Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reife- und Diplomprüfung bzw.
zur standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Berufsreifeprüfung

Mai 2020

Angewandte Mathematik (BHS)
Berufsreifeprüfung Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur standardisierten Durchführung

Die alle Fächer betreffenden Durchführungshinweise werden vom BMBWF gesondert erlassen. Die nachstehenden Hinweise sollen eine standardisierte Vorgehensweise bei der Durchführung unterstützen.

- Die vorgesehene Prüfungszeit beträgt maximal 25 Minuten, die Vorbereitungszeit mindestens 30 Minuten.
- Falls am Computer gearbeitet wird, ist jedes Blatt vor dem Ausdrucken so zu beschriften, dass es der Kandidatin / dem Kandidaten eindeutig zuzuordnen ist.
- Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRDP in Angewandter Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.
- Schreiben Sie Beginn und Ende der Vorbereitungszeit ins Prüfungsprotokoll.
- Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen nicht öffentlich werden.

Erläuterungen zur Beurteilung

Eine Aufgabenstellung umfasst stets 12 nachzuweisende Handlungskompetenzen, welche durch die Großbuchstaben A (Modellieren & Transferieren), B (Operieren & Technologieeinsatz) oder R (Interpretieren & Dokumentieren und Argumentieren & Kommunizieren) gekennzeichnet sind.

Beurteilungsrelevant ist nur die gestellte Aufgabenstellung.

Für die Beurteilung der Kompensationsprüfung ist jede nachzuweisende Handlungskompetenz als gleichwertig zu betrachten.

Die Gesamtanzahl der von der Kandidatin / vom Kandidaten vollständig nachgewiesenen Handlungskompetenzen ergibt gemäß dem nachstehenden Beurteilungsschlüssel die Note für die mündliche Kompensationsprüfung.

Beurteilungsschlüssel:

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
11	Gut
10 9	Befriedigend
8 7	Genügend
6 5 4 3 2 1 0	Nicht genügend

Gesamtbeurteilung:

Da sowohl die von der Kandidatin / vom Kandidaten im Rahmen der Kompensationsprüfung erbrachte Leistung als auch das Ergebnis der Klausurarbeit für die Gesamtbeurteilung herangezogen werden, kann die Gesamtbeurteilung nicht besser als „Befriedigend“ lauten.

1) In einem Casino kann Roulette gespielt werden. Beim Roulette kann bei jedem Spiel auf die Zahlen von 0 bis 36 gesetzt werden.

Fritz spielt *n* Spiele, die voneinander unabhängig sind, und setzt bei jedem Spiel auf die Zahl 17. Die Wahrscheinlichkeit, dass Fritz gewinnt, beträgt bei jedem Spiel $\frac{1}{37}$.

– Erstellen Sie mithilfe von *n* eine Formel zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass Fritz bei mindestens 1 dieser *n* Spiele gewinnt. (A)

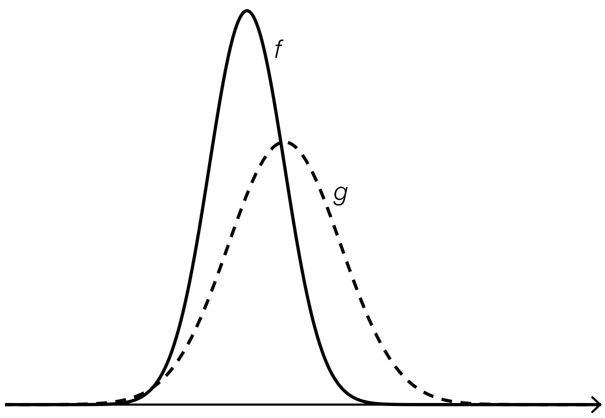
Gabi setzt bei jedem Spiel auf 6 verschiedene Zahlen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass Gabi gewinnt, beträgt bei jedem Spiel $\frac{6}{37}$.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Gabi bei genau 2 von 5 Spielen gewinnt. (B)

An der Bar des Casinos gibt es Getränke. Die Flüssigkeitsmenge in den Gläsern ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 110$ ml und der Standardabweichung $\sigma = 10$ ml.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Flüssigkeitsmenge in einem zufällig ausgewählten Glas mindestens 120 ml beträgt. (B)

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Dichtefunktionen *f* und *g* zweier normalverteilter Zufallsvariablen dargestellt.



– Beschreiben Sie, wie sich die Erwartungswerte und die Standardabweichungen dieser beiden Zufallsvariablen voneinander unterscheiden. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): E ... Fritz gewinnt bei mindestens 1 Spiel

$P(E) = 1 - \left(\frac{36}{37}\right)^n$

(B): X ... Anzahl gewonnener Spiele

Binomialverteilung mit $n = 5$ und $p = \frac{6}{37}$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X = 2) = 0{,}1546...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 15,5 %.

(B): X ... Flüssigkeitsmenge in einem Glas in ml

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$P(X \geq 120) = 0{,}1586...$

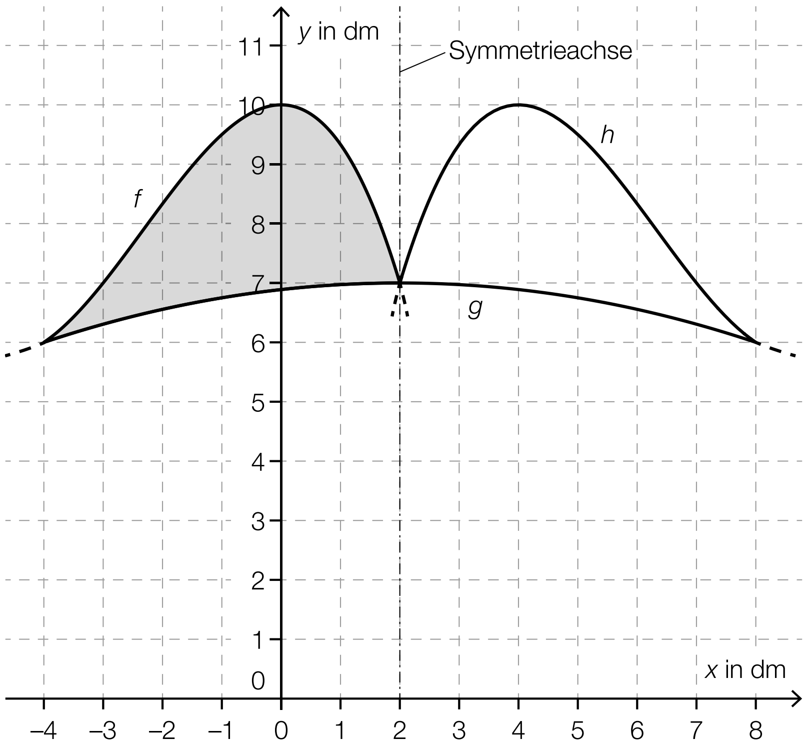
Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 15,9 %.

(R): Bei der Zufallsvariable mit der Dichtefunktion g sind sowohl der Erwartungswert als auch die Standardabweichung höher als bei der Zufallsvariable mit der Dichtefunktion f.

2) Das nachstehende Bild zeigt einen außergewöhnlichen Brunnen.

Quelle: Małgorzata Chodakowska, www.skulptur-chodakowska.de/wp-content/uploads/2016/01/151_14_34.jpg [14.01.2020].

In der nachstehenden Abbildung wurden die beiden zueinander symmetrischen „Flügel“ der Skulptur mithilfe der Funktionen *f*, *g* und *h* modelliert.



– Erstellen Sie mithilfe von *f* und *g* eine Formel zur Berechnung des Inhalts *A* der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche.

$A =$ ____ (A)

– Erklären Sie, warum sich die Funktion *g* <u>nicht</u> durch die nachstehende Gleichung beschreiben lässt.

$y = a \cdot x^2 + c$ (R)

– Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung den Winkel α, für den gilt:

$\alpha = 2 \cdot (90° - \arctan(h'(2)))$ (R)

Der Graph der Polynomfunktion 3. Grades *h* verläuft durch die Punkte (2|7) und (8|6) und hat den Hochpunkt (4|10).

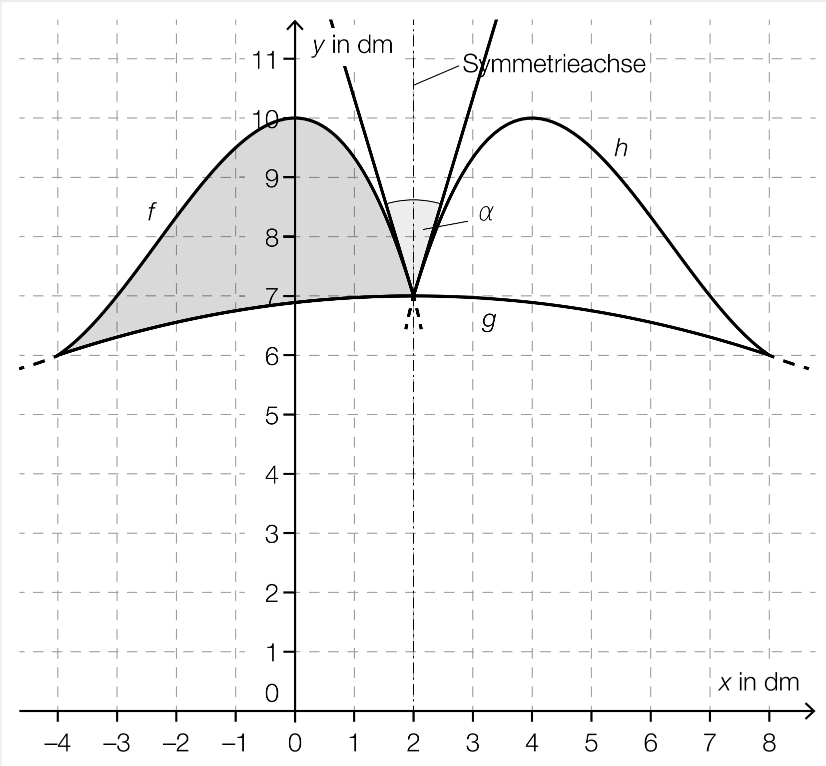
– Erstellen Sie mithilfe dieser Informationen ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von *h*. (A)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A): $A = \int_{-4}^{2} (f(x) - g(x))\,\mathrm{d}x$

(R): Die Funktion lässt sich nicht so beschreiben, da ihr Graph nicht symmetrisch zur *y*-Achse liegt.

(R):



(A): $h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$h'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$

I: $h(2) = 7$
II: $h(8) = 6$
III: $h(4) = 10$
IV: $h'(4) = 0$

oder:

I: $8 \cdot a + 4 \cdot b + 2 \cdot c + d = 7$
II: $512 \cdot a + 64 \cdot b + 8 \cdot c + d = 6$
III: $64 \cdot a + 16 \cdot b + 4 \cdot c + d = 10$
IV: $48 \cdot a + 8 \cdot b + c = 0$

3) Das Speicherkraftwerk Sellrain-Silz besteht aus dem Speichersee, dem etwas tiefer gelegenen Zwischenspeicher und dem im Tal gelegenen Kraftwerk Silz.

In der nachstehenden Abbildung 1 ist die momentane Änderungsrate des Wasservolumens im Zwischenspeicher für ein bestimmtes Zeitintervall dargestellt.

Abbildung 1

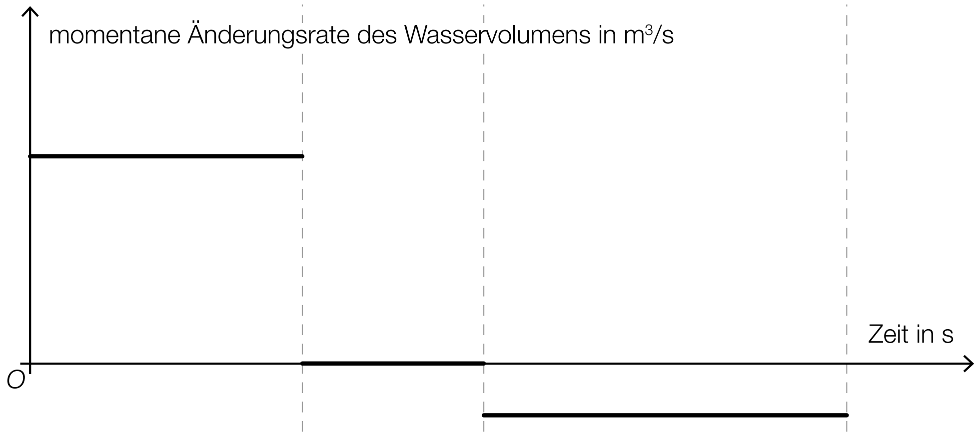
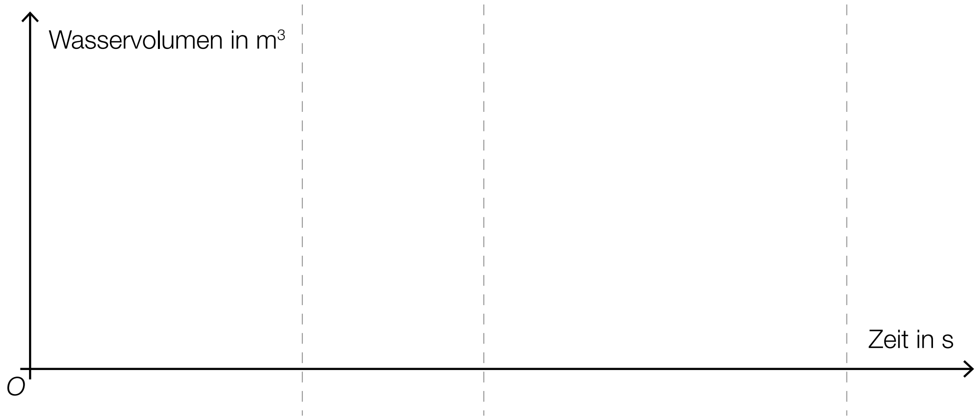


Abbildung 2



Der Zwischenspeicher ist zu Beginn (t = 0) leer.

– Skizzieren Sie in der obigen Abbildung 2 den Graphen derjenigen Funktion, die das Wasservolumen im Zwischenspeicher in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. (A)

Der Speichersee hat ein Fassungsvermögen von 60 Millionen m³, der Zwischenspeicher fasst $\frac{1}{20}$ dieses Volumens. Aus dem Zwischenspeicher können pro Sekunde 66 m³ Wasser in den Speichersee hochgepumpt werden.

– Berechnen Sie, wie viele Stunden es dauern würde, das Wasser des vollen Zwischenspeichers restlos in den Speichersee hochzupumpen. (B)

Vom Zwischenspeicher wird das Wasser ins Kraftwerk Silz geleitet. Dabei überwindet das Wasser in einem 1906 m langen Schacht einen Höhenunterschied von 1258 m. Der Neigungswinkel des Schachts wird vereinfacht als konstant angenommen.

– Berechnen Sie den Neigungswinkel dieses Schachts zur Horizontalen. (B)

Für die Stromerzeugung spielt die Geschwindigkeit v des Wassers beim Auftreffen auf die Turbinen eine entscheidende Rolle.

Zwischen der Fallhöhe h und der Geschwindigkeit v besteht der folgende Zusammenhang:

$g \cdot h = 0{,}5 \cdot v^2$

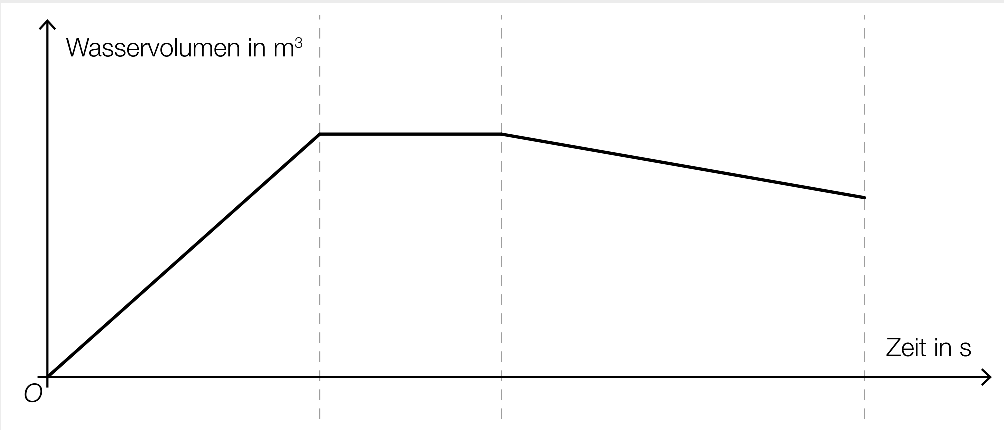
g ... Erdbeschleunigung (konstant)

Theresa behauptet, dass eine Verdoppelung der Fallhöhe h zu einer Vervierfachung der Geschwindigkeit v führt.

– Zeigen Sie allgemein, dass diese Behauptung falsch ist. (R)

<u>Möglicher Lösungsweg:</u>

(A):



Aus der Skizze soll ersichtlich sein, dass die Wassermenge im 1. Intervall linear steigt, im 2. Intervall unverändert bleibt und im 3. Intervall linear abnimmt.
Der Betrag der Steigung im 1. Intervall soll eindeutig größer als jener im 3. Intervall sein.

(B): Wassermenge in m³:

$\frac{60 \cdot 10^6}{20} = 3 \cdot 10^6$

Dauer in h:

$\frac{3 \cdot 10^6}{66 \cdot 3\,600} = 12{,}62...$

Es würde rund 12,6 h dauern.

(B): $\alpha = \arcsin\left(\frac{1\,258}{1\,906}\right) = 41{,}30...°$

(R): $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

$v_{neu} = \sqrt{2 \cdot g \cdot 2 \cdot h} = \sqrt{2} \cdot v \neq 4 \cdot v$