Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Haupttermin 2021

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1		Kandidat/in 2		Kandidat/in 3		Kandidat/in 4		Kandidat/in 5	
Aufgabe 1										
Aufgabe 2										
Aufgabe 3										
Aufgabe 4										
Aufgabe 5										
gesamt										

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

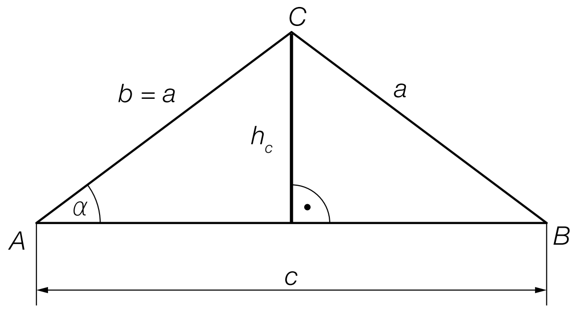
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Note	**erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)**
Sehr gut	7 – 10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

Aufgabe 1

Dreiecke

Von einem gleichschenkeligen Dreieck *ABC* sind die Seite $a = 3{,}8$ cm und der Winkel $\alpha = 30°$ gegeben (siehe nachstehende nicht maßstabgetreue Skizze).



Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

Leitfrage:

Der Flächeninhalt des Dreiecks wird um 25 % verkleinert. Dazu wird der Eckpunkt *B* entlang der Seite *c* verschoben. Der neue Eckpunkt wird mit B_1 bezeichnet.
Die Eckpunkte *A* und *C* bleiben unverändert.

– Berechnen Sie die Seitenlängen c_1 und a_1 des verkleinerten Dreiecks AB_1C.

Lösung zur Aufgabe 1

Dreiecke

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\sin(\alpha) = \frac{h_c}{b} \quad \Rightarrow \quad h_c = 1{,}9$

$\cos(\alpha) = \frac{c}{2 \cdot b} \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{2} = 3{,}290\ldots$

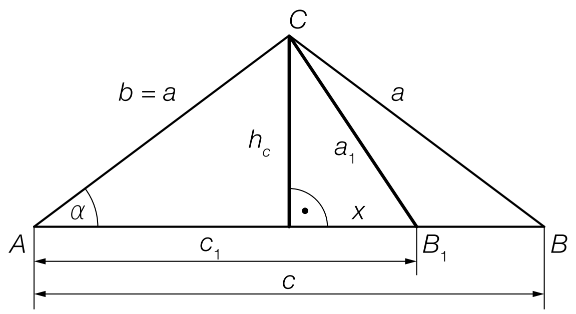
$h_c \cdot \frac{c}{2} = 6{,}252\ldots$

Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt rund 6,25 cm^2.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Flächeninhalt richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:



$A_{neu} = \frac{c \cdot h_c}{2} \cdot 0{,}75$

Da die Höhe h_c unverändert bleibt, gilt:

$c_1 = 0{,}75 \cdot c = 4{,}936\ldots \quad \Rightarrow \quad c_1 \approx 4{,}94$ cm

$x = 0{,}25 \cdot c = 1{,}645\ldots$

$a_1 = \sqrt{x^2 + h_c^2} = 2{,}513\ldots \quad \Rightarrow \quad a_1 \approx 2{,}51$ cm

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Seitenlängen c_1 und a_1 richtig berechnet werden.

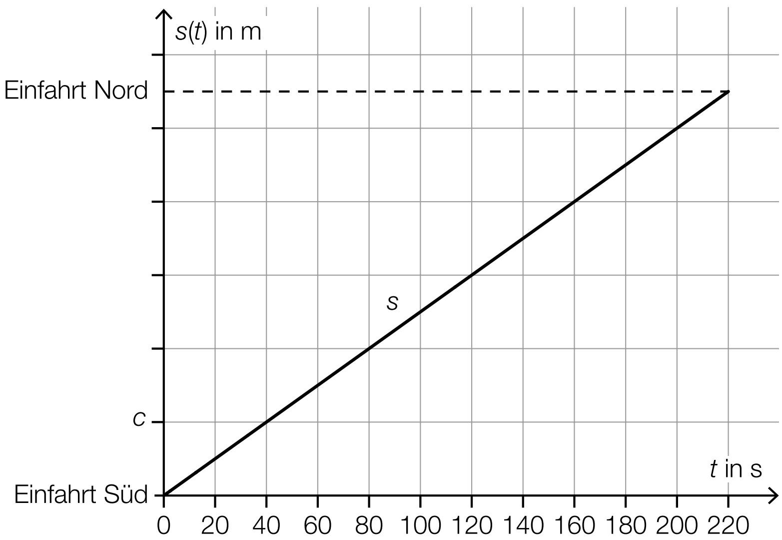
Aufgabe 2

Tunnel

Ein Auto fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 25 m/s durch einen Tunnel (der in Nord-Süd-Richtung verläuft). Die Fahrt durch den gesamten Tunnel dauert 220 s.

Die Entfernung des Autos von der Einfahrt Süd des Tunnels nach t Sekunden wird durch die Zeit-Weg-Funktion s modelliert.

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion s dargestellt und die Entfernung c von der Einfahrt Süd auf der senkrechten Achse markiert.



Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie die Länge des Tunnels.

– Ermitteln Sie c.

Leitfrage:

Ein zweites Auto fährt x Sekunden nach dem ersten in den Tunnel ein und durchfährt diesen in entgegengesetzter Richtung (von Einfahrt Nord nach Einfahrt Süd) mit der konstanten Geschwindigkeit v (in m/s). Die beiden Autos begegnen einander in einer Entfernung von 3000 m von der Einfahrt Süd. Beide Autos verlassen den Tunnel zum selben Zeitpunkt.

– Ermitteln Sie v und x.

Lösung zur Aufgabe 2

Tunnel

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$s(220) = 25 \cdot 220 = 5\,500$
Länge des Tunnels: 5 500 m

$c = 1\,000$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Länge des Tunnels richtig berechnet und c richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

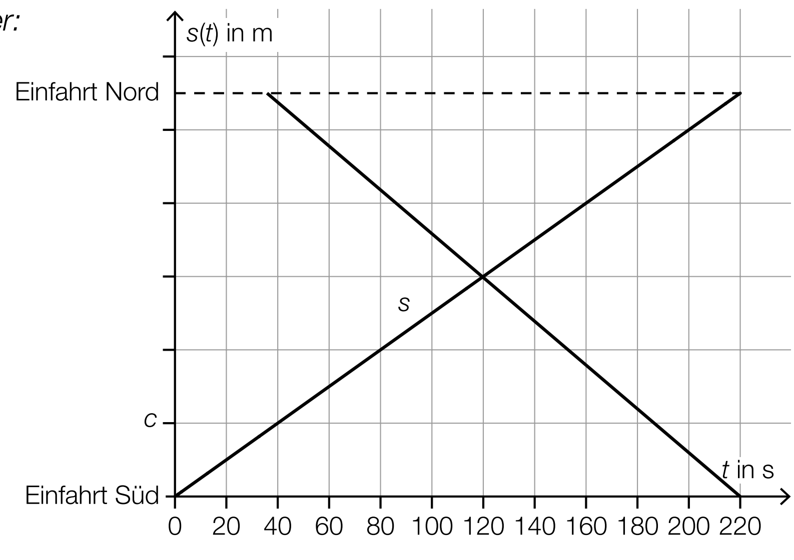
Beide Autos benötigen nach der Begegnung noch 100 s bis zur jeweiligen Ausfahrt.

$v = \frac{3\,000}{100} = 30$
Die Geschwindigkeit v des zweiten Autos beträgt 30 m/s.

Bis zur Begegnung benötigt das erste Auto 120 s.
Das zweite Auto hat bis zur Begegnung 2 500 m zurückgelegt und $\frac{2\,500}{30} = 83{,}3\ldots$, also rund 83 s benötigt.

$\Rightarrow \quad x \approx 37$
Das zweite Auto fährt rund 37 s nach dem ersten Auto in den Tunnel hinein.

oder:



Ablesen aus der Abbildung
$\Rightarrow \quad v = 30$ m/s
$x \approx 37$ s

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn v und x richtig ermittelt werden.
Toleranzintervall für x bei grafischer Lösung: [33; 40]

Aufgabe 3

Freier Fall

Der Weg, den ein bestimmter Körper beim freien Fall zurücklegt, kann in Abhängigkeit von der Zeit t durch die Funktion s modelliert werden.

$s(t) = 5 \cdot t^2$ mit t in s, $s(t)$ in m

Der freie Fall beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$.

Aufgabenstellung:

Der Körper fällt aus einer Höhe von 320 m und trifft zum Zeitpunkt t_1 auf dem Boden auf.

– Ermitteln Sie den Zeitpunkt t_1 sowie die Aufprallgeschwindigkeit des Körpers zum Zeitpunkt t_1.

Leitfrage:

– Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt t_2, zu dem die Momentangeschwindigkeit gleich hoch wie die mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall [0; 5] ist.

Lösung zur Aufgabe 3

Freier Fall

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$320 = 5 \cdot t_1^2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 8$

$s'(t) = 10 \cdot t$
$s'(8) = 80$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Zeitpunkt t_1 und die Aufprallgeschwindigkeit zum Zeitpunkt t_1 richtig ermittelt werden.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

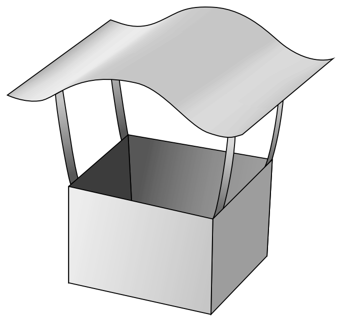
$\frac{s(5) - s(0)}{5 - 0} = 25 \quad \Rightarrow \quad s'(t_2) = 25 \quad \Rightarrow \quad 10 \cdot t_2 = 25 \quad \Rightarrow \quad t_2 = 2{,}5$
Zum Zeitpunkt $t_2 = 2{,}5$ ist die Momentangeschwindigkeit gleich der mittleren Geschwindigkeit im Zeitintervall [0; 5].

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn t_2 richtig berechnet wird.

Aufgabe 4

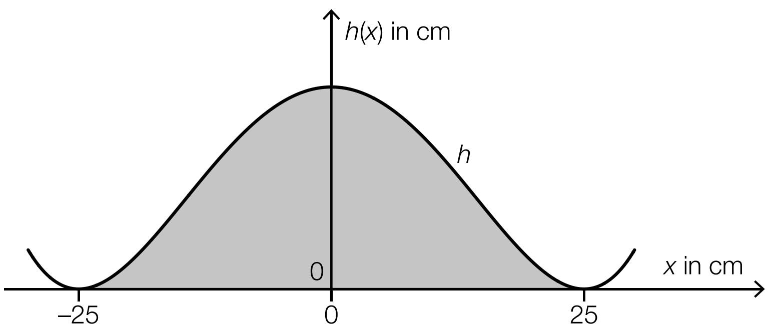
Kaminabdeckung



Die nebenstehende Abbildung zeigt eine Kaminabdeckung.

Aufgabenstellung:

In der nachstehenden Abbildung ist die Seitenansicht einer solchen Kaminabdeckung modellhaft dargestellt.



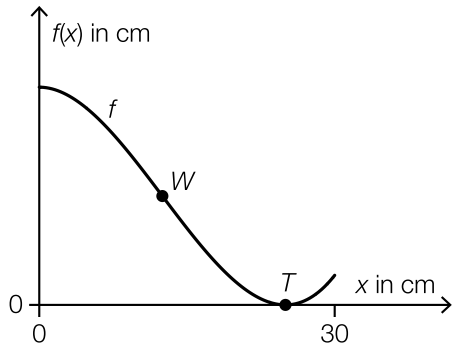
Die obere Begrenzungslinie wird durch den Graphen der Funktion h beschrieben.

$$h(x) = \frac{4}{78175} \cdot x^4 - \frac{8}{125} \cdot x^2 + 20$$

– Berechnen Sie den Inhalt der grau markierten Fläche.

Leitfrage:

Bei einer anderen Kaminabdeckung wird die obere Begrenzungslinie im Intervall $[0; 30]$ durch den Graphen der Polynomfunktion f beschrieben (siehe nebenstehende Abbildung).



Es gilt:
$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d \quad \text{mit} \quad a, b, c, d \in \mathbb{R}$

Der Punkt $T = (25|0)$ ist ein Tiefpunkt des Graphen von f.
Der Punkt $W = (12{,}5|10)$ ist ein Wendepunkt des Graphen von f.

– Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c und d.

Lösung zur Aufgabe 4

Kaminabdeckung

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\int_{-25}^{25} h(x)\,\mathrm{d}x = 533{,}2...$

Der Inhalt der grau markierten Fläche beträgt rund 533 cm².

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Inhalt richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$
$f''(x) = 6 \cdot a \cdot x + 2 \cdot b$

I: $f(12{,}5) = 10$
II: $f(25) = 0$
III: $f'(25) = 0$
IV: $f''(12{,}5) = 0$

oder:

I: $a \cdot 12{,}5^3 + b \cdot 12{,}5^2 + c \cdot 12{,}5 + d = 10$
II: $a \cdot 25^3 + b \cdot 25^2 + c \cdot 25 + d = 0$
III: $3 \cdot a \cdot 25^2 + 2 \cdot b \cdot 25 + c = 0$
IV: $6 \cdot a \cdot 12{,}5 + 2 \cdot b = 0$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn das Gleichungssystem richtig erstellt wird.

Aufgabe 5

Rubbellose

Auf einem Rubbellos gibt es 3 Felder. Jedes dieser Felder zeigt beim Aufrubbeln mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ein Pinguin-Symbol und mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ein Fisch-Symbol.

Bei 3 Pinguin-Symbolen gewinnt man 9 Euro, bei 3 Fisch-Symbolen gewinnt man 3 Euro, in allen anderen Fällen gewinnt man nichts.

Aufgabenstellung:

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man mit 2 Rubbellosen 18 Euro gewinnt.

Leitfrage:

Die Zufallsvariable X gibt den Geldbetrag (in Euro) an, den man mit 2 Rubbellosen gewinnen kann.

– Geben Sie alle Werte an, die die Zufallsvariable X annehmen kann.

Werte der Zufallsvariablen X: ____________________________________

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 0)$.

Lösung zur Aufgabe 5

Rubbellose

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{64} = 0{,}015625$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 1,6 %.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

Werte der Zufallsvariablen X: 0, 3, 6, 9, 12, 18

Für 1 Rubbellos gilt: $P(\text{„drei Pinguine“}) = P(\text{„drei Fische“}) = \frac{1}{8}$

$P(\text{„anderes Ergebnis“}) = \frac{6}{8}$

$P(X = 0) = \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{8} = \frac{36}{64} = 0{,}5625$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 56,25 %.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die richtigen Werte der Zufallsvariablen X angegeben werden und die Wahrscheinlichkeit richtig berechnet wird.