Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

12. Jänner 2022

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum auf und kann auf Wunsch eingesehen werden.

Das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Arbeitsblätter sind abzugeben.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9" gewählt und dann auf „2 + 2 = 4" geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4" übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Bewertung

Jede Aufgabe im Teil 1 und jede Teilaufgabe im Teil 2 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, ½ oder 1 Punkt bewertet. Die jeweils zu erreichenden Punkte sind bei jeder (Teil-)Aufgabe angeführt.

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Zahlendarstellungen

Für Zahlen gibt es verschiedene Darstellungsmöglichkeiten. So ist etwa $\frac{1}{2} = 0{,}5$ als endliche Dezimalzahl oder $\frac{1}{6} = 0{,}1\dot{6}$ als periodische Dezimalzahl darstellbar.

Unten stehend sind Aussagen zu Darstellungsmöglichkeiten verschiedener Zahlen gegeben.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Jede rationale Zahl lässt sich als endliche Dezimalzahl oder als periodische Dezimalzahl darstellen.	☐
Jede reelle Zahl kann als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden.	☐
Jeder Bruch zweier ganzer Zahlen kann als endliche Dezimalzahl dargestellt werden.	☐
Es gibt rationale Zahlen, die man nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen kann.	☐
Es gibt Quadratwurzeln natürlicher Zahlen, die nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen dargestellt werden können.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 2

Bremsvorgang

Ein PKW fährt mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s und soll mit einer Bremsung zum Stillstand gebracht werden. Seine Geschwindigkeit nimmt dabei pro Sekunde um b m/s ab.

Mit t wird die Zeitdauer vom Beginn des Bremsvorgangs bis zum Stillstand des PKWs bezeichnet (t in s).

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Gleichung auf, die den Zusammenhang zwischen t und b beschreibt.

[0/1 P.]

Aufgabe 3

Parameter einer quadratischen Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + k \cdot x + 4 \cdot k = 0$ mit dem Parameter $k \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die zwei unterschiedlichen Werte k_1 und k_2 von k, für die die gegebene Gleichung genau eine Lösung hat.

k_1 = ____

k_2 = ____

[0/½/1 P.]

Aufgabe 4

Gleichungssystem

Von einem linearen Gleichungssystem mit zwei Gleichungen in den zwei Variablen x und y ist die Gleichung I gegeben.

I: $2 \cdot x + y = 1$

Die Lösungsmenge des Gleichungssystems soll leer sein.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine passende Gleichung II in x und y an.

II: ____

[0 / 1 P.]

Aufgabe 5

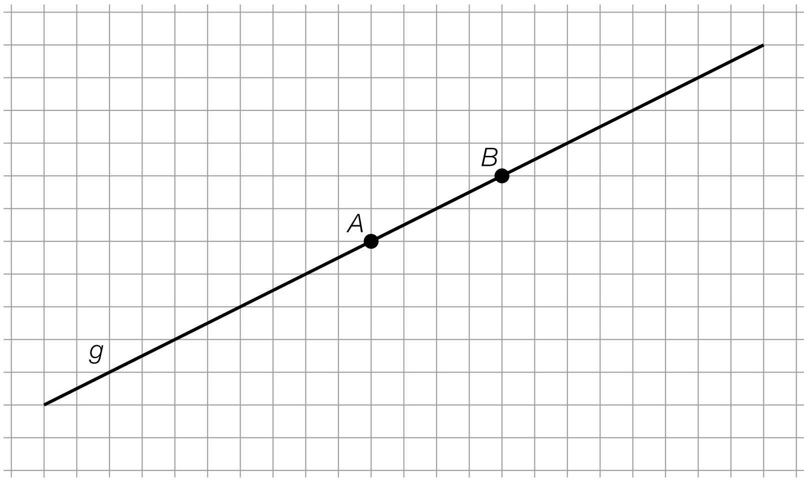
Punkt auf einer Geraden

Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und B und kann durch $g: X = A + t \cdot \overrightarrow{AB}$ mit $t \in \mathbb{R}$ beschrieben werden.

Für den Punkt $C \in g$ gilt: $t = -1{,}5$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Punkt C ein.

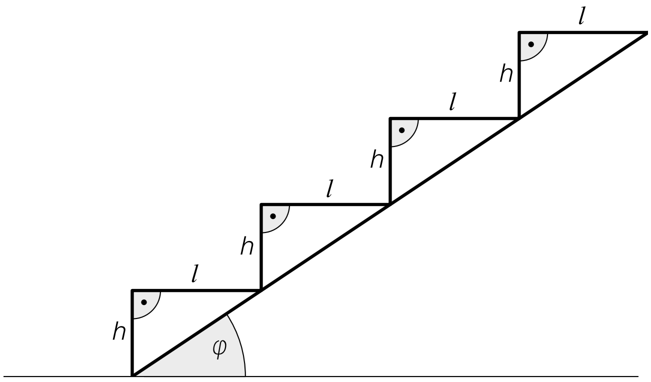


[0 / 1 P.]

Aufgabe 6

Treppe

In der nachstehenden Abbildung ist eine Treppe mit der Stufenhöhe h (in cm), der Stufenlänge l (in cm) und dem Steigungswinkel φ dargestellt.



Es sollen folgende Bedingungen erfüllt sein:
- $2 \cdot h + l = 63$
- Die Stufenlänge l liegt im Intervall [21 cm; 36,5 cm].

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den kleinstmöglichen und den größtmöglichen Steigungswinkel φ (in °), bei dem die oben genannten Bedingungen erfüllt sind.

kleinstmöglicher Steigungswinkel φ: __________ °

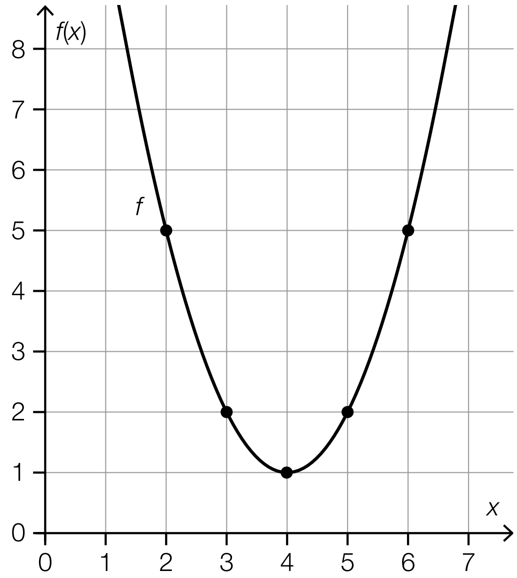
größtmöglicher Steigungswinkel φ: __________ °

[0/½/1 P.]

Aufgabe 7

Wertepaare

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der quadratischen Funktion *f*.
Die gekennzeichneten Punkte des Graphen haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für ___①___ gilt $f(x) \leq 5$; für $x \in [3; 5]$ gilt ___②___.

①	
$x \in [1; 5]$	☐
$x \in [2; 6]$	☐
$x \in [3; 7]$	☐

②	
$f(x) \in [1; 2]$	☐
$f(x) \in [0; 1]$	☐
$f(x) \in [2; 5]$	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 8

Schnittpunkte einer Geraden mit der x-Achse

Jede Gleichung der Form $y = k \cdot x + d$ mit $k, d \in \mathbb{R}$ beschreibt eine Gerade in der Ebene.

Aufgabenstellung:

Geben Sie diejenigen Bedingungen an, die die Parameter k und d einer solchen Geraden auf jeden Fall erfüllen müssen, damit diese keinen Schnittpunkt mit der x-Achse hat.

Bedingung für k: ____________________

Bedingung für d: ____________________

[0/½/1 P.]

Aufgabe 9

Flächeninhalt von Rechtecken

Die Funktion f ordnet der Breite x (mit $x > 0$) eines Rechtecks mit dem Flächeninhalt 26 cm^2 die Länge $f(x)$ zu (x, $f(x)$ in cm).

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf.

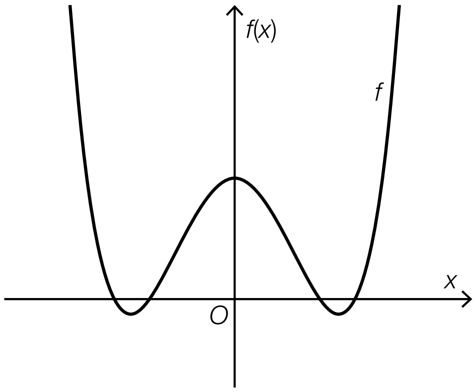
$f(x) =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 10

Grad einer Polynomfunktion

Nachstehend ist der Graph der Polynomfunktion *f* abgebildet. Außerhalb des dargestellten Bereichs hat *f* keine Null-, keine Extrem- und keine Wendestellen.



Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum der Grad von *f* mindestens 4 sein muss.

[0/1 P.]

Aufgabe 11

Körperliche Leistungsfähigkeit

Im Rahmen einer Studie wird jährlich die körperliche Leistungsfähigkeit bestimmter Personen untersucht. Das Ergebnis wird in Punkten angegeben. Modellhaft wird angenommen, dass diese Punktzahl mit zunehmendem Alter exponentiell abnimmt.

Lena ist eine dieser Personen. Von ihr sind folgende Daten bekannt:

Alter in Jahren	55	60
Punktzahl	1 800	1 650

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie unter Verwendung eines exponentiellen Modells, ab welchem Alter Lena voraussichtlich höchstens 1 200 Punkte erreichen wird.

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Bevölkerungszahl

Es wurde erhoben, wie sich die Bevölkerungszahl in verschiedenen Städten in den vergangenen fünf Jahren verändert hat.
Zwei der unten angeführten Situationen können als exponentielles Wachstum der jeweiligen Bevölkerungszahl beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Situationen an, die jeweils mithilfe einer Exponentialfunktion angemessen beschrieben werden können. *[2 aus 5]*

Die Bevölkerungszahl nahm jedes Jahr um $\frac{1}{10}$ der Bevölkerungszahl des jeweiligen Vorjahres zu.	☐
Die Bevölkerungszahl hat im ersten Jahr um 10 000, im zweiten um 20 000, im dritten um 30 000, im vierten um 40 000 und im letzten Jahr um 50 000 zugenommen.	☐
Die Bevölkerungszahl war jedes Jahr um 5 % größer als im jeweiligen Vorjahr.	☐
Die Bevölkerungszahl war jedes Jahr um 20 000 größer als im jeweiligen Vorjahr.	☐
Die Bevölkerungszahl war in den ersten zwei Jahren jedes Jahr um 5 % größer als im jeweiligen Vorjahr, dann jedes Jahr um 15 % größer als im jeweiligen Vorjahr.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 13

Intervallgrenze

Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x) = -x^2 + 3 \cdot x + 2$.

Im Intervall $[0; b]$ (mit $b > 0$) ist die mittlere Änderungsrate von f gleich null.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Intervallgrenze b.

$b =$ ____

[0/1 P.]

Aufgabe 14

Traubensaft

Ein bestimmter Behälter wird mit Traubensaft befüllt. Die Funktion f beschreibt den Füllstand des Traubensafts im Behälter in Abhängigkeit von der Zeit t. Dabei gilt:

- Der Füllvorgang erfolgt ohne Unterbrechung.
- Die Zunahme des Füllstands nimmt laufend (d. h. streng monoton) ab.

t ... Zeit seit Beginn des Füllvorgangs in s
$f(t)$ ... Füllstand des Traubensafts im Behälter zur Zeit t in cm
t_1, t_2 ... zwei bestimmte Zeitpunkte während des Füllvorgangs mit $t_1 < t_2$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

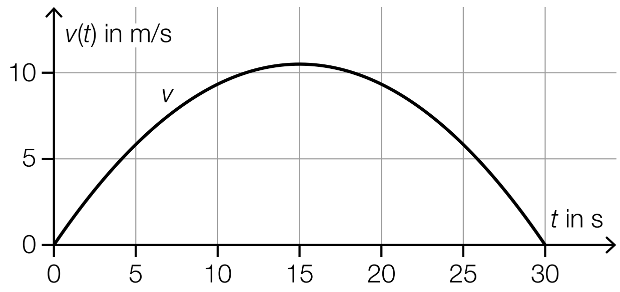
Die 1. Ableitung von f hat an der Stelle t_1 einen positiven Wert.	☐
Die 1. Ableitung von f hat an der Stelle t_2 einen negativen Wert.	☐
Die 1. Ableitung von f hat an der Stelle t_1 den gleichen Wert wie die 1. Ableitung von f an der Stelle t_2.	☐
Die 2. Ableitung von f hat an der Stelle t_1 einen positiven Wert.	☐
Die 2. Ableitung von f hat an der Stelle t_2 einen negativen Wert.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 15

Zeit-Geschwindigkeit-Funktion

Für die Bewegung eines bestimmten Körpers gibt $v(t)$ die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t an (t in s, $v(t)$ in m/s). Der Graph von v ist im Zeitintervall [0; 30] in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Unten stehend sind Aussagen über die Zeit-Weg-Funktion s und die Zeit-Beschleunigung-Funktion a für diese Bewegung angeführt (t in s, $s(t)$ in m, $a(t)$ in m/s²).

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Es gilt: $s(10) < 10$.	☐
Es gibt einen Zeitpunkt $t_0 \in [0; 30]$ mit $a(t_0) = 0$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 15$ ist die Beschleunigung maximal.	☐
Es gilt: $s(30) - s(0) > 300$.	☐
Für alle $t_1, t_2 \in [0; 30]$ mit $t_2 > t_1$ gilt: $s(t_2) > s(t_1)$.	☐

[0 / 1 P.]

Aufgabe 16

Monotonie- und Krümmungsverhalten

Gegeben sind eine Polynomfunktion f und zwei Stellen x_1 und x_2 mit $x_1 < x_2$.
Für die 1. Ableitung f' von f gilt:
$f'(x_1) < 0$ und $f'(x_2) > 0$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf jeden Fall zutreffen. *[2 aus 5]*

Im Intervall $(x_1; x_2)$ gibt es mindestens eine Stelle x_0, für die $f'(x_0) = 0$ gilt.	☐
Die Funktion f hat im Intervall $(x_1; x_2)$ eine lokale Maximumstelle.	☐
Die Funktion f hat im Intervall $(x_1; x_2)$ eine Wendestelle.	☐
Im Intervall $(x_1; x_2)$ schneidet der Graph von f mindestens einmal die x-Achse.	☐
Im Intervall $(x_1; x_2)$ ändert sich das Monotonieverhalten von f.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 17

Bestimmtes Integral

Die Polynomfunktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ hat eine bestimmte Stammfunktion F. Von dieser Stammfunktion F sind nachstehend einige Wertepaare gegeben.

x	$F(x)$
0	0
1	1
2	3
3	6
4	10
5	15

Weiters ist die Funktion $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $g(x) = f(x) + 2$ gegeben.

Aufgabenstellung:

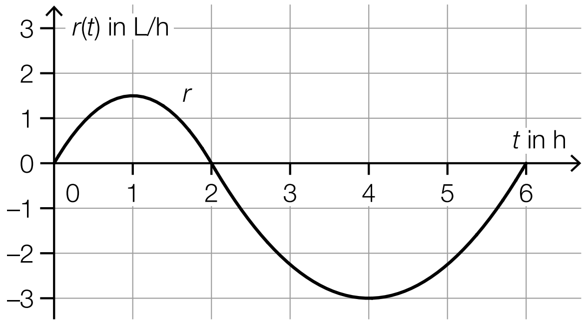
Berechnen Sie $\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x$.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 18

Zufluss und Abfluss

Die Flüssigkeitsmenge in einem bestimmten Gefäß ändert sich durch Zufluss und Abfluss.
Die reelle Funktion r ordnet jedem Zeitpunkt $t \in [0; 6]$ die momentane Änderungsrate $r(t)$ der Flüssigkeitsmenge in diesem Gefäß zu (t in h, $r(t)$ in L/h).



Dabei gilt:
$\int_0^2 r(t)\,\mathrm{d}t = 2$ und $\int_2^6 r(t)\,\mathrm{d}t = -8$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

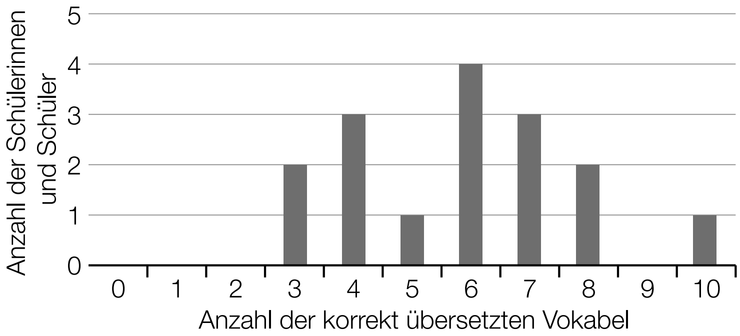
Es ist möglich, dass sich zum Zeitpunkt $t = 0$ genau 5 L Flüssigkeit im Gefäß befinden.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ befinden sich genau 2 L Flüssigkeit im Gefäß.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 2$ ist die Flüssigkeitsmenge im Gefäß am größten.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 4$ befindet sich weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 6$.	☐
Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich um 6 L weniger Flüssigkeit im Gefäß als zum Zeitpunkt $t = 0$.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 19

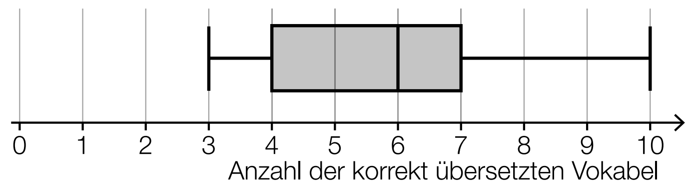
Vokabeltest

Bei einem Test sollen 16 Schülerinnen und Schüler jeweils 10 Vokabel übersetzen.
Das nebenstehende Säulendiagramm stellt das Ergebnis dieses Tests dar.

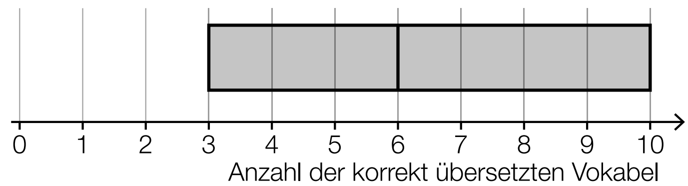


Aufgabenstellung:

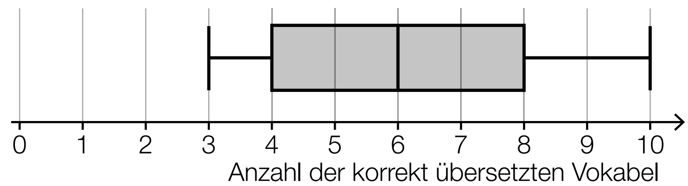
Kreuzen Sie denjenigen Boxplot an, der die Daten aus dem Säulendiagramm passend wiedergibt.
[1 aus 6]



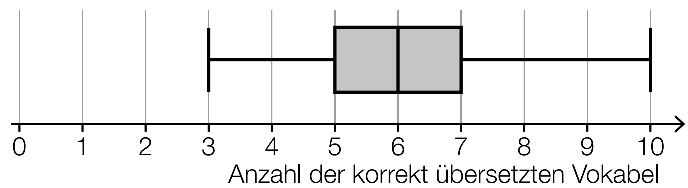
☐



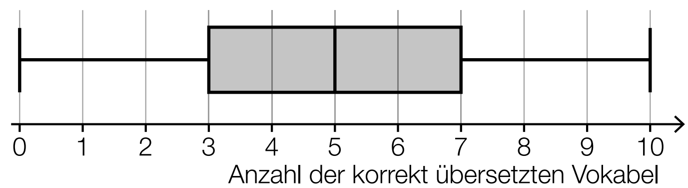
☐



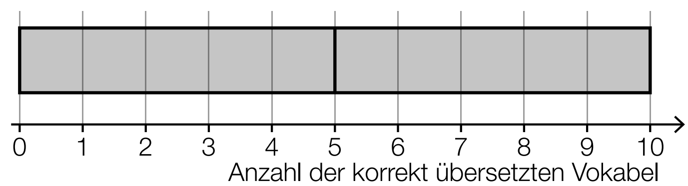
☐



☐



☐



☐

[0/1 P.]

Aufgabe 20

Ergänzung von Werten

Eine Datenliste enthält folgende Werte:

17, 20, 22, 25, 27, 28, 30, 31

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Datenliste um zwei ganzzahlige Werte a und b so, dass der Median $m = 26$ und das arithmetische Mittel $\bar{x} = 25$ gleich bleiben.

a = ____

b = ____

[0/1 P.]

Aufgabe 21

Feuerwehreinsatz

Die Feuerwehren in Niederösterreich veröffentlichten im Jahr 2017 folgende Daten über die Anzahl der Einsätze:

Gesamtzahl	65 270
Davon werden besonders erwähnt:	
Menschenrettung	2 395
Brandeinsatz	4 026
Brandsicherheitswache	12 708
Fehl- und Täuschungsalarm	5 283

Datenquelle: https://www.noen.at/niederoesterreich/chronik-gericht/bilanz-noe-feuerwehren-mussten-im-vorjahr-65-000-mal-ausruecken-bilanz-feuerwehr-noe-feuerwehreinsaetze-79417723 [23.09.2019].

Aufgabenstellung:

Geben Sie anhand der angeführten Daten die relative Häufigkeit h dafür an, dass es sich bei einem Feuerwehreinsatz um einen Brandeinsatz handelt.

h = ____

[0/1 P.]

Aufgabe 22

Sektoren eines Glücksrads

Ein bestimmtes Glücksrad hat drei unterschiedlich große Sektoren. Einer dieser Sektoren ist grün markiert, einer ist rot markiert und einer ist gelb markiert.
Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger des Glücksrads nach einer Drehung auf den gelben Sektor zeigt, beträgt für jede Drehung des Glücksrads (unabhängig von den vorangegangenen Drehungen) konstant p.

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie ein mögliches Ereignis im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit durch $(1 - p)^3$ berechnet werden kann.

[0/1 P.]

Aufgabe 23

Gewinnspiel

Auf dem Etikett einer Getränkeflasche ist ein Code für ein Gewinnspiel aufgedruckt.

- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 10 zu erzielen, beträgt 1 %.
- Die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Code einen Gewinn von € 2 zu erzielen, beträgt 4 %.

Es gibt keine weiteren Gewinne.

Die Zufallsvariable X gibt den Gewinn (in €) für einen Code an.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den Erwartungswert $E(X)$.

[0/1 P.]

Aufgabe 24

Approximation durch die Normalverteilung

Gegeben ist eine binomialverteilte Zufallsvariable, die durch die normalverteilte Zufallsvariable X mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ approximiert wird.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Ausdrücke an, deren Wert mindestens 66 % beträgt. *[2 aus 5]*

$P(0 \leq X \leq \mu)$	☐
$P(\mu \leq X)$	☐
$P(X \leq \mu - \sigma)$	☐
$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$	☐
$P(\mu - 2 \cdot \sigma \leq X)$	☐

[0 / 1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Krankenstände

Die durchschnittliche Dauer der Krankenstände von Angestellten in einem bestimmten Betrieb ist in den letzten Jahren gesunken.

Aufgabenstellung:

a) In der nachstehenden Tabelle ist für das Jahr 2000 und für das Jahr 2015 jeweils die durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Tagen angegeben.

Jahr	durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Tagen
2000	12,6
2015	9,9

Mithilfe dieser Daten soll eine lineare Funktion K erstellt werden, die die durchschnittliche Dauer der Krankenstände in Abhängigkeit von der Zeit t ab dem Jahr 2000 beschreibt.

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion K auf. *[0/1 P.]*

$K(t) =$ ____

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 2000
$K(t)$ ... durchschnittliche Dauer der Krankenstände zur Zeit t in Tagen

Es wird folgende Berechnung durchgeführt:
$\frac{9,9 - 12,6}{12,6} \approx -0,214$

2) Interpretieren Sie das Ergebnis dieser Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang. *[0/1 P.]*

b) Aus langjähriger Erfahrung ist bekannt, dass im Winter der Angestellte A mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % und der Angestellte B mit einer Wahrscheinlichkeit von 30 % erkrankt.

Dabei wird modellhaft angenommen, dass alle Erkrankungen unabhängig voneinander erfolgen.

1) Beschreiben Sie ein im gegebenen Sachzusammenhang mögliches Ereignis E, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.
$P(E) = 1 - 0,8 \cdot 0,7$ *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Angestellte A in höchstens 1 von 5 Wintern erkrankt. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Hurrikans – tropische Wirbelstürme

Die *Saffir-Simpson-Hurrikan-Skala* teilt Hurrikans anhand ihrer Windgeschwindigkeit in fünf Kategorien – von Kategorie 1 (schwach) bis Kategorie 5 (verwüstend) – ein.

Aufgabenstellung:

a) Den einzelnen Hurrikan-Kategorien dieser Skala sind unterschiedliche Schadenspotenziale zugeordnet, die den verursachten Schaden beschreiben:

Hurrikan-Kategorie	1	2	3	4	5
Schadenspotenzial	1	10	50	250	500

Datenquelle: Pielke Jr., Roger A. und Christopher W. Landsea: Normalized Hurricane Damages in the United States: 1925–95. In: *Weather and Forecasting* 13(3) (1998), S. 621 – 631.

1) Weisen Sie unter Verwendung der Werte aus der Tabelle nach, dass der Zusammenhang zwischen der Hurrikan-Kategorie und dem Schadenspotenzial <u>nicht</u> linear und auch <u>nicht</u> exponentiell ist. *[0/½/1 P.]*

b) Im 45-jährigen Zeitraum von 1972 bis 2016 traten 110 *Große Hurrikans* auf (das sind Hurrikans, die auf der Saffir-Simpson-Hurrikan-Skala in eine der Kategorien 3, 4 und 5 fallen).

Für den Zeitraum von 1972 bis 2016 wird die Anzahl aller Hurrikans pro Jahr untersucht.

$\bar{x}$ ... arithmetisches Mittel der Anzahl aller Hurrikans pro Jahr
h ... relativer Anteil der Großen Hurrikans an der Gesamtzahl aller Hurrikans von 1972 bis 2016

1) Stellen Sie unter Verwendung von $\bar{x}$ eine Formel zur Berechnung von h auf.

$h =$ ____________________ *[0/1 P.]*

Die nachstehende Tabelle gibt einen Überblick über die Anzahl aller Hurrikans pro Jahr für den Zeitraum von 1972 bis 2016.

Anzahl aller Hurrikans pro Jahr	Anzahl der Jahre
0 bis 2	2
3 bis 5	20
6 bis 8	14
9 bis 11	7
12 bis 14	1
15 bis 17	1

Datenquelle: Landsea, Christopher W., Gabriel A. Vecchi et al.: Impact of Duration Thresholds on Atlantic Tropical Cyclone Counts. In: *Journal of Climate* 23(10) (2010), S. 2508–2519.

Eine exakte Berechnung des arithmetischen Mittels $\bar{x}$ der Anzahl aller Hurrikans pro Jahr ist anhand der in der obigen Tabelle zusammengefassten Daten nicht möglich. Mithilfe der Klassenmitten aus der linken Spalte kann jedoch ein Näherungswert für $\bar{x}$ berechnet werden. Dabei wird z. B. für „9 bis 11" als Klassenmitte der Wert 10 verwendet.

2) Berechnen Sie diesen Näherungswert für $\bar{x}$.

Näherungswert für $\bar{x}$: ____________________ *[0/1 P.]*

c) Windgeschwindigkeiten werden oft in Kilometern pro Stunde (km/h) oder Knoten (kn) angegeben.
Es gilt:
1 kn = 1,852 km/h

Zwischen der Windgeschwindigkeit v (in km/h) und der Windgeschwindigkeit v_k (in kn) besteht ein direkt proportionaler Zusammenhang.

1) Stellen Sie eine Gleichung auf, die diesen Zusammenhang beschreibt. *[0/1 P.]*

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Auslastung von Flügen

Für Fluggesellschaften ist eine hohe Auslastung ihrer Flüge wichtig.

Aufgabenstellung:

a) Häufig werden bei Flügen nicht alle verkauften Tickets in Anspruch genommen. Daher werden üblicherweise mehr Tickets verkauft, als Plätze zur Verfügung stehen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person (unabhängig von den anderen Personen) ihr Ticket in Anspruch nimmt, beträgt 90 %.
Für einen bestimmten Flug werden 6 % mehr Tickets verkauft, als Plätze zur Verfügung stehen.

Es stehen m Plätze zur Verfügung.
Es werden n Tickets verkauft.
Bei n verkauften Tickets beträgt der Erwartungswert für die in Anspruch genommenen Tickets 477.

1) Berechnen Sie n und m.

$n =$ ______________________________

$m =$ ______________________________ *[0/1 P.]*

Folgendes Ereignis E wird betrachtet:
E ... „für mindestens 1 Person, die ihr Ticket in Anspruch nehmen möchte, steht kein Platz zur Verfügung“

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(E)$. *[0/1 P.]*

b) Für einen bestimmten Flug eines voll besetzten Flugzeugs kann der Zusammenhang zwischen der Flugdistanz s und dem Treibstoffverbrauch $V(s)$ näherungsweise durch die Funktion $V: [2\,000; 10\,000] \to \mathbb{R}^+$ beschrieben werden.

$V(s) = 4 + \left(\frac{s}{128\,000} - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{s}{1\,000} \cdot e^{-\frac{s}{4\,000}}$ mit $2\,000 \leq s \leq 10\,000$
s ... Flugdistanz in km
$V(s)$ ... Treibstoffverbrauch bei der Flugdistanz s in Litern pro Fluggast pro 100 km

1) Ermitteln Sie die Flugdistanz d (in km), bei der der Treibstoffverbrauch am geringsten ist. *[0/1 P.]*

2) Berechnen Sie die Menge an Treibstoff (in L), die dieses Flugzeug für die Flugdistanz d benötigt, wenn es mit 271 Fluggästen voll besetzt ist. *[0/1 P.]*

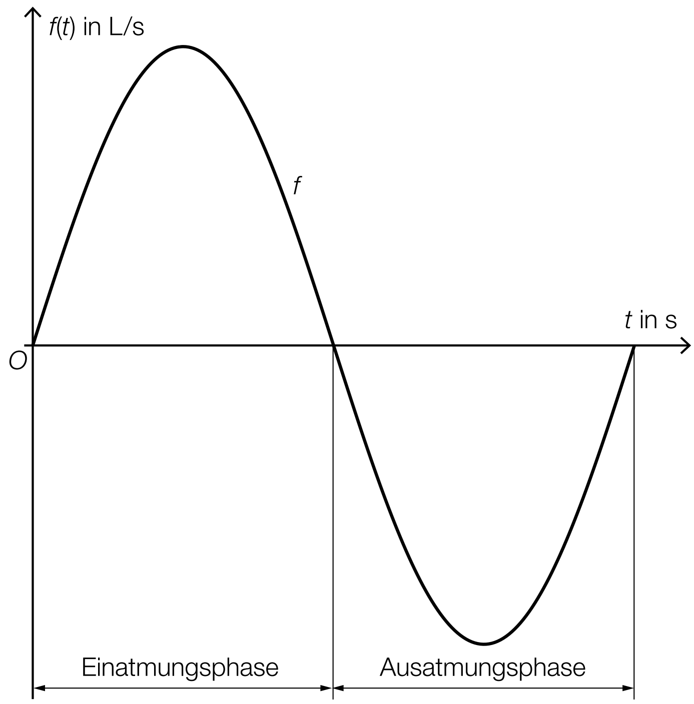
Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Atemstromstärke

Unter *Atemstromstärke* versteht man die pro Zeiteinheit ein- bzw. ausgeatmete Luftmenge. Sie wird modellhaft durch die Funktion f in Abhängigkeit von der Zeit t beschrieben (t in s, $f(t)$ in L/s).

Für die Atemstromstärke von Mathias gilt modellhaft:
$f(t) = 0{,}5 \cdot \sin(1{,}25 \cdot t)$

Ein Atemzyklus besteht aus einer vollständigen Einatmungsphase und einer vollständigen Ausatmungsphase. Die Beobachtung beginnt bei $t = 0$.
In der nachstehenden Abbildung ist ein Atemzyklus dargestellt.



Aufgabenstellung:

a) In der Ausatmungsphase des betrachteten Atemzyklus von Mathias hat die Funktion f an der Stelle t_1 eine Extremstelle.

1) Ermitteln Sie t_1 (in s).

t_1 = ______________________________ s *[0/1 P.]*

Im betrachteten Atemzyklus gibt t_2 mit $t_2 > 0$ denjenigen Zeitpunkt an, zu dem das Luftvolumen in der Lunge von Mathias erstmals nach Beginn des Atemzyklus minimal ist.

2) Ermitteln Sie t_2 (in s).

t_2 = ______________________________ s *[0/1 P.]*

b) Zu Beginn einer Einatmungsphase befinden sich 3,5 Liter Luft in der Lunge von Mathias.

1) Interpretieren Sie die nachstehende Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$\int_0^{2,5} f(t)\,\mathrm{d}t + 3{,}5 \approx 4{,}29$ *[0/1 P.]*

Die Funktion V beschreibt das Volumen $V(t)$ der eingeatmeten Luft von Mathias während einer Einatmungsphase in Abhängigkeit von der Zeit t (Beginn der Einatmungsphase bei $t = 0$ und $V(0) = 0$, t in s, $V(t)$ in L).

2) Ergänzen Sie die beiden fehlenden Zahlen in der nachstehenden Funktionsgleichung von V.

$V(t) = -0{,}4 \cdot \cos(\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \cdot t) + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$ *[0/½/1 P.]*