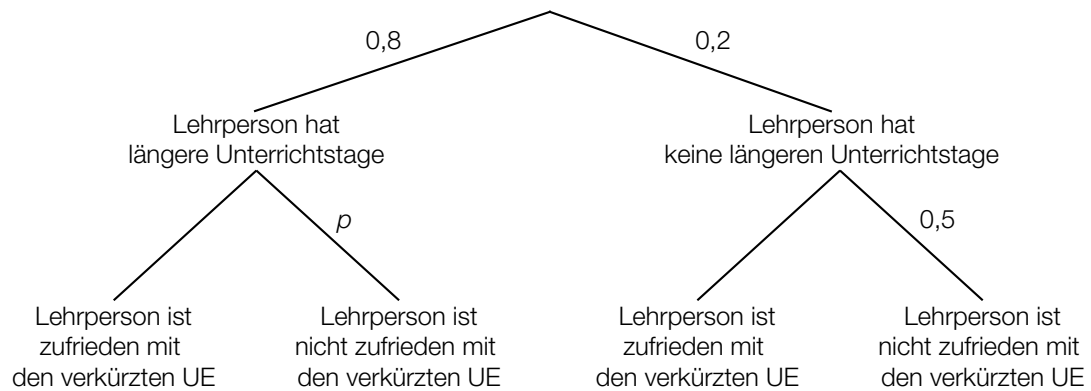
- 1) Berechnen Sie die durchschnittliche tägliche Anzahl an UE zu je 40 min.
- b) Eine schulinterne Umfrage hat ergeben: 98% aller Schüler/innen möchten die verkürzten UE beibehalten.

Es werden 4 Schüler/innen zufällig ausgewählt.

- 1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$$P(E) = 0,98^4 + 0,98^3 \cdot 0,02 \cdot 4 = 0,997\dots$$

- c) Durch die Verkürzung der UE ergeben sich für 80 % der Lehrpersonen längere Unterrichtstage.
Die Ergebnisse einer schulinternen Umfrage über die Zufriedenheit mit den verkürzten UE sind im nachstehenden Baumdiagramm dargestellt.



- 1) Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E auf.

E ... „eine zufällig ausgewählte Lehrperson ist zufrieden mit den verkürzten UE“

$P(E) =$ _____

Lösung zur Aufgabe 4

Stundenverkürzung

$$\text{a1) } \frac{1}{5} \cdot \frac{32 \cdot 50}{40} = 8$$

Pro Unterrichtstag finden durchschnittlich 8 UE zu je 40 min statt.

b1) E ... „von diesen 4 Schülerinnen und Schülern möchten mindestens 3 die verkürzten UE beibehalten“

$$\text{c1) } P(E) = 0,8 \cdot (1 - p) + 0,2 \cdot 0,5$$