Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

14. Jänner 2020

Mathematik

Teil-1- und Teil-2-Aufgaben

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt *270 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst.

Sie dürfen die für diesen Klausurtermin freigegebene Formelsammlung sowie zugelassene elektronische Hilfsmittel verwenden, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendaten im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum auf und kann auf Wunsch eingesehen werden.

Das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter sind abzugeben.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐

Bewertung

Die Aufgaben im Teil 1 werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bzw. 0 Punkten, ½ oder 1 Punkt bewertet. Die zu erreichenden Punkte pro Aufgabe sind bei jeder Teil-1-Aufgabe im Aufgabenheft angeführt.
Jede Teilaufgabe im Teil 2 wird mit 0, 1 oder 2 Punkten bewertet. Die mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

Zwei Beurteilungswege

1) Wenn Sie **mindestens 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 $\boxed{\text{A}}$-Punkte aus Teil 2) erreicht haben, gilt der folgende Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16 – 23,5 Punkte
Befriedigend	24 – 32,5 Punkte
Gut	33 – 40,5 Punkte
Sehr gut	41 – 48 Punkte

2) Wenn Sie **weniger als 16** von 28 Punkten (24 Teil-1-Punkte + 4 $\boxed{\text{A}}$-Punkte aus Teil 2) erreicht haben, aber **insgesamt 24 Punkte oder mehr** (aus Teil-1- und Teil-2-Aufgaben) erreicht haben, dann können Sie auf diesem Weg ein „Genügend“ oder „Befriedigend“ erreichen:

Genügend	24 – 28,5 Punkte
Befriedigend	29 – 35,5 Punkte

Ab 36 erreichten Punkten gilt der unter 1) angeführte Beurteilungsschlüssel.

Die Arbeit wird mit „Nicht genügend“ beurteilt, wenn im Teil 1 unter Berücksichtigung der mit $\boxed{\text{A}}$ markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Punkte und insgesamt weniger als 24 Punkte erreicht wurden.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Äquivalente Gleichungen

Gegeben ist die Gleichung $\frac{x}{2} - 4 = 3$ in $x \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden nachstehenden Gleichungen in $x \in \mathbb{R}$ an, die zur gegebenen Gleichung äquivalent sind.

$x - 4 = 6$	☐
$\frac{x}{2} = -1$	☐
$\frac{x}{2} - 3 = 4$	☐
$\frac{x-8}{2} = 3$	☐
$\left(\frac{x}{2} - 4\right)^2 = 9$	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 2

Verkehrsunfallstatistik

Die nachstehenden Angaben beziehen sich auf Straßenverkehrsunfälle im Zeitraum von 2014 bis 2016.

A ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2014, davon a % mit Personenschaden
B ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2015, davon b % mit Personenschaden
C ... Anzahl der Straßenverkehrsunfälle im Jahr 2016, davon c % mit Personenschaden

Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term für die Gesamtanzahl N der Straßenverkehrsunfälle mit Personenschaden im Zeitraum von 2014 bis 2016 an.

N = ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 3

Löwenrudel

Ein Rudel von Löwen besteht aus Männchen und Weibchen. Die Anzahl der Männchen in diesem Rudel wird mit m bezeichnet, jene der Weibchen mit w.

Die beiden nachstehenden Gleichungen enthalten Informationen über dieses Rudel.

$m + w = 21$

$4 \cdot m + 1 = w$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die auf dieses Rudel zutreffen.

In diesem Rudel sind mehr Männchen als Weibchen.	☐
Die Anzahl der Weibchen ist mehr als viermal so groß wie die Anzahl der Männchen.	☐
Die Anzahl der Männchen ist um 1 kleiner als die Anzahl der Weibchen.	☐
Insgesamt sind mehr als 20 Löwen (Männchen und Weibchen) in diesem Rudel.	☐
Das Vierfache der Anzahl der Männchen ist um 1 größer als die Anzahl der Weibchen.	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 4

Quadratische Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung $x^2 + r \cdot x + s = 0$ in $x \in \mathbb{R}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Lösungsfällen jeweils diejenige Aussage über die Parameter *r* und *s* (aus A bis F) zu, bei der stets der jeweilige Lösungsfall vorliegt.

Die quadratische Gleichung hat keine reelle Lösung.	
Die quadratische Gleichung hat nur eine reelle Lösung $x = -\frac{r}{2}$.	
Die quadratische Gleichung hat die reellen Lösungen $x_1 = 0$ und $x_2 = -r$.	
Die quadratische Gleichung hat die reellen Lösungen $x_1 = -\sqrt{-s}$ und $x_2 = \sqrt{-s}$.	

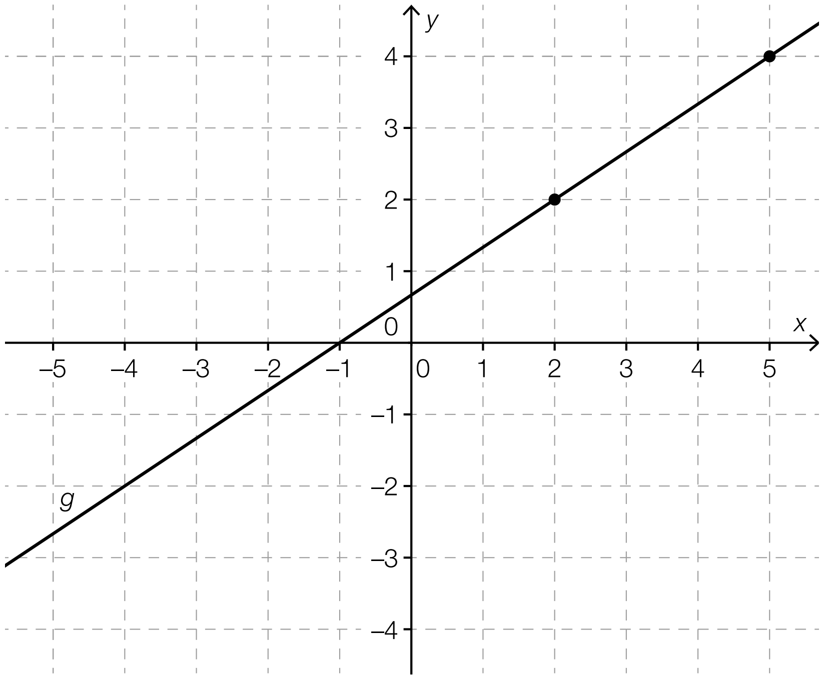
A	$\frac{r^2}{4} = s$
B	$\frac{r^2}{4} - s > 0$ mit $r, s \neq 0$
C	$r \in \mathbb{R},\ s > 0$
D	$r = 0,\ s < 0$
E	$r \neq 0,\ s = 0$
F	$r = 0,\ s > 0$

[0/½/1 Punkt]

Aufgabe 5

Parallele Gerade durch einen Punkt

Im nachstehenden Koordinatensystem ist eine Gerade g abgebildet. Die gekennzeichneten Punkte der Geraden g haben ganzzahlige Koordinaten.



Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Parameterdarstellung einer zu g parallelen Geraden h durch den Punkt $(3\,|\,-1)$ an.

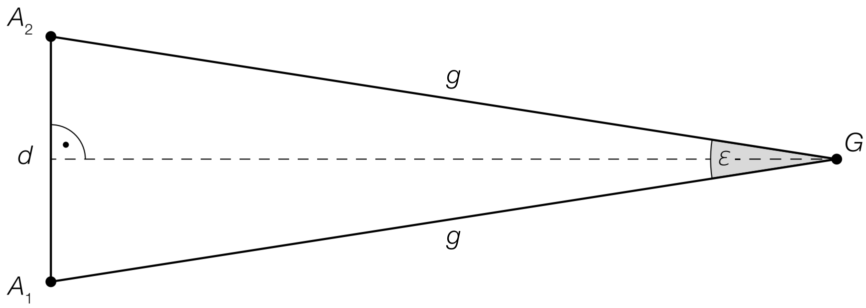
h: X = ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 6

Räumliches Sehen

Betrachtet man einen Gegenstand, so schließen die Blickrichtungen der beiden Augen einen Winkel ε ein. In der nachstehend dargestellten Situation hat der Gegenstand G zu den beiden Augen A_1 und A_2 den gleichen Abstand g. Der Augenabstand wird mit d bezeichnet.



Aufgabenstellung:

Geben Sie den Abstand g in Abhängigkeit vom Augenabstand d und vom Winkel ε an.

g = ____

[0/1 Punkt]

Aufgabe 7

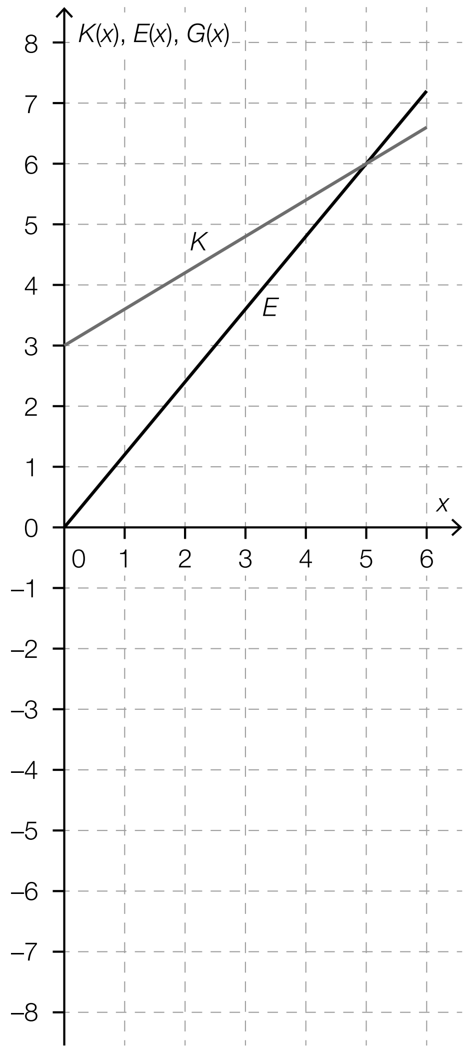
Gewinnfunktion

Die unten stehende Abbildung zeigt eine lineare Kostenfunktion $K: x \mapsto K(x)$ und eine lineare Erlösfunktion $E: x \mapsto E(x)$ mit $x \in [0; 6]$.

Für die Gewinnfunktion $G: x \mapsto G(x)$ gilt für alle $x \in [0; 6]$: $G(x) = E(x) - K(x)$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den Graphen von G ein.



[0/1 Punkt]

Aufgabe 8

Funktionale Zusammenhänge

Gegeben ist die Gleichung $w = \frac{y \cdot z^2}{2 \cdot x}$ mit $w, x, y, z \in \mathbb{R}^+$.

Die gegebene Gleichung beschreibt funktionale Zusammenhänge zwischen zwei Variablen, wenn die beiden anderen Variablen als konstant angenommen werden.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an.

Betrachtet man z in Abhängigkeit von x, so ist $z\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto z(x)$ eine Exponentialfunktion.	☐
Betrachtet man w in Abhängigkeit von z, so ist $w\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, z \mapsto w(z)$ eine quadratische Funktion.	☐
Betrachtet man w in Abhängigkeit von x, so ist $w\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, x \mapsto w(x)$ eine lineare Funktion.	☐
Betrachtet man y in Abhängigkeit von z, so ist $y\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, z \mapsto y(z)$ eine Polynomfunktion vom Grad 2.	☐
Betrachtet man x in Abhängigkeit von y, so ist $x\colon \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+, y \mapsto x(y)$ eine lineare Funktion.	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 9

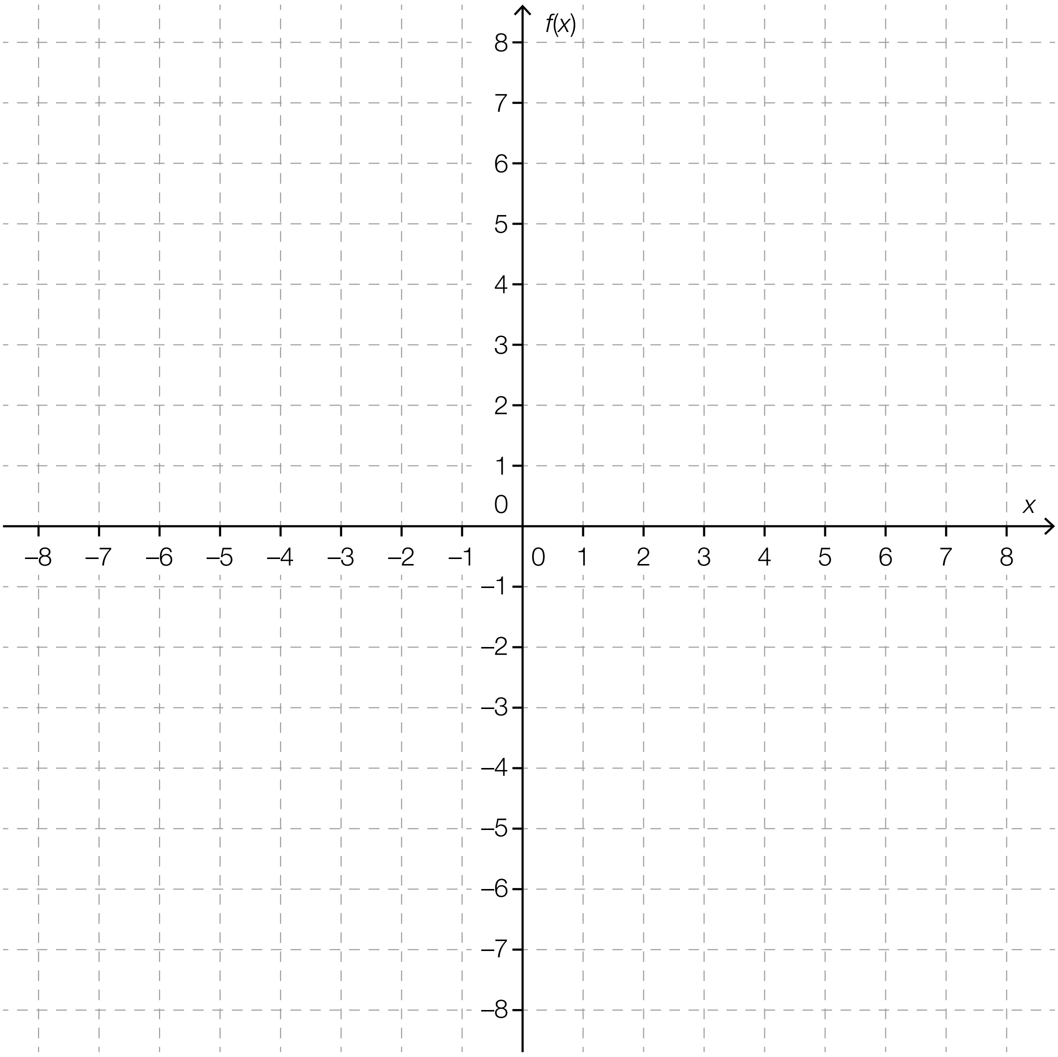
Graph zeichnen

Von einer linearen Funktion *f* sind nachstehende Eigenschaften bekannt:

- Die Steigung von *f* ist –0,4.
- Der Funktionswert von *f* an der Stelle 2 ist 1.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem den Graphen von *f* auf dem Intervall [–7; 7] ein.



[0/1 Punkt]

Aufgabe 10

Bruttogehalt und Nettogehalt

Auf der Website des Finanzministeriums findet man einen Brutto-Netto-Rechner, der für jedes monatliche Bruttogehalt das entsprechende Nettogehalt berechnet.

Folgende Tabelle gibt Auskunft über einige Gehälter:

Bruttogehalt in €	1500	2000	2500
Nettogehalt in €	1199	1483	1749

Aufgabenstellung:

Zeigen Sie unter Verwendung der in der obigen Tabelle angeführten Werte, dass zwischen dem Bruttogehalt und dem Nettogehalt kein linearer Zusammenhang besteht.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 11

Verzinsung

Ein Kapital K_0 wird auf einem Sparbuch mit 1 % p. a. (pro Jahr) verzinst.

Für die nachstehende Aufgabenstellung gilt die Annahme, dass allfällige Steuern oder Gebühren nicht gesondert berücksichtigt werden müssen und dass keine weiteren Einzahlungen oder Auszahlungen erfolgen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, in wie vielen Jahren sich das Kapital K_0 bei gleichbleibendem Zinssatz verdoppelt.

[0/1 Punkt]

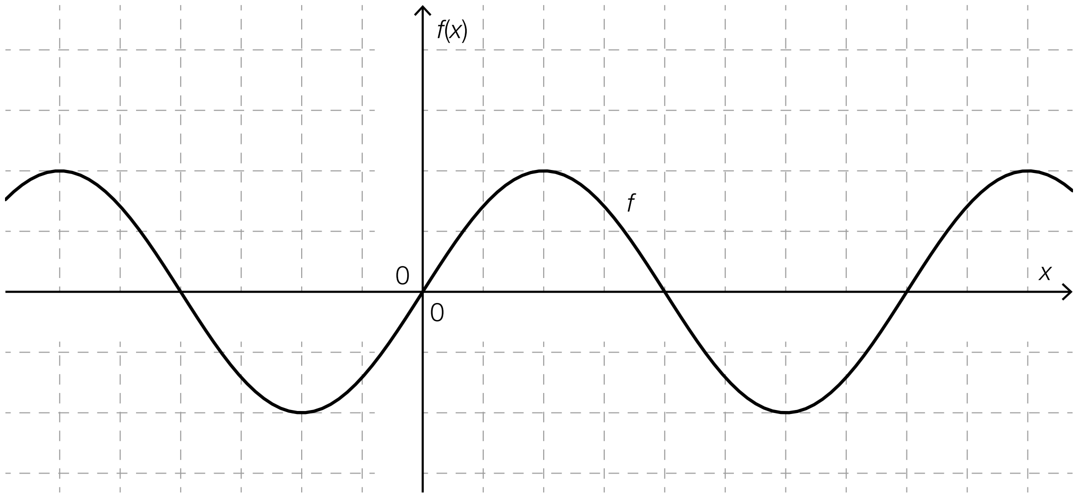
Aufgabe 12

Sinusfunktion

Gegeben ist eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{b}\right)$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie in der nachstehenden Abbildung *a* und *b* auf der jeweils entsprechenden Achse so, dass der abgebildete Graph dem Graphen der Funktion *f* entspricht.

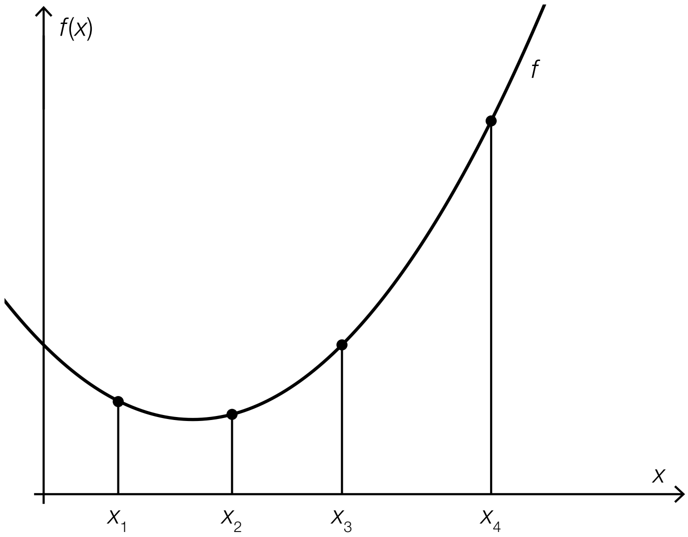


[0/1 Punkt]

Aufgabe 13

Differenzenquotient und Differenzialquotient

Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f zweiten Grades abgebildet. Zusätzlich sind vier Punkte auf dem Graphen mit den x-Koordinaten x_1, x_2, x_3 und x_4 eingezeichnet.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden auf die Funktion f zutreffenden Aussagen an.

Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_2]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_1.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_3]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_3.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_1; x_4]$ ist kleiner als der Differenzialquotient an der Stelle x_2.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_2; x_4]$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle x_2.	☐
Der Differenzenquotient für das Intervall $[x_3; x_4]$ ist größer als der Differenzialquotient an der Stelle x_4.	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 14

Bewegung

Ein Körper startet seine geradlinige Bewegung zum Zeitpunkt $t = 0$.
Die Funktion v ordnet jedem Zeitpunkt t die Geschwindigkeit $v(t)$ des Körpers zum Zeitpunkt t zu (t in s, $v(t)$ in m/s).

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die Gleichung $v'(3) = 1$ im gegebenen Kontext unter Verwendung der entsprechenden Einheit.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 15

Konzentration eines Arzneistoffs

Einer Patientin wird täglich um 8:00 Uhr ein Arzneistoff intravenös verabreicht.
Die Konzentration des Arzneistoffs im Blut der Patientin am Tag t unmittelbar vor der Verabreichung des Arzneistoffs wird mit c_t bezeichnet (c_t in Milligramm/Liter).

Für $t \in \mathbb{N}$ gilt: $c_{t+1} = 0{,}3 \cdot (c_t + 4)$

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den in der Gleichung auftretenden Zahlenwert 4 im gegebenen Kontext unter Verwendung der entsprechenden Einheit.

[0/1 Punkt]

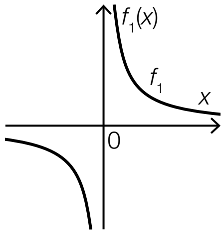
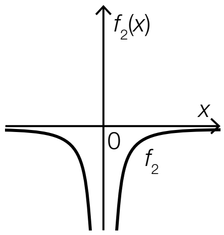
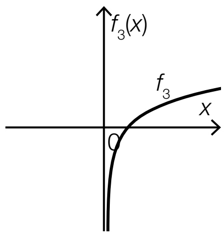
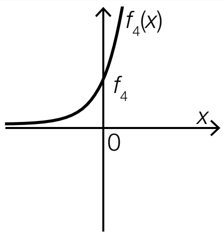
Aufgabe 16

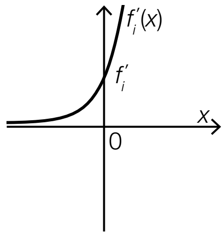
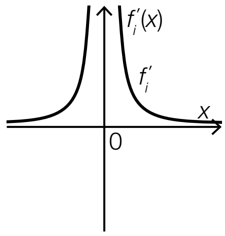
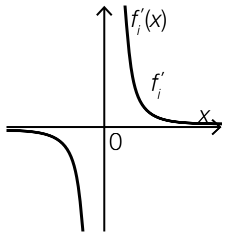
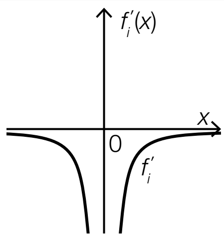
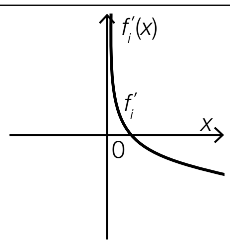
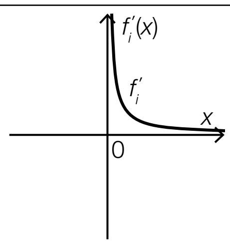
Graphen von Ableitungsfunktionen

Unten stehend sind die vier Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 sowie die Graphen von sechs Funktionen (A bis F) abgebildet.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 jeweils denjenigen Graphen (aus A bis F) zu, der die Ableitung dieser Funktion darstellt.

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Aufgabe 17

Eigenschaften einer Polynomfunktion

Es sei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Polynomfunktion und $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass jedenfalls eine korrekte Aussage entsteht.

Wenn für alle $x \in (a; b)$ ___①___ gilt, dann ist die Funktion f im Intervall $(a; b)$ ___②___.

①	
$f(x) > 0$	☐
$f'(x) < 0$	☐
$f''(x) > 0$	☐

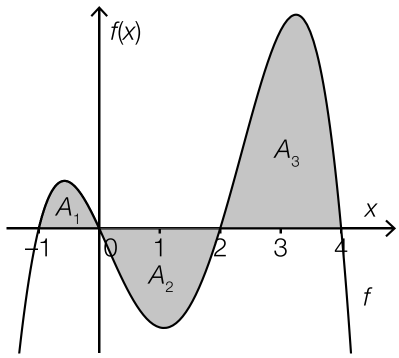
②	
streng monoton fallend	☐
rechtsgekrümmt (negativ gekrümmt)	☐
streng monoton steigend	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 18

Bestimmte Integrale

Nachstehend ist der Graph einer Polynomfunktion f mit den Nullstellen $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 2$ und $x_4 = 4$ dargestellt.
Für die mit A_1, A_2 und A_3 gekennzeichneten Flächeninhalte gilt:
$A_1 = 0{,}4$, $A_2 = 1{,}5$ und $A_3 = 3{,}2$.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die wahre Aussagen sind.

$\int_{-1}^{2} f(x)\,dx = 1{,}9$	☐
$\int_{0}^{4} f(x)\,dx = 1{,}7$	☐
$\int_{-1}^{4} f(x)\,dx = 5{,}1$	☐
$\int_{0}^{2} f(x)\,dx = 1{,}5$	☐
$\int_{2}^{4} f(x)\,dx = 3{,}2$	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 19

Histogramm

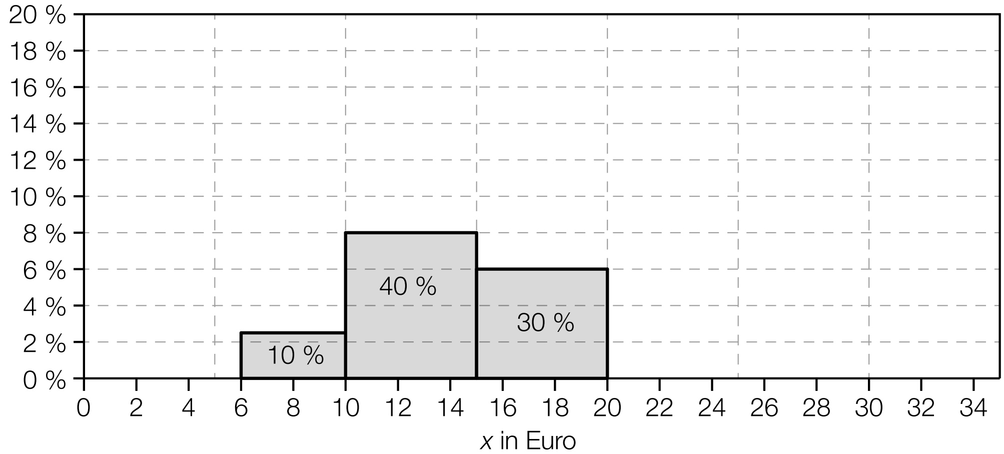
Ein Betrieb hat insgesamt 200 Beschäftigte. In der nachstehenden Tabelle sind die Stundenlöhne dieser Beschäftigten in Klassen zusammengefasst.

Stundenlohn x in Euro	Anzahl der Beschäftigten
$6 \leq x < 10$	20
$10 \leq x < 15$	80
$15 \leq x < 20$	60
$20 \leq x \leq 30$	40

Der Flächeninhalt eines Rechtecks im unten stehenden Histogramm ist der relative Anteil der Beschäftigten in der jeweiligen Klasse.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie im nachstehenden Histogramm die fehlende Säule so, dass die obigen Daten dargestellt sind.



[0/1 Punkt]

Aufgabe 20

Statistische Kennzahlen

Eine Datenliste wird um genau einen Datenwert ergänzt, der größer als alle bisher erfassten Datenwerte ist. Zwei der unten stehenden statistischen Kennzahlen werden dadurch jedenfalls größer.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden statistischen Kennzahlen an.

Spannweite	☐
Modus	☐
Median	☐
3. Quartil	☐
arithmetisches Mittel	☐

[0/1 Punkt]

Aufgabe 21

Grippe in Österreich

Die Medizinische Universität Wien hat die Daten einer Grippe-Virusinfektion für eine bestimmte Woche veröffentlicht. Dazu wurden Blutproben von Personen, die in dieser Woche an Grippe erkrankt waren, untersucht. Von den 1 954 untersuchten Blutproben waren 547 Blutproben mit dem Virus *A(H1N1)*, 117 Blutproben mit dem Virus *A(H3N2)* und die restlichen Blutproben mit dem Virus *Influenza B* infiziert.

Aufgabenstellung:

Verwenden Sie die obigen Häufigkeitsangaben als Wahrscheinlichkeiten und bestimmen Sie unter dieser Voraussetzung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte an Grippe erkrankte Person mit dem Virus *Influenza B* infiziert ist.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 22

Basketball

Martin und Sebastian werfen beim Basketball nacheinander je einmal in Richtung des Korbes. Martin trifft mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 in den Korb und Sebastian trifft mit der Wahrscheinlichkeit 0,8 (unabhängig davon, ob Martin getroffen hat) in den Korb.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau einer der beiden Spieler in den Korb trifft.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 23

Drei Würfe mit einem Kegel

Wirft man einen Kegel, kann dieser entweder auf der Mantelfläche oder auf der Grundfläche zu liegen kommen.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Kegel auf der Grundfläche zu liegen kommt, beträgt bei jedem Wurf unabhängig von den anderen Würfen 30 %.

Der Kegel wird im Zuge eines Zufallsexperiments dreimal geworfen. Die Zufallsvariable X beschreibt, wie oft der Kegel dabei auf der Grundfläche zu liegen kommt.

Die unten stehende Tabelle soll die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariablen X angeben.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die fehlenden Werte.

X	Wahrscheinlichkeit (gerundet)
0	0,343
1	0,441
2	
3	

[0/1 Punkt]

Aufgabe 24

Frühstück

Im Rahmen einer Studie gaben 252 von 450 Jugendlichen eines Bundeslandes an, dass sie immer frühstücken, bevor sie in die Schule gehen. Der Anteil dieser Jugendlichen wird mit h bezeichnet.

Der Anteil aller Jugendlichen dieses Bundeslandes, die immer frühstücken, bevor sie in die Schule gehen, wird mit p bezeichnet.

Aufgabenstellung:

Geben Sie auf Basis dieser Studie für p ein um h symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall an.

[0/1 Punkt]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Einsatz von Antibiotika

Die Entwicklung einer Bakterienpopulation kann durch die Zufuhr von Antibiotika beeinflusst werden, was letztlich durch die Giftwirkung von Antibiotika zum Aussterben der Bakterienpopulation führen soll.

In bestimmten Fällen kann diese Entwicklung näherungsweise durch eine Funktion $B: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ beschrieben werden:

$B(t) = b \cdot e^{k \cdot t - \frac{c}{2} \cdot t^2}$ mit $b, c, k \in \mathbb{R}^+$

t ... Zeit in Stunden
$B(t)$ ... Anzahl der Bakterien in Millionen zum Zeitpunkt t
b ... Anzahl der Bakterien in Millionen zum Zeitpunkt $t = 0$
k ... Konstante
c ... Parameter für die Giftwirkung

Aufgabenstellung:

a) Die Funktion B hat genau eine positive Extremstelle t_1.

1) Bestimmen Sie t_1 in Abhängigkeit von k und c.

2) Geben Sie an, welche Auswirkungen eine Vergrößerung von c bei gegebenem k auf die Lage der Extremstelle t_1 der Funktion B hat.

b) Die Funktion $B_1: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ mit $B_1(t) = 20 \cdot e^{2 \cdot t - 0{,}45 \cdot t^2}$ beschreibt die Anzahl der Bakterien einer bestimmten Bakterienpopulation in Millionen in Abhängigkeit von der Zeit t.

Zum Zeitpunkt $t_2 \neq 0$ erreicht die Bakterienpopulation ihre ursprüngliche Anzahl von 20 Millionen.

1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie t_2 an.

2) Deuten Sie $B_1'(t_2)$ im vorliegenden Kontext unter Verwendung der entsprechenden Einheit.

c) Die Funktion $B_2: \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ mit $B_2(t) = 5 \cdot e^{4 \cdot t - \frac{t^2}{2}}$ beschreibt die Anzahl der Bakterien einer anderen Bakterienpopulation in Millionen, die zum Zeitpunkt $t = 4$ ihr Maximum aufweist.

1) Bestimmen Sie denjenigen Zeitpunkt t_3, zu dem die stärkste Abnahme der Bakterienpopulation stattfindet.

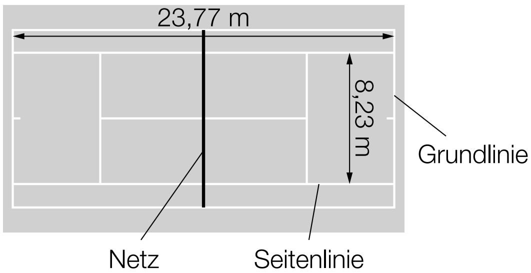
2) Geben Sie an, wie viel Prozent der maximalen Anzahl an Bakterien zum Zeitpunkt t_3 noch vorhanden sind.

Aufgabe 26 (Teil 2)

Tennis

Tennis ist ein Rückschlagspiel zwischen zwei oder vier Personen, bei dem ein Tennisball über ein Netz geschlagen werden muss. Das Spielfeld ist rechteckig und wird durch ein Netz in zwei Hälften geteilt (siehe Abbildung 1). Für ein Spiel zwischen zwei Personen ist der Platz 23,77 m lang und 8,23 m breit. Das Spielfeld wird durch die Grundlinien und die Seitenlinien begrenzt. Das Netz weist eine maximale Höhe von 1,07 m auf.

Abbildung 1:



Aufgabenstellung:

a) Die Funktion $f\colon \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = -0{,}0007 \cdot x^3 + 0{,}005 \cdot x^2 + 0{,}2 \cdot x + 0{,}4$ beschreibt eine Bahnkurve eines Tennisballs bis zu derjenigen Stelle, an der der Tennisball erstmals den Boden berührt. Dabei gibt x die waagrechte Entfernung des Tennisballs vom Abschlagpunkt und $f(x)$ die Flughöhe des Tennisballs über dem Boden an (x und $f(x)$ in m). Die Flugbahn des Tennisballs startet zwischen den Seitenlinien an der Grundlinie und die Ebene, in der die Flugbahn liegt, verläuft parallel zur Seitenlinie des Tennisfelds.

1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie an, in welcher waagrechten Entfernung vom Abschlagpunkt der Tennisball seine maximale Höhe erreicht.

   waagrechte Entfernung vom Abschlagpunkt: ____________________ m

2) Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Tennisball im gegnerischen Spielfeld oder hinter der Grundlinie landet.

b) Fällt ein Tennisball lotrecht (ohne Drehung) auf den Boden, so springt er wieder lotrecht zurück. Der Restitutionskoeffizient r ist ein Maß für die Sprungfähigkeit des Tennisballs.

Es gilt: $r = \frac{v_2}{v_1}$, wobei v_1 der Betrag der Geschwindigkeit des Tennisballs vor und v_2 der Betrag der Geschwindigkeit des Tennisballs nach dem Aufprall ist.

Die Differenz der vertikalen Geschwindigkeiten unmittelbar vor und nach dem Aufprall ist aufgrund der unterschiedlichen Bewegungsrichtungen des Tennisballs definiert durch:
$\Delta v = v_2 - (-v_1)$.

1) Geben Sie Δv in Abhängigkeit von v_1 und r an.

$\Delta v =$ ____

Ein Tennisball trifft mit der Geschwindigkeit $v_1 = 4{,}4$ m/s lotrecht auf dem Boden auf. Der Restitutionskoeffizient beträgt für diesen Tennisball $r = 0{,}6$. Die Kontaktzeit mit dem Boden beträgt 0,01 s.

2) Berechnen Sie die durchschnittliche Beschleunigung a (in m/s²) des Tennisballs in vertikaler Richtung beim Aufprall (während der Kontaktzeit).

$a =$ ____ m/s²

c) Bei einem Fünf-Satz-Tennismatch gewinnt ein Spieler, sobald er drei Sätze gewonnen hat. Für einen Satzgewinn müssen in der Regel sechs Games gewonnen werden, wobei es für jedes gewonnene Game einen Punkt gibt.

Für unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten p für ein gewonnenes Game wurden die daraus resultierenden Wahrscheinlichkeiten m für einen Matchgewinn bei einem Fünf-Satz-Match ermittelt. In der nachstehenden Tabelle sind diese Wahrscheinlichkeiten angeführt.

p	m
0,5	0,5
0,51	0,6302
0,55	0,9512
0,6	0,9995
0,7	1,000

Die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A ein Game gewinnt, ist um 2 Prozentpunkte höher als die Wahrscheinlichkeit, dass sein Gegenspieler B ein Game gewinnt.

1) Geben Sie an, um wie viel Prozentpunkte die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A ein Fünf-Satz-Match gewinnt, höher ist als jene für seinen Gegenspieler B.

Gegenüber einem anderen, schwächeren Gegenspieler C hat Spieler A einen Vorteil von 10 Prozentpunkten, ein Game zu gewinnen.

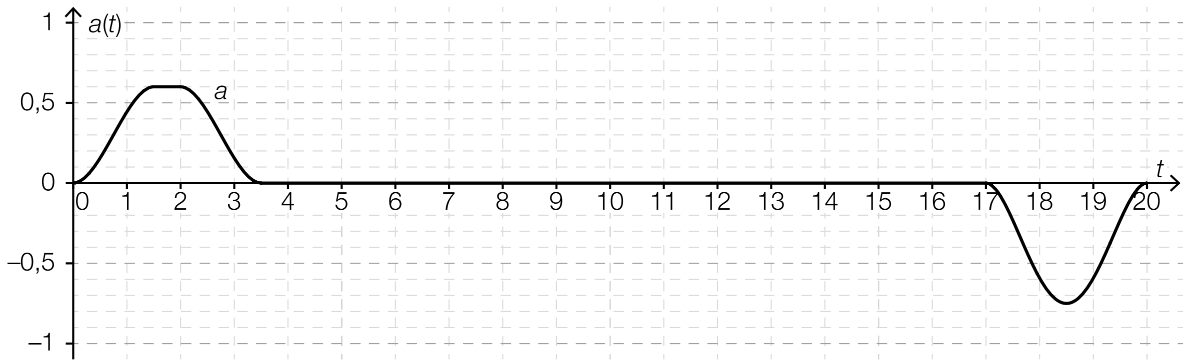
2) Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler A ein Fünf-Satz-Match gegen Gegenspieler C gewinnt, um 50,94 Prozent höher ist als bei einem Fünf-Satz-Match gegen B.

Aufgabe 27 (Teil 2)

Aufzugsfahrt

Die Geschwindigkeiten von Personenaufzügen können sich je nach Bauart und Gebäudehöhe sehr stark unterscheiden.

Die nachstehende Abbildung zeigt das Zeit-Beschleunigung-Diagramm für eine 20 s dauernde Aufzugsfahrt. Zu Beginn und am Ende der Fahrt steht der Aufzug still. Die Zeit t wird in Sekunden, die Beschleunigung $a(t)$ in m/s² angegeben. Die Beschleunigungswerte wurden mithilfe eines Sensors ermittelt und der Verlauf der Beschleunigung wurde mit einer differenzierbaren Funktion a modelliert.



Aufgabenstellung:

a) 1) $\boxed{A}$ Geben Sie für jeden im Folgenden genannten Abschnitt der dargestellten Aufzugsfahrt das entsprechende Zeitintervall an.

Aufzug bremst ab: ________________________

Aufzug fährt mit konstanter Geschwindigkeit: ________________________

Kim behauptet, dass die Geschwindigkeit des Aufzugs im Zeitintervall [1,5 s; 2 s] konstant bleibt.

2) Geben Sie an, ob Kim recht hat, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

b) 1) Ermitteln Sie anhand der gegebenen Abbildung näherungsweise die Höchstgeschwindigkeit v_{max} während der dargestellten Aufzugsfahrt.

Der Graph der Funktion a schließt mit der t-Achse in den Zeitintervallen [0; 3,5] und [17; 20] jeweils ein Flächenstück ein.

2) Begründen Sie, warum im gegebenen Kontext die Inhalte dieser beiden Flächenstücke gleich groß sein müssen.

c) Ein Produzent von Aufzugsanlagen plant die Herstellung eines neuen Aufzugs.
Die Beschleunigung dieses Aufzugs wird in den ersten 3 Sekunden durch die differenzierbare Funktion $a_1\colon [0; 3] \to \mathbb{R}$ mit

$$a_1(t) = \begin{cases} 0{,}6 \cdot t^2 \cdot (3 - 2 \cdot t) & \text{für } 0 \leq t < 1 \\ 0{,}6 & \text{für } 1 \leq t < 2 \\ 0{,}6 \cdot (t - 3)^2 \cdot (2 \cdot t - 3) & \text{für } 2 \leq t \leq 3 \end{cases}$$

beschrieben (t in s, $a_1(t)$ in m/s²).

1) Berechnen Sie die Geschwindigkeitszunahme dieses Aufzugs im Zeitintervall [0; 3].

Für den Verlauf der Fahrt müssen bestimmte Bedingungen für die Beschleunigung eingehalten werden. Der sogenannte *Ruck*, die momentane Änderungsrate der Beschleunigung, soll bei einer Fahrt mit einem Aufzug Werte zwischen –1 m/s³ und 1 m/s³ annehmen.

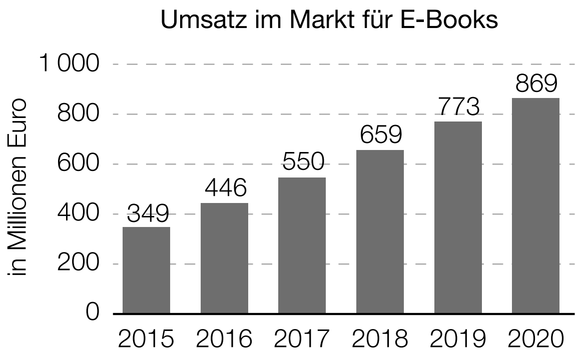
2) Überprüfen Sie, ob dieser Aufzug bei $t = 1$ die angeführten Bedingungen für den Ruck einhält.

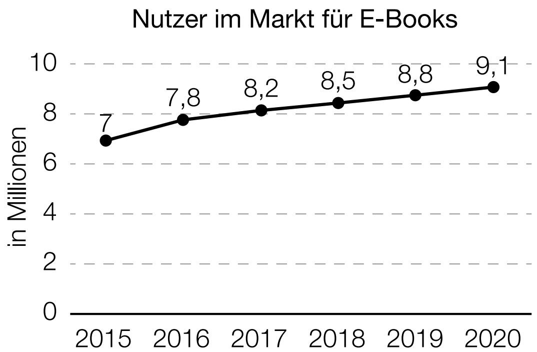
Aufgabe 28 (Teil 2)

E-Book

Ein Buch in digitaler Form wird als *E-Book* (von engl. *electronic book*) bezeichnet.

Die beiden folgenden auf Deutschland bezogenen Grafiken stellen Schätzwerte für die Entwicklung des Markts für E-Books dar:





Quelle: http://www.e-book-news.de/20-prozent-wachstum-pro-jahr-statista-sieht-deutschen-e-book-markt-im-aufwind/ [19.06.2019] (adaptiert).

Aufgabenstellung:

a) 1) Berechnen Sie für den geschätzten Umsatz pro Nutzer in Deutschland die absolute und die relative Änderung für den Zeitraum von 2015 bis 2020.

absolute Änderung: € ____

relative Änderung: ____

2) Berechnen Sie den Differenzenquotienten des geschätzten Umsatzes pro Nutzer in Deutschland für den Zeitraum von 2015 bis 2020.

b) Die geschätzte Steigerung des Umsatzes im Markt für E-Books von 349 Millionen Euro im Jahr 2015 auf 869 Millionen Euro im Jahr 2020 wird in der oben angeführten Quelle wie folgt beschrieben:

„20 Prozent Wachstum pro Jahr“

1) $\boxed{\text{A}}$ Geben Sie an, wie die Umsatzschätzung $U(2017)$ für das Jahr 2017 hätte lauten müssen, wenn der Umsatz ausgehend vom Schätzwert von 2015 tatsächlich jährlich um 20 % zugenommen hätte.

$U(2017) =$ ____ Millionen Euro

Jemand beschreibt die geschätzte Steigerung des Umsatzes im Markt für E-Books von 349 Millionen Euro im Jahr 2015 auf 869 Millionen Euro im Jahr 2020 wie folgt:

„a Millionen Euro Wachstum pro Jahr“

2) Berechnen Sie a.

c) Im Jahr 2015 betrug die Einwohnerzahl von Deutschland ungefähr 82,18 Millionen, jene von Österreich ungefähr 8,58 Millionen. Jemand stellt sich die folgende Frage: „Wie groß ist die Anzahl der Personen aus Österreich, die im Jahr 2015 schon E-Book-Nutzer waren?“

1) Beantworten Sie diese Frage unter der Annahme, dass Österreich im Jahr 2015 den gleichen (geschätzten) Anteil an E-Book-Nutzern wie Deutschland hatte.

Anzahl: ____ Personen

Im Jahr 2020 werden 500 Personen aus Österreich zufällig ausgewählt.
Die als binomialverteilt angenommene Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Personen aus dieser Auswahl an, die E-Book-Nutzer sind. Dabei wird die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person E-Book-Nutzer ist, mit 12 % angenommen.

2) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 50 E-Book-Nutzer in dieser Auswahl sind.