

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

20. September 2018

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben



# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *120 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

Alle Antworten müssen in das Aufgabenheft geschrieben werden. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen die für diesen Klausurtermin freigegebene Formelsammlung sowie zugelassene elektronische Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.  
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.  
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Weitere Antwortformate, die in der Klausur zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

**Zuordnungsformat:** Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

### Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

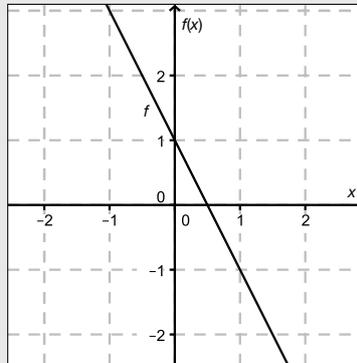
**Konstruktionsformat:** Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

**Beispiel:**

Gegeben ist eine lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen  $k = -2$  und  $d > 0$  in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



**Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichung ist korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichungen sind korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**  
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

**Aufgabenstellung:**  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

**Lückentext:** Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

**Beispiel:**  
Gegeben sind 3 Gleichungen.

**Aufgabenstellung:**  
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ wird als Zusammenzählung oder \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

# Aufgabe 1

## Zahlenmengen

Nachstehend sind Aussagen über Zahlen aus den Mengen  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  und  $\mathbb{C}$  angeführt.

### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Irrationale Zahlen lassen sich in der Form $\frac{a}{b}$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ und $b \neq 0$ darstellen.	<input type="checkbox"/>
Jede rationale Zahl kann in endlicher oder periodischer Dezimalschreibweise geschrieben werden.	<input type="checkbox"/>
Jede Bruchzahl ist eine komplexe Zahl.	<input type="checkbox"/>
Die Menge der rationalen Zahlen besteht ausschließlich aus positiven Bruchzahlen.	<input type="checkbox"/>
Jede reelle Zahl ist auch eine rationale Zahl.	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 2

### Lösungsmenge einer quadratischen Gleichung

Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form  $x^2 + a \cdot x = 0$  in  $x$  mit  $a \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabenstellung:**

Bestimmen Sie denjenigen Wert für  $a$ , für den die gegebene Gleichung die Lösungsmenge

$L = \left\{0; \frac{6}{7}\right\}$  hat!

$a =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 3

## Erdgasanbieter

Ein Haushalt möchte seinen Erdgaslieferanten wechseln und schwankt noch bei der Wahl zwischen dem Anbieter *A* und dem Anbieter *B*.

Der Energiegehalt des verbrauchten Erdgases wird in Kilowattstunden (kWh) gemessen.

Anbieter *A* verrechnet jährlich eine fixe Gebühr von 340 Euro und 2,9 Cent pro kWh.

Anbieter *B* verrechnet jährlich eine fixe Gebühr von 400 Euro und 2,5 Cent pro kWh.

Die Ungleichung  $0,025 \cdot x + 400 < 0,029 \cdot x + 340$  dient dem Vergleich der zu erwartenden Kosten bei den beiden Anbietern.

### Aufgabenstellung:

Lösen Sie die oben angeführte Ungleichung und interpretieren Sie das Ergebnis im gegebenen Kontext!

# Aufgabe 4

## Verkaufszahlen

Ein Sportfachgeschäft bietet  $n$  verschiedene Sportartikel an. Die  $n$  Sportartikel sind in einer Datenbank nach ihrer Artikelnummer geordnet, sodass die Liste mit den entsprechenden Stückzahlen als Vektor (mit  $n$  Komponenten) aufgefasst werden kann.

Die Vektoren  $B$ ,  $C$  und  $P$  (mit  $B, C, P \in \mathbb{R}^n$ ) haben die folgende Bedeutung:

Vektor  $B$ : Die Komponente  $b_i \in \mathbb{N}$  (mit  $1 \leq i \leq n$ ) gibt den Lagerbestand des  $i$ -ten Artikels am Montagmorgen einer bestimmten Woche an.

Vektor  $C$ : Die Komponente  $c_i \in \mathbb{N}$  (mit  $1 \leq i \leq n$ ) gibt den Lagerbestand des  $i$ -ten Artikels am Samstagabend dieser Woche an.

Vektor  $P$ : Die Komponente  $p_i \in \mathbb{R}$  (mit  $1 \leq i \leq n$ ) gibt den Stückpreis (in Euro) des  $i$ -ten Artikels in dieser Woche an.

Das Fachgeschäft ist in der betrachteten Woche von Montag bis Samstag geöffnet und im Laufe dieser Woche werden weder Sportartikel nachgeliefert noch Stückpreise verändert.

### Aufgabenstellung:

Am Ende der Woche werden Daten für die betrachtete Woche (Montag bis Samstag) ausgewertet, wobei die erforderlichen Berechnungen mithilfe von Termen angeschrieben werden können. Ordnen Sie den vier gesuchten Größen jeweils den für die Berechnung zutreffenden Term (aus A bis F) zu!

durchschnittliche Verkaufszahlen (pro Sportartikel) pro Tag in der betrachteten Woche	
Gesamteinnahmen durch den Verkauf von Sportartikeln in der betrachteten Woche	
Verkaufszahlen (pro Sportartikel) in der betrachteten Woche	
Verkaufswert des Lagerbestands an Sportartikeln am Ende der betrachteten Woche	

A	$6 \cdot (B - C)$
B	$B - C$
C	$\frac{1}{6} \cdot (B - C)$
D	$P \cdot C$
E	$P \cdot (B - C)$
F	$6 \cdot P \cdot (B - C)$

## Aufgabe 5

### Zur x-Achse parallele Gerade

Gegeben ist eine Gerade  $g$  mit der Parameterdarstellung  $g: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \vec{a}$  mit  $t \in \mathbb{R}$ .

**Aufgabenstellung:**

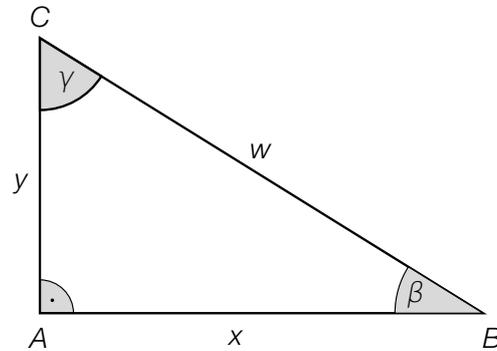
Geben Sie einen Vektor  $\vec{a} \in \mathbb{R}^2$  mit  $\vec{a} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  so an, dass die Gerade  $g$  parallel zur  $x$ -Achse verläuft!

$\vec{a} =$  \_\_\_\_\_

## Aufgabe 6

### Rechtwinkeliges Dreieck

Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck.



Aufgabenstellung:

Geben Sie einen Term zur Bestimmung der Länge der Seite  $w$  mithilfe von  $x$  und  $\beta$  an!

$w =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 7

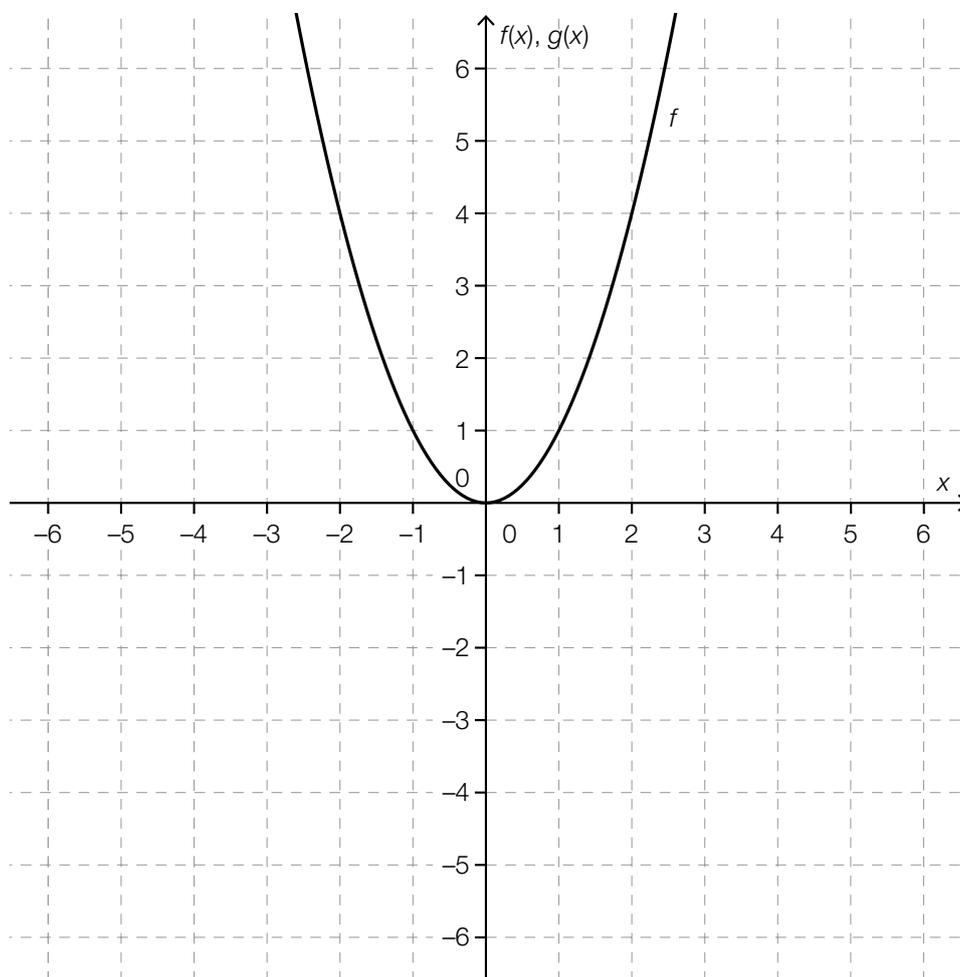
## Grafisches Lösen einer quadratischen Gleichung

Gegeben ist die quadratische Gleichung  $x^2 + x - 2 = 0$ .

Man kann die gegebene Gleichung geometrisch mithilfe der Graphen zweier Funktionen  $f$  und  $g$  lösen, indem man die Gleichung  $f(x) = g(x)$  betrachtet.

### Aufgabenstellung:

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der quadratischen Funktion  $f$ , wobei gilt:  $f(x) \in \mathbb{Z}$  für jedes  $x \in \mathbb{Z}$ . Zeichnen Sie in dieser Abbildung den Graphen der Funktion  $g$  ein!



# Aufgabe 8

## Volumen eines Drehzylinders

Das Volumen eines Drehzylinders kann als Funktion  $V$  der beiden Größen  $h$  und  $r$  aufgefasst werden. Dabei ist  $h$  die Höhe des Zylinders und  $r$  der Radius der Grundfläche.

### Aufgabenstellung:

Verdoppelt man den Radius  $r$  und die Höhe  $h$  eines Zylinders, so erhält man einen Zylinder, dessen Volumen  $x$ -mal so groß wie jenes des ursprünglichen Zylinders ist.

Geben Sie  $x$  an!

$x =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 9

## Lineare Zusammenhänge

Verbal gegebene Zusammenhänge können in bestimmten Fällen als lineare Funktionen betrachtet werden.

### Aufgabenstellung:

Welche der folgenden Zusammenhänge lassen sich mittels einer linearen Funktion beschreiben? Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Zusammenhänge an!

Die Wohnungskosten steigen jährlich um 10 % des aktuellen Wertes.	<input type="checkbox"/>
Der Flächeninhalt eines quadratischen Grundstücks wächst mit zunehmender Seitenlänge.	<input type="checkbox"/>
Der Umfang eines Kreises wächst mit zunehmendem Radius.	<input type="checkbox"/>
Die Länge einer 17 cm hohen Kerze nimmt nach dem Anzünden in jeder Minute um 8 mm ab.	<input type="checkbox"/>
In einer Bakterienkultur verdoppelt sich stündlich die Anzahl der Bakterien.	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 10

## Eigenschaften einer Polynomfunktion

Gegeben ist eine Polynomfunktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$   
( $a, b, c, d \in \mathbb{R}; a \neq 0$ ).

### Aufgabenstellung:

Nachstehend sind Aussagen über die Funktion  $f$  gegeben.

Welche dieser Aussagen trifft/treffen für beliebige Werte von  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  auf jeden Fall zu?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Funktion $f$ hat mindestens einen Schnittpunkt mit der $x$ -Achse.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat höchstens zwei lokale Extremstellen.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat höchstens zwei Punkte mit der $x$ -Achse gemeinsam.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat genau eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $f$ hat mindestens eine lokale Extremstelle.	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 11

## Exponentialfunktion

Für eine Exponentialfunktion  $f$  mit  $f(x) = 5 \cdot e^{\lambda \cdot x}$  gilt:  $f(x + 1) = 2 \cdot f(x)$ .

Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert von  $\lambda$  an!

$\lambda =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 12

## Halbwertszeit

Die Masse  $m(t)$  einer radioaktiven Substanz kann durch eine Exponentialfunktion  $m$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  beschrieben werden.

Zu Beginn einer Messung sind 100 mg der Substanz vorhanden, nach vier Stunden misst man noch 75 mg dieser Substanz.

### Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Halbwertszeit  $t_H$  dieser radioaktiven Substanz in Stunden!

# Aufgabe 13

## Wasserstand eines Flusses

Die Funktion  $W: [0; 24] \rightarrow \mathbb{R}_0^+$  ordnet jedem Zeitpunkt  $t$  den Wasserstand  $W(t)$  eines Flusses an einer bestimmten Messstelle zu. Dabei wird  $t$  in Stunden und  $W(t)$  in Metern angegeben.

### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den nachstehenden Ausdruck im Hinblick auf den Wasserstand  $W(t)$  des Flusses!

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W(6 + \Delta t) - W(6)}{\Delta t}$$

# Aufgabe 14

## Mittlere Änderungsrate

Von einer Funktion  $f$  ist die folgende Wertetabelle gegeben:

$x$	$f(x)$
-3	42
-2	24
-1	10
0	0
1	-6
2	-8
3	-6
4	0
5	10
6	24

**Aufgabenstellung:**

Die mittlere Änderungsrate der Funktion  $f$  ist im Intervall  $[-1; b]$  für genau ein  $b \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  gleich null.

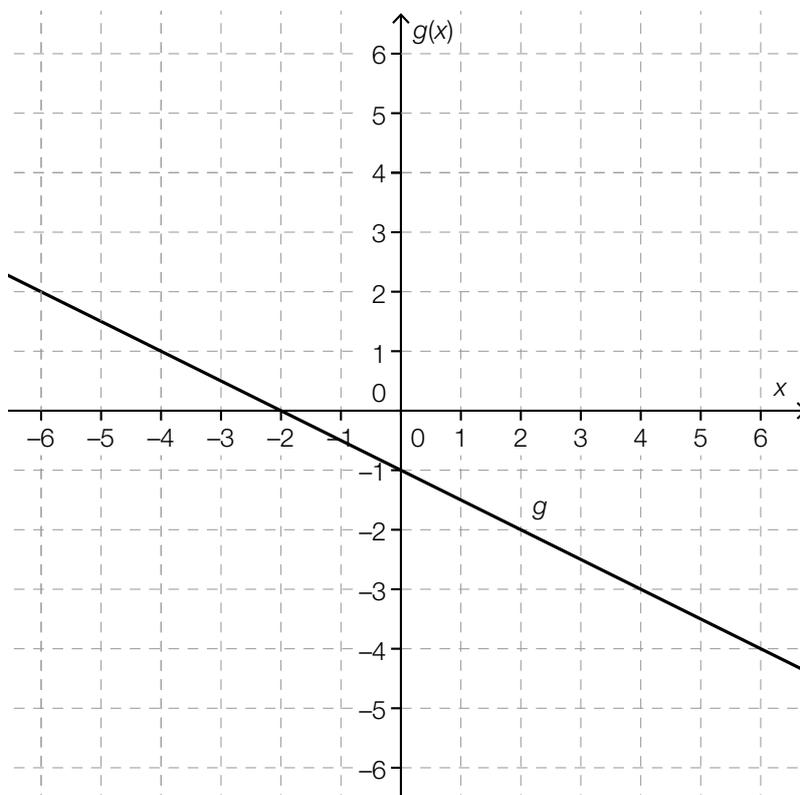
Geben Sie  $b$  an!

$b =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 15

## Eigenschaften von Stammfunktionen

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer linearen Funktion  $g$  dargestellt.



Aufgabenstellung:

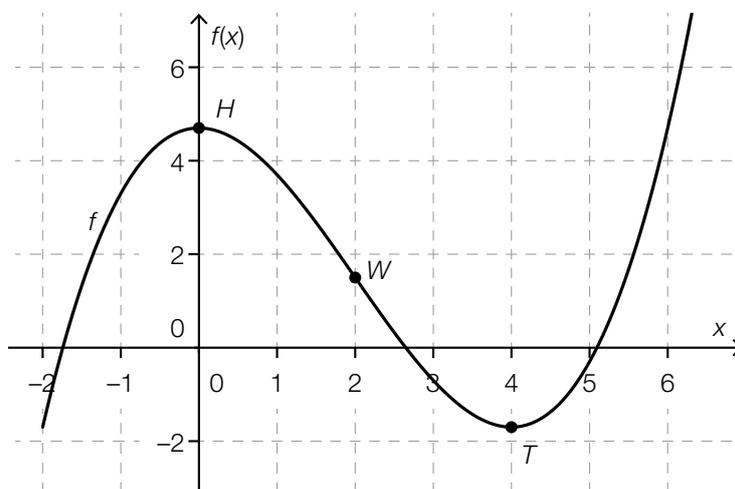
Kreuzen Sie die beiden für die Funktion  $g$  zutreffenden Aussagen an!

Jede Stammfunktion von $g$ ist eine Polynomfunktion zweiten Grades.	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von $g$ hat an der Stelle $x = -2$ ein lokales Minimum.	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von $g$ ist im Intervall $(0; 2)$ streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion $G$ mit $G(x) = -0,5x$ ist eine Stammfunktion von $g$ .	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von $g$ hat mindestens eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 16

## Zweite Ableitung

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion  $f$  dritten Grades.



Die eingezeichneten Punkte sind der Hochpunkt  $H = (0 | f(0))$ , der Wendepunkt  $W = (2 | f(2))$  und der Tiefpunkt  $T = (4 | f(4))$  des Graphen.

### Aufgabenstellung:

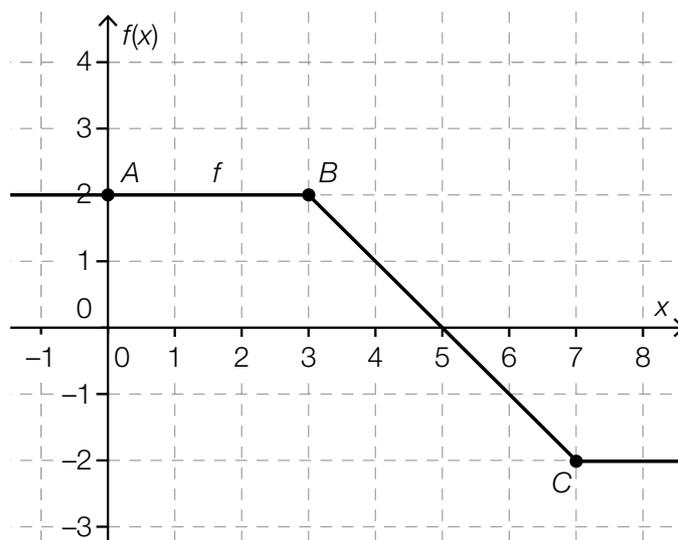
Nachstehend sind fünf Aussagen über die zweite Ableitung von  $f$  gegeben.  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Für alle $x$ aus dem Intervall $[-1; 1]$ gilt: $f''(x) < 0$ .	<input type="checkbox"/>
Für alle $x$ aus dem Intervall $[1; 3]$ gilt: $f''(x) < 0$ .	<input type="checkbox"/>
Für alle $x$ aus dem Intervall $[3; 5]$ gilt: $f''(x) < 0$ .	<input type="checkbox"/>
$f''(0) = f''(4)$	<input type="checkbox"/>
$f''(2) = 0$	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 17

## Bestimmtes Integral

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer abschnittsweise linearen Funktion  $f$  dargestellt. Die Koordinaten der Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  des Graphen der Funktion sind ganzzahlig.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Wert des bestimmten Integrals  $\int_0^7 f(x) dx$ !

$$\int_0^7 f(x) dx = \underline{\hspace{10cm}}$$

# Aufgabe 18

## Beschleunigung

Die Funktion  $a$  beschreibt die Beschleunigung eines sich in Bewegung befindlichen Objekts in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  im Zeitintervall  $[t_1; t_1 + 4]$ . Die Beschleunigung  $a(t)$  wird in  $\text{m/s}^2$ , die Zeit  $t$  in  $\text{s}$  angegeben.

Es gilt:

$$\int_{t_1}^{t_1+4} a(t) dt = 2$$

### Aufgabenstellung:

Eine der nachstehenden Aussagen interpretiert das angegebene bestimmte Integral korrekt. Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an!

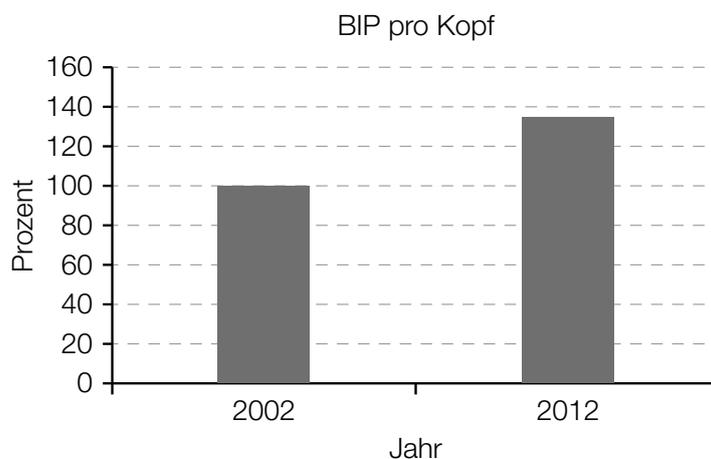
Das Objekt legt im gegebenen Zeitintervall 2 m zurück.	<input type="checkbox"/>
Die Geschwindigkeit des Objekts am Ende des gegebenen Zeitintervalls beträgt 2 m/s.	<input type="checkbox"/>
Die Beschleunigung des Objekts ist am Ende des gegebenen Zeitintervalls um $2 \text{ m/s}^2$ höher als am Anfang des Intervalls.	<input type="checkbox"/>
Die Geschwindigkeit des Objekts hat in diesem Zeitintervall um 2 m/s zugenommen.	<input type="checkbox"/>
Im Mittel erhöht sich die Geschwindigkeit des Objekts im gegebenen Zeitintervall pro Sekunde um 2 m/s.	<input type="checkbox"/>
Im gegebenen Zeitintervall erhöht sich die Beschleunigung des Objekts pro Sekunde um $\frac{2}{4} \text{ m/s}^2$ .	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 19

## Bruttoinlandsprodukt

Das  *nominale Bruttoinlandsprodukt* gibt den Gesamtwert aller Güter, die während eines Jahres innerhalb der Landesgrenzen einer Volkswirtschaft hergestellt wurden, in aktuellen Marktpreisen an. Dividiert man das nominale Bruttoinlandsprodukt einer Volkswirtschaft durch die Einwohnerzahl, dann erhält man das sogenannte *BIP pro Kopf*.

Die nachstehende Grafik zeigt die relative Veränderung des BIP pro Kopf in Österreich von 2012 bezogen auf 2002.



### Aufgabenstellung:

Geben Sie an, ob ausschließlich anhand der Daten in der gegebenen Grafik der Wert der relativen Änderung des nominalen Bruttoinlandsprodukts in Österreich von 2012 bezogen auf 2002 ermittelt werden kann, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

## Aufgabe 20

### Änderung einer Datenliste

Gegeben ist eine Datenliste  $x_1, x_2, \dots, x_n$  mit  $n$  Werten und dem arithmetischen Mittel  $a$ . Diese Datenliste wird um zwei Werte  $x_{n+1}$  und  $x_{n+2}$  ergänzt, wobei das arithmetische Mittel der neuen Datenliste  $x_1, x_2, \dots, x_n, x_{n+1}, x_{n+2}$  ebenfalls  $a$  ist.

#### Aufgabenstellung:

Geben Sie für diesen Fall einen Zusammenhang zwischen  $x_{n+1}, x_{n+2}$  und  $a$  mithilfe einer Formel an!

# Aufgabe 21

## Rot-Grün-Sehschwäche

Eine der bekanntesten Farbfehlsichtigkeiten ist die Rot-Grün-Sehschwäche. Wenn jemand davon betroffen ist, dann ist diese Fehlsichtigkeit immer angeboren und verstärkt oder vermindert sich nicht im Laufe der Zeit. Von ihr sind weltweit etwa 9 % aller Männer und etwa 0,8 % aller Frauen betroffen. Der Anteil von Frauen an der Weltbevölkerung liegt bei 50,5 %.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass eine nach dem Zufallsprinzip ausgewählte Person eine Rot-Grün-Sehschwäche hat!

## Aufgabe 22

### Anzahl an Möglichkeiten

Eine Mannschaft besteht aus  $n$  Spielerinnen. Aus diesen wählt die Trainerin an einem Tag sechs Spielerinnen, an einem anderen Tag acht Spielerinnen aus, wobei es auf die Reihenfolge der Auswahl der Spielerinnen jeweils nicht ankommt. In beiden Fällen ist die Anzahl der Möglichkeiten, die Auswahl zu treffen, gleich groß.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie  $n$  (die Anzahl der Spielerinnen dieser Mannschaft) an!

$n =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 23

## Binomialverteilung

Der relative Anteil der österreichischen Bevölkerung mit der Blutgruppe „AB Rhesusfaktor negativ“ (AB-) ist bekannt und wird mit  $p$  bezeichnet.

In einer Zufallsstichprobe von 100 Personen soll ermittelt werden, wie viele dieser zufällig ausgewählten Personen die genannte Blutgruppe haben.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier angeführten Ereignissen jeweils denjenigen Term (aus A bis F) zu, der die diesem Ereignis entsprechende Wahrscheinlichkeit angibt!

Genau eine Person hat die Blutgruppe AB-.	
Mindestens eine Person hat die Blutgruppe AB-.	
Höchstens eine Person hat die Blutgruppe AB-.	
Keine Person hat die Blutgruppe AB-.	

A	$1 - p^{100}$
B	$p \cdot (1 - p)^{99}$
C	$1 - (1 - p)^{100}$
D	$(1 - p)^{100}$
E	$p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$
F	$(1 - p)^{100} + p \cdot (1 - p)^{99} \cdot 100$

# Aufgabe 24

## Konfidenzintervall verkürzen

Ein Spielzeuge produzierendes Unternehmen führt in einer Gemeinde in 500 zufällig ausgewählten Haushalten eine Befragung durch und erhält ein 95-%-Konfidenzintervall für den unbekanntem Anteil aller Haushalte dieser Gemeinde, die die Spielzeuge dieses Unternehmens kennen.

Bei einer anderen Befragung von  $n$  zufällig ausgewählten Haushalten ergab sich derselbe Wert für die relative Häufigkeit. Das aus dieser Befragung mit derselben Berechnungsmethode ermittelte symmetrische 95-%-Konfidenzintervall hatte aber eine geringere Breite als jenes aus der ersten Befragung.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie alle  $n \in \mathbb{N}$  an, für die dieser Fall unter der angegebenen Bedingung eintritt!

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

20. September 2018

# Mathematik

Teil-2-Aufgaben



# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält vier Aufgaben mit je zwei bis vier Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen die für diesen Klausurtermin freigegebene Formelsammlung sowie zugelassene elektronische Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.  
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.  
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft oder auf die zur Verfügung gestellten Blätter. Weitere Antwortformate, die in der Klausur zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

**Zuordnungsformat:** Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

### Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

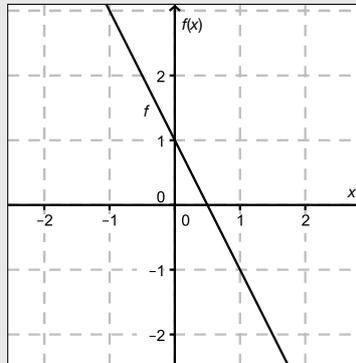
**Konstruktionsformat:** Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

**Beispiel:**

Gegeben ist eine lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen  $k = -2$  und  $d > 0$  in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



**Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichung ist korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichungen sind korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**  
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

**Aufgabenstellung:**  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

**Lückentext:** Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

**Beispiel:**  
Gegeben sind 3 Gleichungen.

**Aufgabenstellung:**  
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung \_\_\_\_\_<sup>①</sup>\_\_\_\_\_ wird als Zusammenzählung oder \_\_\_\_\_<sup>②</sup>\_\_\_\_\_ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

# Aufgabe 1

## Quadratische Funktion

Der Graph einer Polynomfunktion  $f$  zweiten Grades schneidet die positive senkrechte Achse im Punkt  $A = (0|y_A)$  und hat mit der positiven  $x$ -Achse den Punkt  $B = (x_B|0)$  gemeinsam, wobei  $B$  ein Extrempunkt von  $f$  ist.

Die Funktion  $f$  ist von der Form  $f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^2 + b \cdot x + c$  mit  $b, c \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabenstellung:

- a)  Geben Sie an, ob  $c$  größer als null, gleich null oder kleiner als null sein muss, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Geben Sie an, ob  $b$  größer als null, gleich null oder kleiner als null sein muss, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- b) Gegeben ist folgende Aussage: „Der Punkt  $B$  ist ein Schnittpunkt der Graphen der Funktion  $f$  und ihrer Ableitungsfunktion  $f'$ .“ Geben Sie an, ob diese Aussage wahr oder falsch ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Es gibt für alle Werte von  $b$  genau eine Stelle  $x_t$  mit folgender Eigenschaft: An der Stelle  $x_t$  haben  $f$  und  $f'$  die gleiche Steigung. Geben Sie diese Stelle  $x_t$  in Abhängigkeit von  $b$  an!

- c) Geben Sie an, welcher Zusammenhang zwischen  $b$  und  $c$  bestehen muss, damit die Extremstelle  $x_B$  von  $f$  auch Nullstelle von  $f$  ist!

Geben Sie die Koeffizienten  $b$  und  $c$  der Funktion  $f$  in Abhängigkeit von  $x_B$  an!

# Aufgabe 2

## Überlagerung von Schwingungen

Ein Ton in der Musik kann im einfachsten Fall durch eine Sinusfunktion  $s$  mit  $s(t) = a \cdot \sin(b \cdot t)$  für  $a, b \in \mathbb{R}^+$  beschrieben werden. Bei einer derartigen Sinusschwingung wird der maximale Funktionswert als Amplitude bezeichnet. Die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde wird als Frequenz  $f$  bezeichnet und in Hertz (Hz) angegeben.

Für die Frequenz  $f$  gilt:  $f = \frac{1}{T}$  (mit  $T$  in Sekunden), wobei  $T$  die (kleinste) Periodenlänge der jeweiligen Sinusschwingung ist ( $T \in \mathbb{R}^+$ ).

Drei bestimmte Töne werden mithilfe der nachstehenden Funktionen  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  beschrieben. Die Zeit  $t$  ( $t \geq 0$ ) wird dabei in Millisekunden (ms) gemessen.

$$h_1(t) = \sin(2 \cdot \pi \cdot t)$$

$$h_2(t) = \sin(2,5 \cdot \pi \cdot t)$$

$$h_3(t) = \sin(3 \cdot \pi \cdot t)$$

Die Überlagerung mehrerer Töne bezeichnet man als Klang.

Die Funktion  $h$  mit  $h(t) = h_1(t) + h_2(t) + h_3(t)$  beschreibt einen Klang.

Der Schalldruck eines Tons ist zeitabhängig und kann durch die Funktion  $p$  mit  $p(t) = \bar{p} \cdot \sin(\omega \cdot t)$  beschrieben werden. Dabei sind  $\bar{p}$  und  $\omega$  Konstanten.

Der Schalldruck wird in der Einheit Pascal (Pa) angegeben.

### Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie für einen Ton, der mithilfe der Funktion  $g$  mit  $g(t) = \sin(c \cdot \pi \cdot t)$  mit  $c \in \mathbb{R}^+$  und  $t$  in ms beschrieben wird, eine Formel für die Periodenlänge  $T$  (in ms) in Abhängigkeit von  $c$  an!

Der Effektivwert  $p_{\text{eff}}$  des Schalldrucks einer Sinusschwingung mit der Periodenlänge  $T$  (in ms)

kann mit der Formel  $p_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt}$  berechnet werden.

Berechnen Sie den Effektivwert des Schalldrucks eines Tons, wenn  $\bar{p} = 1$  und  $\omega = 2 \cdot \pi$  gilt!

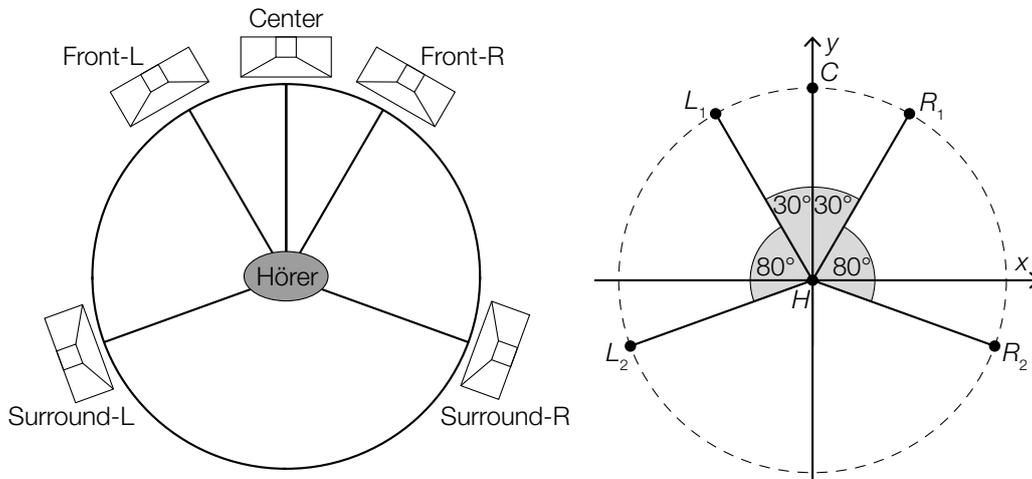
- b) Geben Sie (z. B. unter Zuhilfenahme eines geeigneten Graphen) die (kleinste) Periodenlänge  $T$  (in ms) der Funktion  $h$  an!

Geben Sie die Frequenz  $f$  der Funktion  $h$  in Hertz an!

- c) Geben Sie (z. B. unter Zuhilfenahme eines geeigneten Graphen) die Amplitude der Funktion  $h$  und denjenigen Zeitpunkt  $t \geq 0$  (in ms) an, zu dem die Amplitude erstmals erreicht wird!

Begründen Sie, warum die Amplitude von  $h$  nicht gleich der Summe der drei Amplituden der Funktionen  $h_1$ ,  $h_2$  und  $h_3$  ist!

- d) Für ein angenehmes Raumklangerlebnis (z. B. in einem Heimkino) ist es günstig, wenn die fünf Lautsprecher eines Fünf-Kanal-Tonsystems wie in nachstehender linker Skizze dargestellt angeordnet sind (Ansicht von oben). Vereinfacht kann die Anordnung wie in nachstehender rechter Skizze in einem kartesischen Koordinatensystem (Einheit in Metern) dargestellt werden:



Quelle: <https://de.wikipedia.org/wiki/5.1> [23.04.2018] (adaptiert).

Jeder der fünf Lautsprecher ( $C$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ) ist in diesem Fall 2 m vom Hörer ( $H$ ) entfernt. Der Punkt  $H$  liegt im Koordinatenursprung.

**A** Geben Sie die kartesischen Koordinaten von  $R_1$  an!

Geben Sie die Entfernung zwischen  $L_2$  und  $R_2$  an!

# Aufgabe 3

## Lachsbestand

Der kanadische Wissenschaftler W. E. Ricker untersuchte die Nachkommenanzahl von Fischen in Flüssen Nordamerikas in Abhängigkeit von der Anzahl der Fische der Elterngeneration. Er veröffentlichte 1954 das nach ihm benannte Ricker-Modell.

Der zu erwartende Bestand  $R(n)$  einer Nachfolgegeneration kann näherungsweise anhand der sogenannten Reproduktionsfunktion  $R$  mit  $R(n) = a \cdot n \cdot e^{-b \cdot n}$  mit  $a, b \in \mathbb{R}^+$  aus dem Bestand  $n$  der jeweiligen Elterngeneration ermittelt werden.

Lachse kehren spätestens vier Jahre nach dem Schlüpfen aus dem Meer an ihren „Geburtsort“ zurück, um dort zu laichen, d. h., die Fischeier abzulegen. Nach dem Laichen stirbt der Großteil der Lachse.

Ricker untersuchte unter anderem die Rotlachspopulation im Skeena River in Kanada. Die nachstehende Tabelle gibt die dortigen Lachsbestände in den Jahren von 1908 bis 1923 an, wobei die angeführten Bestände Mittelwerte der beobachteten Bestände jeweils vier aufeinanderfolgender Jahre sind.

Zeitraum	beobachteter Lachsbestand (in tausend Lachsen)
01.01.1908–31.12.1911	1 098
01.01.1912–31.12.1915	740
01.01.1916–31.12.1919	714
01.01.1920–31.12.1923	615

Datenquelle: [http://jmahaffy.sdsu.edu/courses/s00/math121/lectures/product\\_rule/product.html](http://jmahaffy.sdsu.edu/courses/s00/math121/lectures/product_rule/product.html) [01.02.2018] (adaptiert).

Anhand dieser Daten für den Lachsbestand im Skeena River wurden für die Reproduktionsfunktion  $R$  die Parameterwerte  $a = 1,535$  und  $b = 0,000783$  ermittelt ( $R(n)$  und  $n$  in tausend Lachsen).

### Aufgabenstellung:

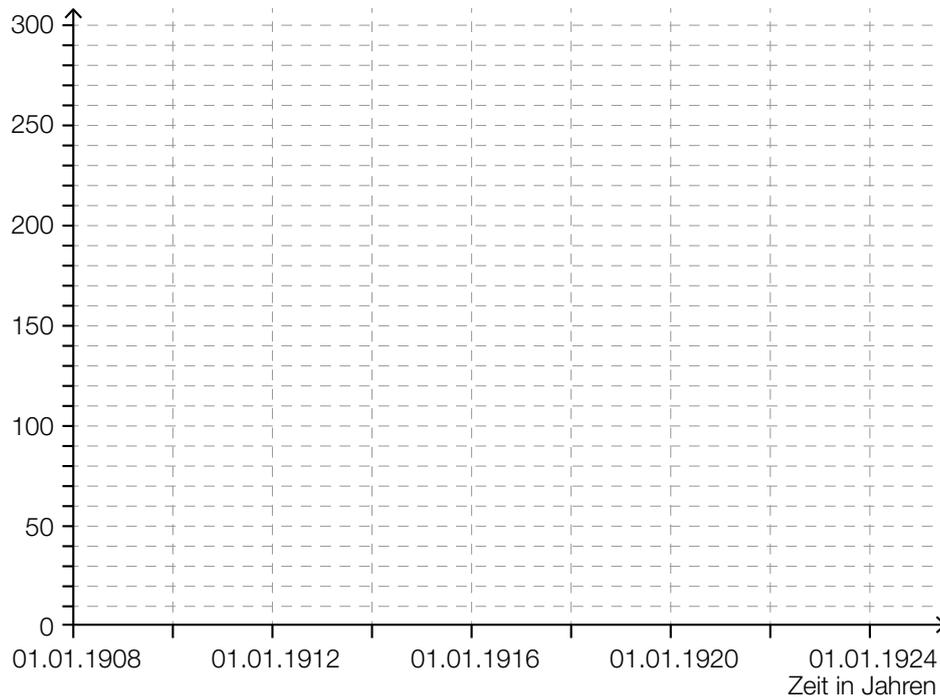
- a) Ermitteln Sie für die Lachspopulation im Skeena River für  $n > 0$  mithilfe der Reproduktionsfunktion die Lösung  $n_0$  der Gleichung  $R(n) = n$  in tausend Lachsen!

Interpretieren Sie  $n_0$  im gegebenen Kontext!

- b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Extrempunkts  $E = (n_E | R(n_E))$  der Reproduktionsfunktion  $R$  in Abhängigkeit von  $a$  und  $b$  und zeigen Sie, dass  $n_E$  für alle  $a, b \in \mathbb{R}^+$  eine Stelle eines lokalen Maximums ist!

Geben Sie an, für welche Werte des Parameters  $a$  der Bestand  $R(n_E)$  der Nachfolgegeneration stets größer als der vorherige Bestand  $n_E$  ist!

- c) Stellen Sie die Daten der obigen Tabelle der beobachteten Lachsbestände (in tausend Lachsen) durch ein Histogramm dar, wobei die absoluten Häufigkeiten als Flächeninhalte von Rechtecken abgebildet werden sollen!



Das von Ricker entwickelte Modell zählt zu den Standardmodellen zur Beschreibung von Populationsentwicklungen. Dennoch können die mithilfe der Reproduktionsfunktion berechneten Werte mehr oder weniger stark von den beobachteten Werten abweichen.

Nehmen Sie den beobachteten durchschnittlichen Lachsbestand von 1 098 (im Zeitraum von 1908 bis 1911) als Ausgangswert, berechnen Sie damit für die jeweils vierjährigen Zeiträume von 1912 bis 1923 die laut Reproduktionsfunktion zu erwartenden durchschnittlichen Lachsbestände im Skeena River und tragen Sie die Werte in die nachstehende Tabelle ein!

Zeitraum	berechneter Lachsbestand (in tausend Lachsen)
01.01.1912–31.12.1915	
01.01.1916–31.12.1919	
01.01.1920–31.12.1923	

# Aufgabe 4

## Roulette

Roulette ist ein Glücksspiel, bei dem mittels einer Kugel eine natürliche Zahl aus dem Zahlenbereich von 0 bis 36 zufällig ausgewählt wird, wobei jede der 37 Zahlen bei jedem der voneinander unabhängigen Spieldurchgänge mit derselben Wahrscheinlichkeit ausgewählt wird. Das Spielfeld mit der Zahl Null ist grün gefärbt, die Hälfte der restlichen Zahlenfelder ist rot, die andere Hälfte schwarz gefärbt.

Die nachstehende Tabelle zeigt eine Auswahl von Setzmöglichkeiten und die im Erfolgsfall ausbezahlten Gewinne. „35-facher Gewinn“ bedeutet zum Beispiel, dass bei einem gewonnenen Spiel der Einsatz und zusätzlich der 35-fache Einsatz (also insgesamt der 36-fache Einsatz) ausbezahlt wird.

Einzelzahl (von 0 bis 36)	35-facher Gewinn
Rot/Schwarz	1-facher Gewinn
Ungerade/Gerade (ohne Null)	1-facher Gewinn

Eine der bekanntesten Spielstrategien ist das Martingale-System. Man setzt dabei stets auf dieselbe „einfache Chance“ (z. B. auf „Rot“ oder „Gerade“). Falls man verliert, verdoppelt man den Einsatz im darauffolgenden Spiel. Sollte man auch dieses Spiel verlieren, verdoppelt man den Einsatz noch einmal für das nächstfolgende Spiel und setzt diese Strategie von Spiel zu Spiel fort. Sobald man ein Spiel gewinnt, endet diese Spielserie, und man hat mit dieser Strategie den Einsatz des ersten Spiels dieser Spielserie (Starteinsatz) als Gewinn erzielt.

### Aufgabenstellung:

- a) Die Zufallsvariable  $X$  beschreibt, wie oft die Kugel bei 80 Spielen auf eine bestimmte Zahl fällt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kugel bei 80 Spielen mindestens viermal auf eine bestimmte Zahl fällt!

Ein Spieler möchte seine Gewinnchancen erhöhen und handelt wie folgt: Er notiert während einer Serie von z. B. 37 Spielen, auf welche Zahlen die Kugel fällt. Weiters geht er davon aus, dass die Kugel in den nachfolgenden Spielen auf die dabei nicht notierten Zahlen fällt, und setzt auf diese Zahlen.

Geben Sie an, ob der Spieler mit dieser Strategie die Gewinnchancen erhöhen kann, und begründen Sie Ihre Antwort!

- b) Eine Spielerin wendet das Martingale-System an und setzt immer auf „Rot“. Die Spielserie endet, sobald die Spielerin gewinnt bzw. wenn der vom Casino festgelegte Höchsteinsatz von € 10.000 keine weitere Verdoppelung des Spieleinsatzes mehr erlaubt.

Die nachstehende Tabelle zeigt, wie schnell die Einsätze ausgehend von einem Starteinsatz von € 10 bei einer Martingale-Spielserie im Falle einer „Pechsträhne“ ansteigen können.

Spielrunde	Einsatz in €
1	10
2	20
3	40
4	80
5	160
6	320
7	640
8	1 280
9	2 560
10	5 120

A Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Spielerin bei dieser Martingale-Spielserie alle zehn Spiele verliert!

Zeigen Sie durch die Berechnung des Erwartungswerts für den Gewinn, dass trotz der sehr geringen Wahrscheinlichkeit, zehn aufeinanderfolgende Spiele zu verlieren, das beschriebene Martingale-System ungünstig für die Spielerin ist!