Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Juni 2022

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Spielplatz

Auf einem Spielplatz stehen verschiedene Spielgeräte zur Verfügung.

a) In Abbildung 1 ist eine Wippe abgebildet. In Abbildung 2 ist diese Wippe in einer Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.

Abbildung 1

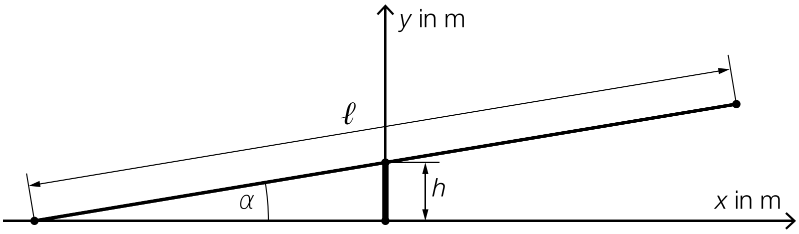


Abbildung 2

Bildquelle: Chabe01 – own work, CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Aire_Jeux_Rives_Menthon_St_Cyr_Menthon_16.jpg [23.12.2021] (adaptiert).

Der Balken hat die Länge ℓ und sein Mittelpunkt befindet sich in der Höhe *h*.

1) Stellen Sie mithilfe von *h* und ℓ eine Formel zur Berechnung des Winkels α auf.

α = ____

b) Die kreisförmige Sprungfläche eines Trampolins hat einen Flächeninhalt von 5 m².

1) Berechnen Sie den Durchmesser der Sprungfläche dieses Trampolins.

c) Eine alte Sandkiste mit quadratischer Grundfläche mit der Seitenlänge *a* und der Höhe *h* wird durch eine neue Sandkiste ersetzt.

Diese neue Sandkiste mit quadratischer Grundfläche soll die gleiche Höhe, aber um 50 % größere Seitenlängen als die alte Sandkiste haben.

1) Zeigen Sie, dass das Volumen der neuen Sandkiste <u>nicht</u> doppelt so groß wie jenes der alten Sandkiste ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Spielplatz

a1) $\alpha = \arcsin\left(\frac{h}{\frac{\ell}{2}}\right)$

oder:

$\alpha = \arcsin\left(\frac{2 \cdot h}{\ell}\right)$

b1) $d = 2 \cdot \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 2{,}52...$

Die Sprungfläche hat einen Durchmesser von rund 2,5 m.

c1) $V_{\text{alt}} = a^2 \cdot h$

$V_{\text{neu}} = (1{,}5 \cdot a)^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot a^2 \cdot h = 2{,}25 \cdot V_{\text{alt}}$

Das Volumen der neuen Sandkiste ist also nicht doppelt so groß wie jenes der alten Sandkiste.

Auch ein Nachweis mit konkreten Zahlen ist als richtig zu werten.

Aufgabe 2

Bierschaum

Nach dem Einschenken von Bier in ein Glas fällt der entstandene Bierschaum langsam wieder in sich zusammen.

a) Thomas misst die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein bestimmtes Glas. In der nachstehenden Tabelle sind seine Messergebnisse angegeben.

Zeit nach dem Einschenken in s	0	20	60
Höhe des Bierschaums in cm	4	2,5	2

1) Ermitteln Sie die mittlere Änderungsrate der Höhe des Bierschaums für die ersten 60 Sekunden nach dem Einschenken. Geben Sie das Ergebnis mit der dazugehörigen Einheit an.

Die Höhe des Bierschaums soll durch eine Exponentialfunktion h der Form $h(t) = a \cdot b^t$ beschrieben werden.

t ... Zeit nach dem Einschenken in s
$h(t)$ ... Höhe des Bierschaums zum Zeitpunkt t in cm

2) Zeigen Sie, dass es keine Exponentialfunktion h dieser Form gibt, auf deren Graphen alle 3 Messergebnisse liegen.

b) Martin beschreibt die Höhe des Bierschaums nach dem Einschenken in ein anderes Glas durch die Funktion f (siehe unten stehende Abbildungen).

1) Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung 2 den Graphen von f'.

Abbildung 1

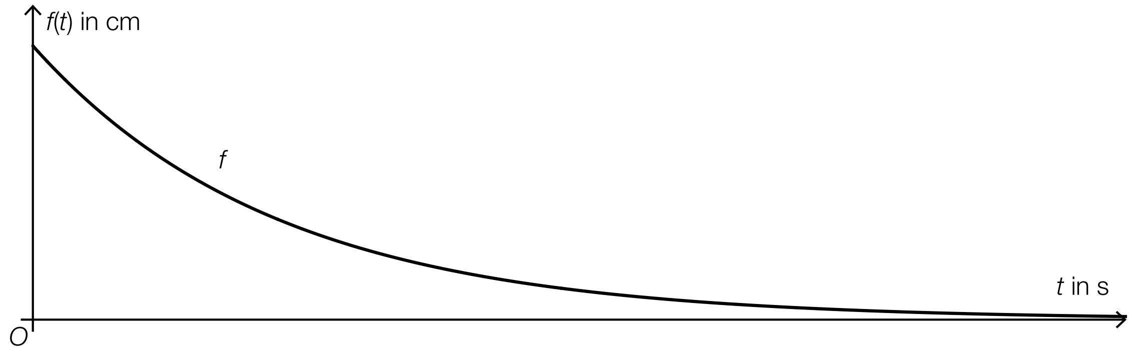


Abbildung 2

Lösung zur Aufgabe 2

Bierschaum

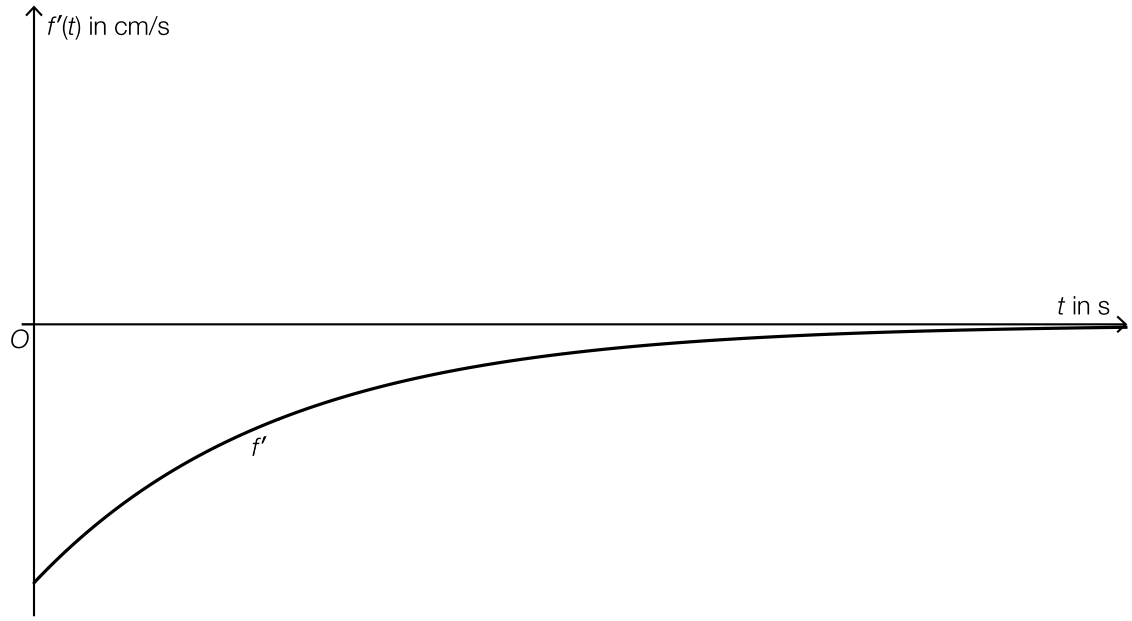
a1) $\frac{2-4}{60-0} = -0{,}0\dot{3}$
Die mittlere Änderungsrate beträgt rund –0,03 cm/s.

a2) $4 \cdot b^{20} = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[20]{\frac{2{,}5}{4}} = 0{,}976...$

$4 \cdot b^{60} = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \sqrt[60]{\frac{2}{4}} = 0{,}988...$

Da die Änderungsfaktoren nicht gleich sind, gibt es keine Exponentialfunktion dieser Form, auf deren Graphen alle 3 Messergebnisse liegen.

b1)



Der Graph muss monoton steigend und negativ gekrümmt sein und sich asymptotisch der horizontalen Achse nähern.

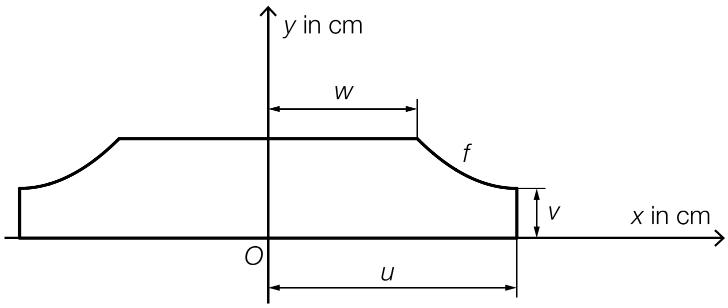
Aufgabe 3

Rohrabdeckung

a) In der nebenstehenden Abbildung ist das Bild einer Rohrabdeckung für zwei Heizungsrohre dargestellt.

Bildquelle: BMBWF

In der nachstehenden Abbildung ist die Querschnittsfläche dieser Rohrabdeckung in der Ansicht von der Seite modellhaft dargestellt.



Ein Teil der Begrenzungslinie des Querschnitts kann durch den Graphen der quadratischen Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ modelliert werden.

Der Scheitelpunkt der Funktion f hat die Koordinaten $(u|v)$.
Der Steigungswinkel an der Stelle w beträgt –45°.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b und c. Verwenden Sie dabei u, v und w.

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung diejenige Fläche, deren Inhalt mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.
$\int_w^u f(x)\,\mathrm{d}x$

Für eine bestimmte Rohrabdeckung mit $u = 5$ gilt:

$f(x) = 0{,}25 \cdot x^2 - 2{,}5 \cdot x + 8{,}75 \quad \text{mit} \quad w \leq x \leq u$

3) Berechnen Sie für diese Rohrabdeckung die Länge v.

Lösung zur Aufgabe 3

Rohrabdeckung

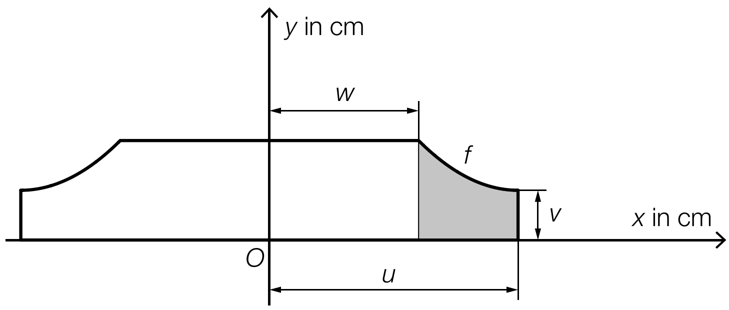
a1) $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$
$f'(x) = 2 \cdot a \cdot x + b$

I: $f(u) = v$
II: $f'(u) = 0$
III: $f'(w) = -1$

oder:

I: $a \cdot u^2 + b \cdot u + c = v$
II: $2 \cdot a \cdot u + b = 0$
III: $2 \cdot a \cdot w + b = -1$

a2)



a3) $f(5) = 2{,}5$

Die Länge v beträgt 2,5 cm.

Aufgabe 4

Paketdienste

Aufgrund des stark zunehmenden Online-Handels nutzen immer mehr Menschen Paketdienste.

a) Zur Meldung von Problemen mit Paketdiensten gibt es eigene Beschwerdestellen.
Aufgrund langfristiger Beobachtungen ist bekannt, dass bei einer solchen Beschwerdestelle 11 % aller Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

An einem bestimmten Tag gehen insgesamt 42 Beschwerden unabhängig voneinander ein.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau 8 dieser 42 Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten erfolgen.

b) Für jeden Paketdienst ist die *Erstzustellquote* eine wichtige Größe.
Die Erstzustellquote entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewähltes Paket beim ersten Versuch zugestellt werden kann. Bei einem bestimmten Paketdienst beträgt die Erstzustellquote 90 %.

Eine Paketfahrerin soll n Pakete zustellen.

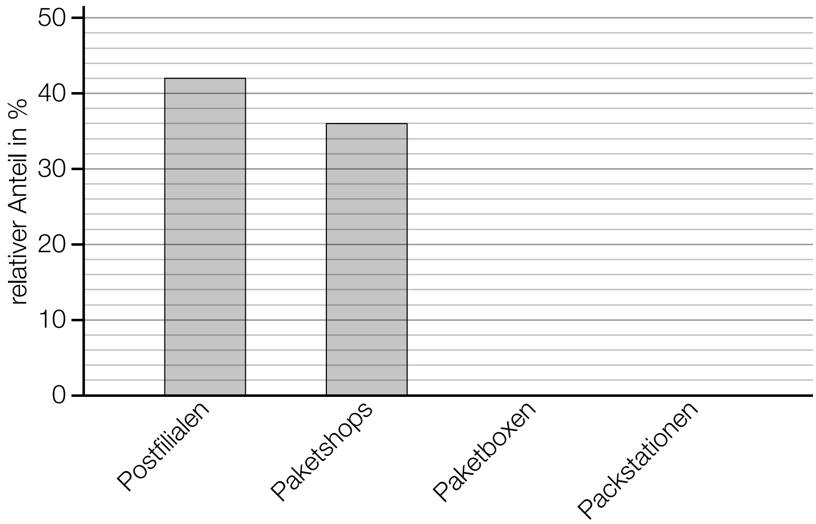
1) Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 0{,}9^n$

c) Mit einem bestimmten Paketdienst konnten im Jahr 2020 von insgesamt 31 200 Abgabestellen Pakete versendet werden.

Diese 31 200 Abgabestellen setzten sich aus 13 104 Postfilialen, 11 232 Paketshops, 624 Paketboxen und einer bestimmten Anzahl an Packstationen zusammen.

1) Ergänzen Sie die zwei fehlenden Säulen im nachstehenden Säulendiagramm.



Lösung zur Aufgabe 4

Paketdienste

a1) X ... Anzahl der Beschwerden wegen zu langer Lieferzeiten

Binomialverteilung mit $n = 42$, $p = 0{,}11$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 8) = 0{,}0481...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 4,8 %.

b1) E ... „die Paketfahrerin kann von diesen n Paketen mindestens 1 Paket nicht beim ersten Versuch zustellen"

c1) $\frac{624}{31\,200} = 0{,}02$

$\frac{31\,200 - 13\,104 - 11\,232 - 624}{31\,200} = 0{,}2$