

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

12. Jänner 2021

Mathematik

Korrekturheft

Beurteilung der Klausurarbeit

Gemäß § 38 Abs. 3 SchUG (BGBl. Nr. 472/1986 i. d. g. F.) sind die Leistungen der Prüfungskandidatin/des Prüfungskandidaten nach Maßgabe vorliegender Korrektur- und Beurteilungsanleitung aufgrund von begründeten Anträgen der Prüferin/des Prüfers von der jeweiligen Prüfungskommission zu beurteilen.

Für die Beurteilung ist ein auf einem Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel vorgegeben, der auf den Kriterien des § 18 Abs. 2 bis 4 und 6 SchUG und der Leistungsbeurteilungsverordnung (BGBl. Nr. 371/1974 i. d. g. F.) beruht und die Beurteilungsstufen (Noten) entsprechend abbildet.

Zwei Beurteilungswege

- 1) Wenn **mindestens 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 A-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, gilt der folgende Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	16–23,5 Punkte
Befriedigend	24–32,5 Punkte
Gut	33–40,5 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

- 2) Wenn **weniger als 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 A-Punkte aus Teil 2) erreicht wurden, aber **insgesamt 24 Punkte oder mehr** (aus Teil-1- und Teil-2-Aufgaben), gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Note	Punkte
Genügend	24–28,5 Punkte
Befriedigend	29–35,5 Punkte

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn im Teil 1 unter Berücksichtigung der mit A markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Punkte und insgesamt weniger als 24 Punkte erreicht wurden.

Den Prüferinnen und Prüfern steht während der Korrekturfrist ein Helpdesk des BMBWF beratend zur Verfügung. Die Erreichbarkeit des Helpdesks wird für jeden Prüfungstermin auf <https://ablauf.srdp.at> gesondert bekanntgegeben.

Handreichung zur Korrektur

1. In der Lösungserwartung ist ein möglicher Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen. Im Zweifelsfall kann die Auskunft des Helpdesks in Anspruch genommen werden. Ausschließlich bei ausgewiesenen Aufgaben (Kennzeichnung durch: *[0/1/2/1 Punkt]*) können für Teilleistungen halbe Punkte vergeben werden.
2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** unter Beachtung folgender Vorgangsweisen anzuwenden:
 - a. Bei offenen Aufgabenformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Die dabei fokussierte Grundkompetenz wird im Korrekturheft ausgewiesen. Punkte sind zu vergeben, wenn die Bearbeitung zeigt, dass die fokussierte Grundkompetenz in der Bearbeitung erfüllt ist.
 - b. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen von der Kandidatin/vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten, sofern die richtige Lösung nicht klar als solche hervorgehoben ist.
 - c. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten beispielsweise zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.
 - d. Wird von der Kandidatin/vom Kandidaten die richtige Lösung ohne Angabe von Zwischenschritten angeführt, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.
 - e. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin/des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.
 - f. Rundungsfehler sind zu vernachlässigen, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.
 - g. Die Angabe von Einheiten ist bei der Punktevergabe zu vernachlässigen, sofern sie nicht explizit eingefordert ist.

Aufgabe 1

Dreieck verschieben

Lösungserwartung:

$$C_1 = (5|6)$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Koordinaten des Punktes C_1 .
Bei nur einer richtigen Koordinate ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 2

Lösung einer Gleichung

Lösungserwartung:

$[3; \infty)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich das laut Lösungserwartung richtige Intervall angekreuzt ist.

Aufgabe 3

Radfahrer

Lösungserwartung:

Alexander ist bis zur Begegnung mit Bernhard 30 Minuten unterwegs.	<input checked="" type="checkbox"/>
Alexander legt bis zur Begegnung mit Bernhard 9 km zurück.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 4

Quadratische Gleichung

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$\begin{aligned}(-4 \cdot a + 7)^2 = 25 &\Rightarrow -4 \cdot a + 7 = \pm 5 \Rightarrow a_{1,2} = \frac{\pm 5 - 7}{-4} \\ \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = 3\end{aligned}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

Grundkompetenz: AG 2.3

Aufgabe 5

Parameterdarstellung

Lösungserwartung:

$$t = 1$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Grundkompetenz: AG 3.4

Aufgabe 6

Leiter

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$\frac{6}{\cos(20^\circ)} = 6,385\dots$$

Die Länge der Leiter beträgt ca. 6,39 m.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m“ nicht angegeben sein muss.

Grundkompetenz: AG 4.1

Aufgabe 7

Geografische Breite

Lösungserwartung:

$$W = [0; 6370]$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für das richtige Intervall.

Aufgabe 8

Eigenschaften von Funktionen

Lösungserwartung:

$f_1(x) = a \cdot b^x$	F
$f_2(x) = a \cdot x + b$	A
$f_3(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$	C
$f_4(x) = a \cdot x^3 + b$	E

A	<ul style="list-style-type: none"> – kein Monotoniewechsel – konstante Steigung – kein Krümmungswechsel
B	<ul style="list-style-type: none"> – genau eine lokale Extremstelle x_0 – symmetrisch zur Geraden $x = x_0$ – maximal zwei Nullstellen
C	<ul style="list-style-type: none"> – unendlich viele lokale Extremstellen – unendlich viele Wendestellen – keine Asymptote
D	<ul style="list-style-type: none"> – nur für $x \in [0; \infty)$ definierbar – überall rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt) – keine lokalen Extrem- oder Wendestellen
E	<ul style="list-style-type: none"> – keine lokale Extremstelle – genau eine Nullstelle – genau eine Wendestelle
F	<ul style="list-style-type: none"> – kein Monotoniewechsel – die x-Achse ist Asymptote – kein Krümmungswechsel

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jeder der vier Funktionsgleichungen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist. Bei zwei oder drei richtigen Zuordnungen ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 9

Verlauf des Graphen einer linearen Funktion

Lösungserwartung:

$k < 0$ und $d < 0$	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die laut Lösungserwartung richtige Aussage angekreuzt ist.

Aufgabe 10

Polynomfunktion

Lösungserwartung:

①	
5. Grades	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
mindestens eine Wendestelle	<input checked="" type="checkbox"/>

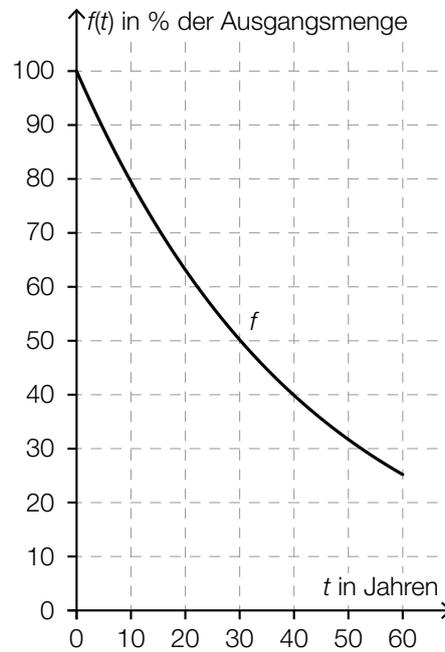
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Aufgabe 11

Halbwertszeit

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für den richtigen Graphen von f , wobei der Graph eine Exponentialfunktion darstellen und durch die Punkte $(0|100)$, $(30|50)$ und $(60|25)$ verlaufen muss.

Grundkompetenz: FA 5.5

Aufgabe 12

Winkelfunktion

Lösungserwartung:

$$a = 3$$

$$b = \frac{\pi}{2}$$

oder:

$$a = -3$$

$$b = -\frac{\pi}{2}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen (zusammengehörigen) Werte. Für die Angabe von nur einem richtigen Wert ist ein halber Punkt zu geben.

Bei der Angabe $a = 3$ sind für die Angabe von b alle Werte $\frac{\pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$ und auch alle Werte $90^\circ + k \cdot 360^\circ$ mit $k \in \mathbb{Z}$ als richtig zu werten.

Bei der Angabe $a = -3$ sind für die Angabe von b alle Werte $\frac{3 \cdot \pi}{2} + 2 \cdot k \cdot \pi$ mit $k \in \mathbb{Z}$ und auch alle Werte $270^\circ + k \cdot 360^\circ$ mit $k \in \mathbb{Z}$ als richtig zu werten.

Aufgabe 13

Messung der Geschwindigkeit

Lösungserwartung:

Der Grenzwert gibt die momentane Änderungsrate der Geschwindigkeit des Körpers 3 Sekunden nach Beginn der Messung an.	<input checked="" type="checkbox"/>
Der Grenzwert gibt die momentane Beschleunigung des Körpers 3 Sekunden nach Beginn der Messung an.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 14

Experiment

Lösungserwartung:

mittlere Änderungsrate: $1,1 \text{ }^\circ\text{C}/\text{min}$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 15

Wachstum einer Sonnenblume

Lösungserwartung:

①	
ist annähernd konstant	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
$H_{t+1} = H_t + k$ mit $k \in \mathbb{R}$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist. Ist nur für eine der beiden Lücken der richtige Satzteil angekreuzt, ist ein halber Punkt zu geben.

Aufgabe 16

Stammfunktionen

Lösungserwartung:

$G_2 = c + F$	<input checked="" type="checkbox"/>
$G_3 = F - c$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Funktionen angekreuzt sind.

Aufgabe 17

Fläche zwischen Graph und x -Achse

Lösungserwartung:

$2,5 \cdot (f(0) + f(2,5) + f(5) + f(7,5) + f(10) + f(12,5))$	<input checked="" type="checkbox"/>
$\int_0^{15} f(x) dx$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Ausdrücke angekreuzt sind.

Aufgabe 18

Arbeit bei der Dehnung einer Schraubenfeder

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$W = \int_0^{0,08} 40 \cdot s \, ds = 20 \cdot s^2 \Big|_0^{0,08} = 0,128$$

$$\Rightarrow W = 0,128 \text{ Joule}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Joule“ nicht angegeben sein muss.

Grundkompetenz: AN 4.2

Aufgabe 19

Boxplot und statistische Kennzahlen

Lösungserwartung:

arithmetisches Mittel	<input checked="" type="checkbox"/>
Modus	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen statistischen Kennzahlen angekreuzt sind.

Aufgabe 20

Schätzwert

Lösungserwartung:

$$\rho = \frac{b}{a}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Formel.

Aufgabe 21

Wahrscheinlichkeiten

Lösungserwartung:

$P(X < 2) = 0,4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$P(X \geq 1) = 0,7$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 22

Defekte Geräte

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$20 = n \cdot 0,025$$

$$n = 800$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 23

Schokoladefiguren

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

X ... Anzahl der fehlerhaften Schokoladefiguren

Die Zufallsvariable X ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 500$ und $p = 0,01$:

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,1233\dots$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 3.2

Aufgabe 24

Wahlprognose

Lösungserwartung:

mögliche Vorgehensweise:

$$0,35 + z \cdot \sqrt{\frac{0,35 \cdot 0,65}{500}} = 0,385$$

$$z = 1,640... \Rightarrow \gamma \approx 90 \%$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

Grundkompetenz: WS 4.1

Aufgabe 25 (Teil 2)

Tee

a) Lösungserwartung:

a1) Exponentialfunktion

a2) $33 \cdot 1,02^{10} \cdot 0,95 = 38,21\dots$

In Österreich werden im Jahr 2026 pro Kopf ca. 38,2 L Tee mittels Teebeuteln zubereitet.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für die Angabe des richtigen Funktionstyps.

Grundkompetenzpunkt: FA 1.9

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „L“ nicht angegeben sein muss.

b) Lösungserwartung:

b1) $g(0) = 1,55, g(6) = 2,55$

$$g(t) = \frac{1}{6} \cdot t + 1,55$$

b2) Jahr: 2013

Betrag der absoluten Abweichung: 0,03 Millionen Tonnen

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für eine richtige Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind als richtig zu werten.

b2) Ein Punkt für die Angabe des richtigen Jahres und der richtigen Lösung.

c) Lösungserwartung:**c1) mögliche Vorgehensweise:**

$$65 = 70 \cdot e^{-k \cdot 10} + 20$$

$$k = \frac{\ln\left(\frac{45}{70}\right)}{-10} = 0,0441\dots$$

$$k \approx 0,044 \text{ min}^{-1}$$

c2) mögliche Vorgehensweise:

$$45 = (90 - T_U) \cdot e^{-k \cdot t} + T_U$$

$$35 = (70 - T_U) \cdot e^{-k \cdot t} + T_U$$

$$\Rightarrow \frac{45 - T_U}{90 - T_U} = \frac{35 - T_U}{70 - T_U}$$

$$\Rightarrow T_U = 0 \text{ }^\circ\text{C}$$

Lösungsschlüssel:**c1)** Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „min⁻¹“ nicht angegeben sein muss.**c2)** Ein Punkt für die richtige Lösung.

Aufgabe 26 (Teil 2)

Erderwärmung

a) Lösungserwartung:

$$\begin{aligned} \text{a1) } T'(t_0) = 0 &\Rightarrow t_0 = 41,06\dots \\ (T''(t_0) > 0) \end{aligned}$$

a2) mögliche Begründung:

Die globale Mitteltemperatur steigt ab t_0 immer schneller an, weil für alle $t > t_0$ der Graph von T linksgekrümmt ist.

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei ein Nachweis, dass t_0 eine lokale Minimumstelle ist, nicht erbracht werden muss.

Grundkompetenz: AN 3.3

a2) Ein Punkt für eine richtige Begründung.

b) Lösungserwartung:

b1) mögliche Vorgehensweise:

$$T(200) = 18,473\dots \approx 18,47$$

$$14,31 + 1,5 \leq 18,47 \leq 14,31 + 4,5$$

Die Funktion T mit $a = 2,7$ bestätigt diese Studien.

b2) Zunahme um 1,5 °C: $T(200) = 15,81$

Zunahme um 4,5 °C: $T(200) = 18,81$

$$a_{\min} = 2,162\dots$$

$$a_{\max} = 2,768\dots$$

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für einen richtigen Nachweis.

b2) Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.

c) Lösungserwartung:

$$\text{c1) } k = \frac{15,3 - 14,72}{2100 - 2015} = 0,00682\dots$$
$$k \approx 0,0068 \text{ } ^\circ\text{C/Jahr}$$

$$\text{c2) } M(t) = 0,0068 \cdot t + 14,72$$

Lösungsschlüssel:

- c1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „°C/Jahr“ nicht angegeben sein muss.
- c2) Ein Punkt für eine richtige Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

Aufgabe 27 (Teil 2)

Elektromobilität

a) Lösungserwartung:

$$\begin{aligned} \text{a1) } a &= 1,37\dots \\ b &= 2\,168,1\dots \end{aligned}$$

a2) mögliche Vorgehensweise:

$$\begin{aligned} B_3 &= 14\,618 \cdot 1,37\dots + 2\,168,1\dots = 22\,226,7\dots \\ 22\,226,7\dots - 18\,459 &= 3\,767,7\dots \end{aligned}$$

Der Bestand an Elektroautos hätte im Jahr 2018 noch um ca. 3 768 Elektroautos erhöht werden müssen, damit die angegebene Differenzgleichung auch für das Jahr 2018 zutreffend wäre.

Lösungsschlüssel:

- a1) Ein Punkt für die Angabe der beiden richtigen Werte.
a2) Ein Punkt für die richtige Lösung.

b) Lösungserwartung:

$$\text{b1) } f(P) = \frac{22}{P}$$

$$\text{b2) Zeitintervall: } [5,94\dots \text{ h}; 9,56\dots \text{ h}]$$

Lösungsschlüssel:

- b1) Ein Ausgleichspunkt für eine richtige Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind als richtig zu werten.
b2) Ein Punkt für ein richtiges Intervall, wobei die Einheit „h“ nicht angegeben sein muss.

c) Lösungserwartung:

$$\text{c1) } E(v) = 0,2 \cdot v - 1,1$$

$$\text{c2) } E(v_1) = 41 - 30,22 = 10,78 \Rightarrow v_1 = 59,4 \text{ km/h}$$

Lösungsschlüssel:

- c1) Ein Punkt für eine richtige Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind als richtig zu werten.
c2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „km/h“ nicht angegeben sein muss.

Aufgabe 28 (Teil 2)

Müsliriegel

a) Lösungserwartung:

a1) mögliche Vorgehensweise:

$G(x)$... Gewinn bei einer Produktion von x Müsliriegeln

$$G(100\,000) = p \cdot 100\,000 - 100\,000 - (9\,000 \cdot 2 + 900 \cdot 5 + 100 \cdot 65)$$

$$G(100\,000) = 80\,000 \Rightarrow p = \text{€ } 2,09$$

a2) $p_1 \cdot 100\,000 - 100\,000 = 80\,000 \Rightarrow p_1 = \text{€ } 1,80$

$$\frac{0,29}{2,09} = 0,1387... \approx 13,9 \%$$

Lösungsschlüssel:

a1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „€“ nicht angegeben sein muss.

a2) Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen der Lösung sind ebenfalls als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

b1) $E(X) = 0,09 \cdot 2 + 0,009 \cdot 5 + 0,001 \cdot 65$

$$E(X) = \text{€ } 0,29$$

b2) mögliche Vorgehensweise:

$$1 - \frac{90\,000}{100\,000} \cdot \frac{89\,999}{99\,999} \cdot \frac{89\,998}{99\,998} \cdot \frac{89\,997}{99\,997} = 0,3439...$$

Lösungsschlüssel:

b1) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „€“ nicht angegeben sein muss.

b2) Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die näherungsweise Berechnung mit $1 - 0,9^4$ ebenfalls als richtig zu werten ist.

c) Lösungserwartung:

c1) $\sigma(Y) = \sqrt{1\,000 \cdot 0,95 \cdot (1 - 0,95)} = 6,892...$

c2) mögliche Interpretation:

Die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 933 Müsliriegel die vorgegebene Mindestmasse haben, beträgt ca. 99 %.

Lösungsschlüssel:

c1) Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung.

c2) Ein Punkt für eine richtige Interpretation.