Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Haupttermin 2021

Mathematik

Kompensationsprüfung 5
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1		Kandidat/in 2		Kandidat/in 3		Kandidat/in 4		Kandidat/in 5	
Aufgabe 1										
Aufgabe 2										
Aufgabe 3										
Aufgabe 4										
Aufgabe 5										
gesamt										

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Note	**erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)**
Sehr gut	7–10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

Aufgabe 1

Normale Geraden

Gegeben sind die Geraden $g\colon X = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}$ und $h\colon X = \begin{pmatrix} a \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ und $a, b \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

– Ermitteln Sie b so, dass die Richtungsvektoren der beiden Geraden normal aufeinander stehen.

Leitfrage:

Die beiden aufeinander normal stehenden Geraden g und h schneiden einander im Punkt S.

– Ermitteln Sie a.

– Ermitteln Sie die Koordinaten von S.

Lösung zur Aufgabe 1

Normale Geraden

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ b \end{pmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad -10 - 2 + 3 \cdot b = 0 \quad \Rightarrow \quad b = 4$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn b richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$-1 - 2 \cdot s = a + 5 \cdot t$
$4 + s = 5 - 2 \cdot t$
$5 + 3 \cdot s = -2 + 4 \cdot t$
$\Rightarrow \quad s = -1; \; t = 1; \; a = -4$

Durch Einsetzen von $s = -1$ in g (bzw. $t = 1$ in h) erhält man $S = (1|3|2)$.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn a und S richtig ermittelt werden.

Aufgabe 2

Baldwin Street

Die steilste Straße der Welt ist laut dem *Guinness-Buch der Rekorde* die Baldwin Street in Neuseeland. In einem bestimmten geradlinig verlaufenden Straßenabschnitt beträgt die Steigung 35 %.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie den Steigungswinkel α dieses Straßenabschnitts.

Leitfrage:

Der Höhenunterschied dieses Straßenabschnitts beträgt h Meter.

– Interpretieren Sie $h \cdot \tan(90° - \alpha)$ im gegebenen Sachzusammenhang und erläutern Sie Ihre Interpretation anhand einer Skizze.

Lösung zur Aufgabe 2

Baldwin Street

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

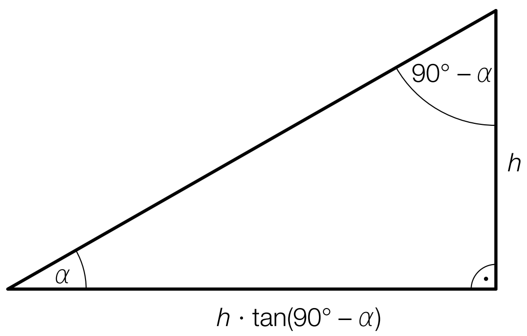
$\tan(\alpha) = \frac{35}{100} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 19{,}29\ldots° \approx 19{,}3°$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn α richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Durch $h \cdot \tan(90° - \alpha)$ wird die horizontale Entfernung für den Straßenabschnitt mit der maximalen Steigung angegeben.



Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn $h \cdot \tan(90° - \alpha)$ im gegebenen Sachzusammenhang richtig interpretiert und diese Interpretation anhand einer Skizze richtig erläutert wird.

Aufgabe 3

Exponentialfunktion

Die Exponentialfunktion f mit $f(t) = a \cdot b^t$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $a, b \in \mathbb{R}^+$ verläuft durch den Punkt $P = (1 \mid 1{,}125)$.
Es gilt: $f(3) = 0{,}5625 \cdot f(1)$.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie a und b.

Leitfrage:

Die Funktion mit den in der Aufgabenstellung ermittelten Parametern a und b beschreibt die Masse $f(t)$ einer radioaktiven Substanz in Abhängigkeit von der Zeit t.
Es gilt: t in h, $f(t)$ in mg.

– Geben Sie an, wie viel Prozent der Masse a nach 15 min noch vorhanden sind.

– Berechnen Sie die Halbwertszeit dieser radioaktiven Substanz.

Lösung zur Aufgabe 3

Exponentialfunktion

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$f(3) = b^2 \cdot f(1) \quad \Rightarrow \quad b = 0{,}75$

$f(1) = a \cdot 0{,}75 = 1{,}125 \quad \Rightarrow \quad a = 1{,}5$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn *a* und *b* richtig berechnet werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$f(t) = 1{,}5 \cdot 0{,}75^t$

$0{,}75^{\frac{15}{60}} = 0{,}930...$
Nach 15 Minuten sind noch rund 93 % der Masse *a* vorhanden.

$0{,}5 = 0{,}75^{\tau} \quad \Rightarrow \quad \tau = 2{,}40...$
Die Halbwertszeit beträgt rund 2,4 Stunden.

Lösungsschlüssel:

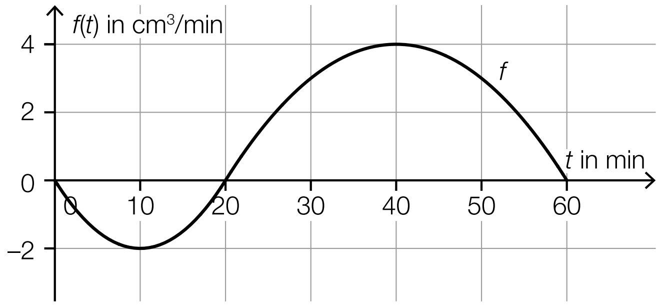
Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn der richtige Prozentsatz angegeben und die Halbwertszeit richtig berechnet wird.

Aufgabe 4

Regenwasser

Die Funktion f gibt die momentane Änderungsrate der Regenwassermenge in einem bestimmten Gefäß in Abhängigkeit von der Zeit t im Verlauf von 60 Minuten an.

Der Graph dieser Funktion f ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.



Aufgabenstellung:

Zum Zeitpunkt $t = 0$ befinden sich in diesem Gefäß R_0 cm³ Regenwasser.

– Stellen Sie einen Term zur Berechnung der Regenwassermenge (in cm³) in diesem Gefäß zum Zeitpunkt $t = 60$ auf.

Leitfrage:

Jemand behauptet, dass sich zum Zeitpunkt $t = 0$ höchstens 10 cm³ Regenwasser in dem Gefäß befunden haben können.

– Erklären Sie anhand der Abbildung, warum diese Behauptung falsch sein muss.

Lösung zur Aufgabe 4

Regenwasser

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$R_0 + \int_0^{60} f(t)\,\mathrm{d}t$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Term richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Diese Behauptung ist falsch, da der Inhalt des vom Graphen der Funktion f und der waagrechten Achse eingeschlossenen Flächenstücks größer als 10 ist.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn anhand der Abbildung richtig erklärt wird.

Aufgabe 5

Zufallsversuch

Ein bestimmter Zufallsversuch wird n-mal durchgeführt ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$). Bei jeder Durchführung tritt „Erfolg" (unabhängig von den anderen Durchführungen) mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,2 auf.

Aufgabenstellung:

Die Wahrscheinlichkeit P dafür, dass „Erfolg" höchstens 1-mal auftritt, soll berechnet werden.

– Geben Sie diese Wahrscheinlichkeit P in Abhängigkeit von n an.

$P =$ ____

Leitfrage:

Es gilt: $n = 10$.
Bei der zehnten Durchführung (und nur bei dieser) erhöht sich aufgrund geänderter Bedingungen die Wahrscheinlichkeit dafür, dass „Erfolg" auftritt, auf 0,3.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass „Erfolg" genau 1-mal auftritt.

Lösung zur Aufgabe 5

Zufallsversuch

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$P = 0{,}8^n + n \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^{n-1}$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn P richtig angegeben wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$0{,}8^9 \cdot 0{,}3 + 9 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^8 \cdot 0{,}7 = 0{,}2516...$
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 25,2 %.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.