Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Haupttermin 2021

Mathematik

Kompensationsprüfung 4
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1		Kandidat/in 2		Kandidat/in 3		Kandidat/in 4		Kandidat/in 5	
Aufgabe 1										
Aufgabe 2										
Aufgabe 3										
Aufgabe 4										
Aufgabe 5										
gesamt										

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Note	**erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)**
Sehr gut	7 – 10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

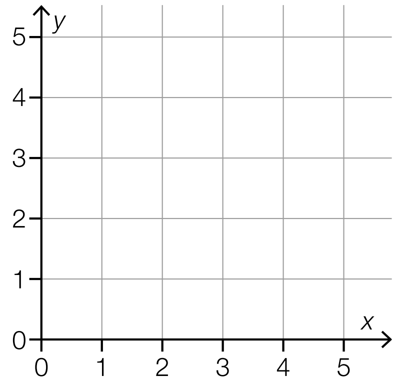
Aufgabe 1

Vektoren

Gegeben sind die Vektoren $\vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{s} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Aufgabenstellung:

– Zeichnen Sie in der unten stehenden Abbildung $\vec{w}$, $\vec{s}$ sowie $\vec{v} = \vec{w} + \vec{s}$ ausgehend vom Koordinatenursprung ein und geben Sie die Koordinaten von $\vec{v}$ an.



Leitfrage:

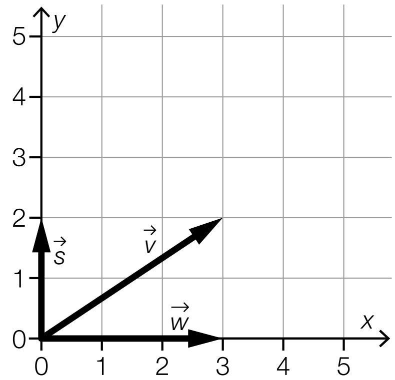
– Ermitteln Sie die Länge v des Vektors $\vec{v}$.

– Ermitteln Sie denjenigen Winkel α, den der Vektor $\vec{v}$ mit der x-Achse einschließt.

Lösung zur Aufgabe 1

Vektoren

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:



$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Vektoren richtig eingezeichnet werden und die richtigen Koordinaten von $\vec{v}$ angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$v = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3{,}605... \approx 3{,}61$

$\tan(\alpha) = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 33{,}69...°$

Der Vektor $\vec{v}$ schließt mit der x-Achse einen Winkel α von rund 33,7° ein.

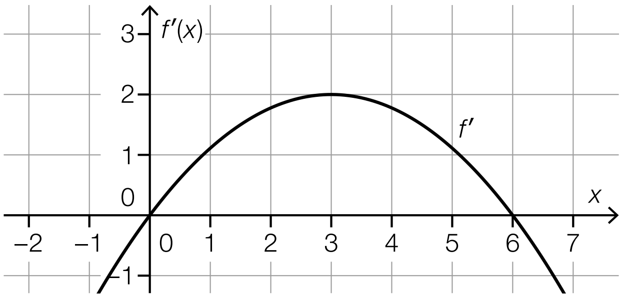
Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Länge des Vektors $\vec{v}$ und der Winkel α richtig ermittelt werden.

Aufgabe 2

Eigenschaften eines Funktionsgraphen

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f'.



Aufgabenstellung:

Das Intervall $(m; n)$ ist das größtmögliche Intervall, in dem für alle $x \in (m; n)$ gilt:
$f'(x) > 0$
$f''(x) < 0$

– Geben Sie die Intervallgrenzen m und n an.

Leitfrage:

Es gilt:
$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \quad \text{mit} \quad a, b, c \in \mathbb{R}$

– Ermitteln Sie a und b.

Lösung zur Aufgabe 2

Eigenschaften eines Funktionsgraphen

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$m = 3$; $n = 6$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die beiden richtigen Werte angegeben werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x$

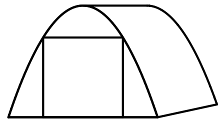
$$\left.\begin{array}{l} f'(3) = 2 \\ f'(6) = 0 \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{2}{27},\ b = \frac{2}{3}$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn a und b richtig ermittelt werden.

Aufgabe 3

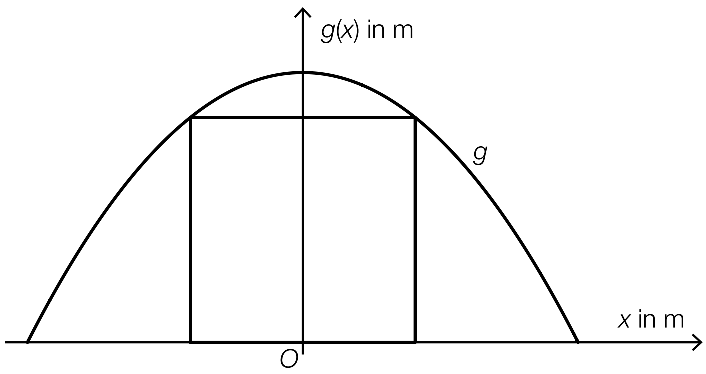
Tiny House



Ein *Tiny House* ist ein besonders kleines Haus.

Aufgabenstellung:

In der nachstehenden Abbildung ist das Modell *Eiche* in der Ansicht von vorne dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann durch die Funktion g beschrieben werden.



An einer bestimmten Stelle x_0 gilt: $g(x_0) = 0$ und $g'(x_0) < 0$.

– Markieren Sie die Stelle x_0 in der obigen Abbildung.

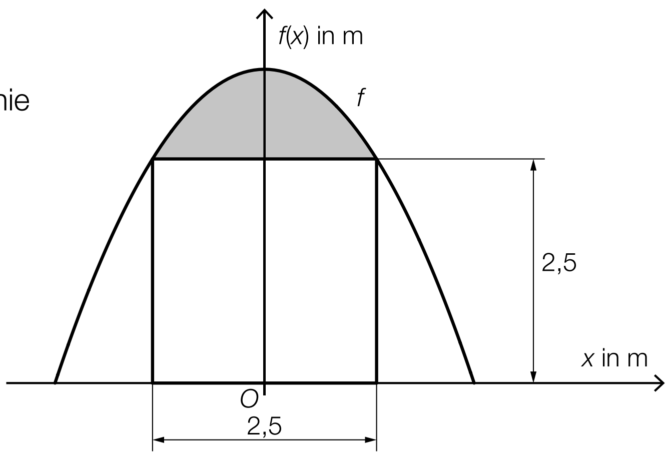
Leitfrage:

In der nebenstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist das Modell *Buche* in der Ansicht von vorne dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann durch die Funktion f beschrieben werden.

Für die Funktion f gilt:

$f(x) = a \cdot x^2 + 3{,}5$

x, $f(x)$ ... Koordinaten in m

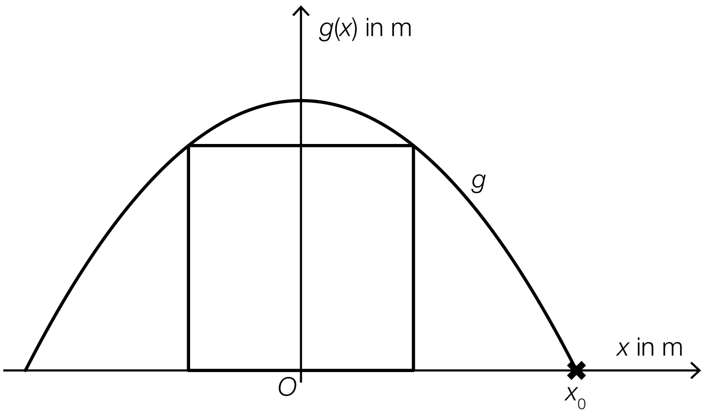


– Berechnen Sie den Inhalt A der grau markierten Fläche (A in m²).

Lösung zur Aufgabe 3

Tiny House

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:



Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtige Stelle markiert wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$f(1{,}25) = 2{,}5 \quad \Rightarrow \quad a = -0{,}64$
$f(x) = -0{,}64 \cdot x^2 + 3{,}5$

$$A = \int_{-1{,}25}^{1{,}25} (f(x) - 2{,}5)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{3}$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Inhalt der Fläche richtig berechnet wird.

Aufgabe 4

Parameterbestimmung

Im Folgenden werden quadratische Funktionen mit jeweils einem Parameter betrachtet.

Aufgabenstellung:

Gegeben ist die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot x^2 + 2 \cdot x + a^2$ mit $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

– Ermitteln Sie a so, dass die absolute Änderung von f im Intervall [1; 7] den Wert 30 hat.

Leitfrage:

Gegeben ist die Funktion $h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $h(x) = c \cdot x^2 + 2 \cdot x + c^2$ mit $c \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

– Ermitteln Sie c so, dass das bestimmte Integral $\int_0^2 h(x)\,\mathrm{d}x$ den kleinstmöglichen Wert liefert.

Lösung zur Aufgabe 4

Parameterbestimmung

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$f(7) - f(1) = 30 \quad \Rightarrow \quad 49 \cdot a + 14 + a^2 - a - 2 - a^2 = 30 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{3}{8}$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn *a* richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$\int_0^2 h(x)\,\mathrm{d}x = \left(c \cdot \frac{x^3}{3} + x^2 + c^2 \cdot x\right)\Big|_0^2 = \frac{8}{3} \cdot c + 4 + 2 \cdot c^2 = W(c)$

$W'(c) = \frac{8}{3} + 4 \cdot c = 0 \quad \Rightarrow \quad c = -\frac{2}{3}$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn *c* richtig ermittelt wird.

Aufgabe 5

Schweizer Zahlenlotto

Beim Schweizer Zahlenlotto werden aus den Zahlen von 1 bis 42 sechs verschiedene Zahlen zufällig und ohne Zurücklegen gezogen. Die Reihenfolge, in der die Zahlen gezogen werden, spielt dabei keine Rolle.

Lara wählt die Zahlen 2, 4, 6, 8, 10 und 12 aus.

Aufgabenstellung:

– Geben Sie an, wie viele verschiedene Möglichkeiten es dafür gibt, dass keine einzige der gezogenen Zahlen mit den von Lara ausgewählten Zahlen übereinstimmt.

Leitfrage:

Zu Beginn werden die Zahlen 2 und 4 gezogen.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine weitere der gezogenen Zahlen mit den von Lara ausgewählten Zahlen übereinstimmt.

Lösung zur Aufgabe 5

Schweizer Zahlenlotto

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\binom{36}{6} = 1\,947\,792$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtige Anzahl der Möglichkeiten angegeben wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$1 - \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{34}{38} \cdot \frac{33}{37} = 0{,}3554...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 35,5 %.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.