

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

9. Mai 2018

# Mathematik

Teil-1-Aufgaben



# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *120 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

Alle Antworten müssen in das Aufgabenheft geschrieben werden. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen die für diesen Klausurtermin freigegebene Formelsammlung sowie zugelassene elektronische Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet. Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Weitere Antwortformate, die in der Klausur zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

**Zuordnungsformat:** Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

### Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

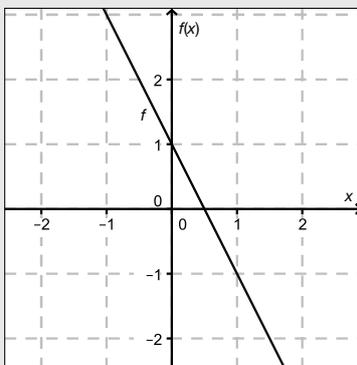
**Konstruktionsformat:** Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

**Beispiel:**

Gegeben ist eine lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen  $k = -2$  und  $d > 0$  in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



**Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichung ist korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichungen sind korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**  
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

**Aufgabenstellung:**  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

**Lückentext:** Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

**Beispiel:**  
Gegeben sind 3 Gleichungen.

**Aufgabenstellung:**  
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung \_\_\_\_\_<sup>①</sup>\_\_\_\_\_ wird als Zusammenzählung oder \_\_\_\_\_<sup>②</sup>\_\_\_\_\_ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

# Aufgabe 1

## Zusammenhang zweier Variablen

Für  $a, b \in \mathbb{R}$  gilt der Zusammenhang  $a \cdot b = 1$ .

### Aufgabenstellung:

Zwei der fünf nachstehenden Aussagen treffen in jedem Fall zu.  
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Wenn $a$ kleiner als null ist, dann ist auch $b$ kleiner als null.	<input type="checkbox"/>
Die Vorzeichen von $a$ und $b$ können unterschiedlich sein.	<input type="checkbox"/>
Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(a - n) \cdot (b + n) = 1$ .	<input type="checkbox"/>
Für jedes $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt: $(a \cdot n) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = 1$ .	<input type="checkbox"/>
Es gilt: $a \neq b$ .	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 2

### Solaranlagen

Eine Gemeinde unterstützt den Neubau von Solaranlagen in  $h$  Haushalten mit jeweils  $p$  % der Anschaffungskosten, wobei das arithmetische Mittel der Anschaffungskosten für eine Solaranlage für einen Haushalt in dieser Gemeinde  $e$  Euro beträgt.

#### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den Term  $h \cdot e \cdot \frac{p}{100}$  im angegebenen Kontext!

# Aufgabe 3

## Lösungsfälle quadratischer Gleichungen

Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form  $r \cdot x^2 + s \cdot x + t = 0$  in der Variablen  $x$  mit den Koeffizienten  $r, s, t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Die Anzahl der reellen Lösungen der Gleichung hängt von  $r, s$  und  $t$  ab.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie die Anzahl der reellen Lösungen der gegebenen Gleichung an, wenn  $r$  und  $t$  verschiedene Vorzeichen haben, und begründen Sie Ihre Antwort allgemein!

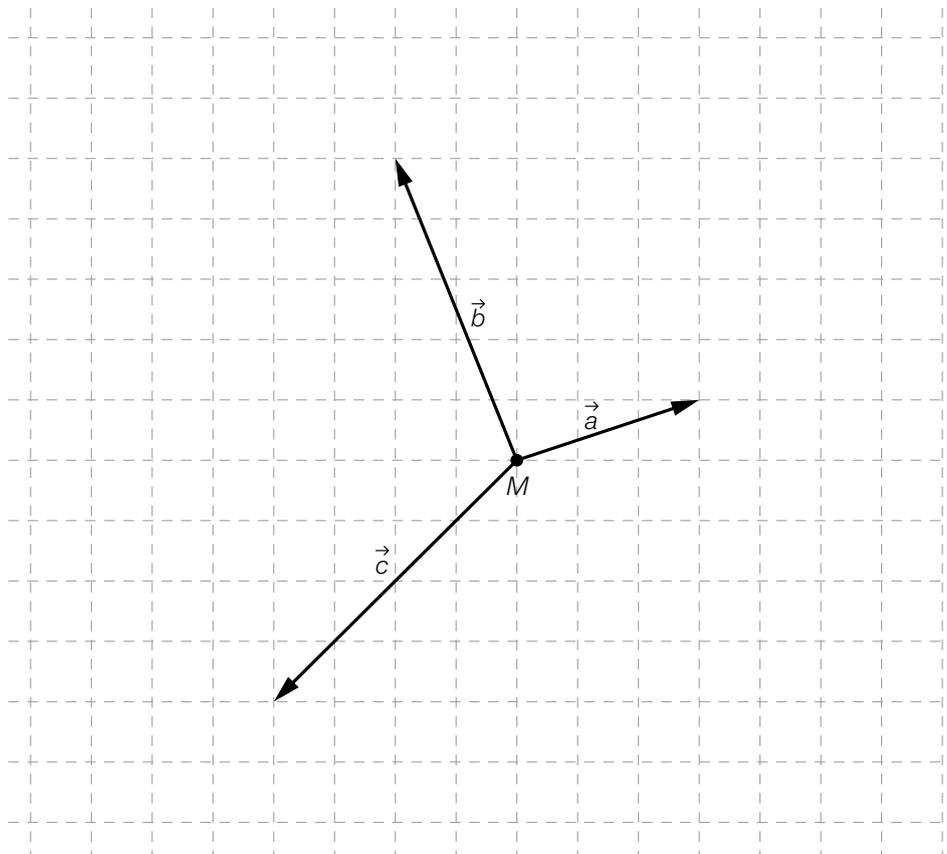
## Aufgabe 4

### Kräfte

An einem Massenpunkt  $M$  greifen drei Kräfte an. Diese sind durch die Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$  gegeben.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung einen Kraftvektor  $\vec{d}$  so ein, dass die Summe aller vier Kräfte (in jeder Komponente) gleich null ist!



## Aufgabe 5

### Rechter Winkel

Gegeben ist eine Strecke  $AB$  im  $\mathbb{R}^2$  mit  $A = (3|4)$  und  $B = (-2|1)$ .

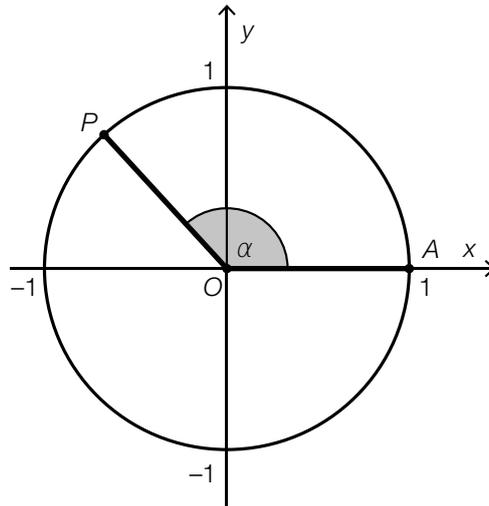
**Aufgabenstellung:**

Geben Sie einen möglichen Vektor  $\vec{n} \in \mathbb{R}^2$  mit  $\vec{n} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  an, der mit der Strecke  $AB$  einen rechten Winkel einschließt!

## Aufgabe 6

### Sinus und Cosinus

Die nachstehende Abbildung zeigt einen Kreis mit dem Mittelpunkt  $O$  und dem Radius 1. Die Punkte  $A = (1|0)$  und  $P$  liegen auf der Kreislinie. Der eingezeichnete Winkel  $\alpha$  wird vom Schenkel  $OA$  zum Schenkel  $OP$  gegen den Uhrzeigersinn gemessen.



Ein Punkt  $Q$  auf der Kreislinie soll in analoger Weise einen Winkel  $\beta$  festlegen, für den folgende Beziehungen gelten:

$$\sin(\beta) = -\sin(\alpha) \quad \text{und} \quad \cos(\beta) = \cos(\alpha)$$

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie in der oben stehenden Abbildung den Punkt  $Q$  ein!

# Aufgabe 7

## Quadratische Pyramide

Die Oberfläche einer regelmäßigen quadratischen Pyramide kann als Funktion  $O$  in Abhängigkeit von der Länge der Grundkante  $a$  und der Höhe der Seitenfläche  $h_1$  aufgefasst werden.

Es gilt:  $O(a, h_1) = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_1$ , wobei  $a \in \mathbb{R}^+$  und  $h_1 > \frac{a}{2}$ .

### Aufgabenstellung:

Gegeben sind sechs Aussagen zur Oberfläche von regelmäßigen quadratischen Pyramiden. Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an!

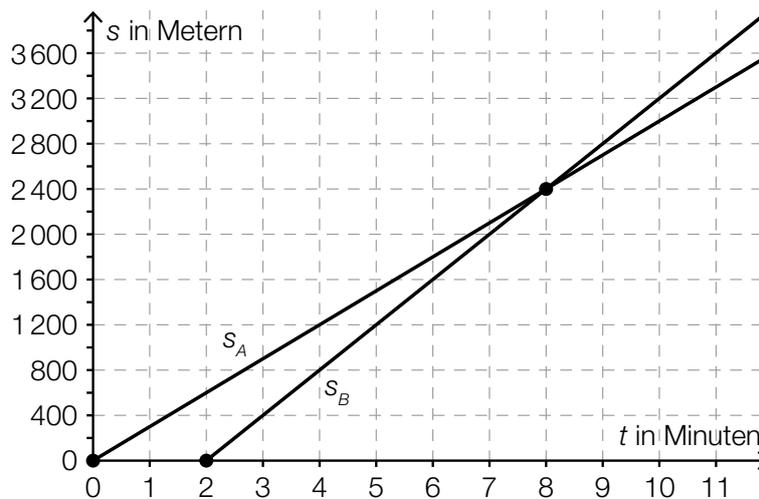
Ist $h_1$ konstant, dann ist die Oberfläche direkt proportional zu $a$ .	<input type="checkbox"/>
Ist $a$ konstant, dann ist die Oberfläche direkt proportional zu $h_1$ .	<input type="checkbox"/>
Für $a = 1$ cm ist die Oberfläche sicher größer als $2$ cm <sup>2</sup> .	<input type="checkbox"/>
Für $a = 1$ cm ist die Oberfläche sicher kleiner als $10$ cm <sup>2</sup> .	<input type="checkbox"/>
Werden sowohl $a$ als auch $h_1$ verdoppelt, so wird die Oberfläche verdoppelt.	<input type="checkbox"/>
Ist $h_1 = a^2$ , dann kann die Oberfläche durch eine Exponentialfunktion in Abhängigkeit von $a$ beschrieben werden.	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 8

## Radfahrer

Zwei Radfahrer  $A$  und  $B$  fahren mit Elektrofahrrädern vom gleichen Startpunkt aus mit jeweils konstanter Geschwindigkeit auf einer geradlinigen Straße in dieselbe Richtung.

In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Funktionen  $s_A$  und  $s_B$  dargestellt, die den von den Radfahrern zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Fahrzeit beschreiben. Die markierten Punkte haben die Koordinaten  $(0|0)$ ,  $(2|0)$  bzw.  $(8|2400)$ .



### Aufgabenstellung:

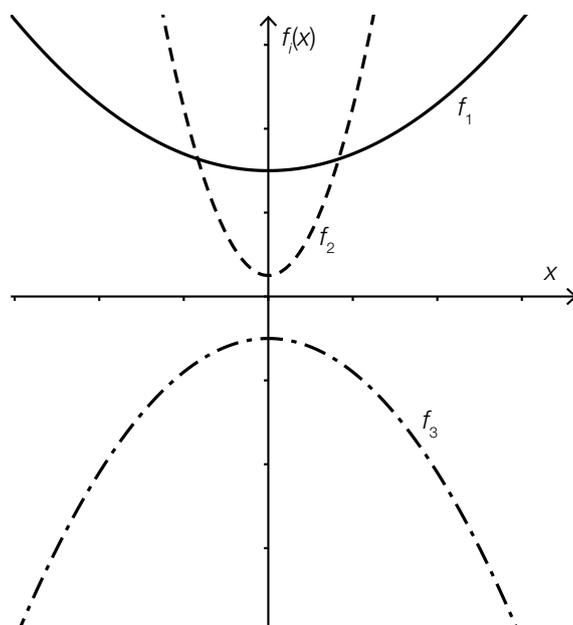
Kreuzen Sie die beiden Aussagen an, die der obigen Abbildung entnommen werden können!

Der Radfahrer $B$ startet zwei Minuten später als der Radfahrer $A$ .	<input type="checkbox"/>
Die Geschwindigkeit des Radfahrers $A$ beträgt 200 Meter pro Minute.	<input type="checkbox"/>
Der Radfahrer $B$ holt den Radfahrer $A$ nach einer Fahrstrecke von 2,4 Kilometern ein.	<input type="checkbox"/>
Acht Minuten nach dem Start von Radfahrer $B$ sind die beiden Radfahrer gleich weit vom Startpunkt entfernt.	<input type="checkbox"/>
Vier Minuten nach der Abfahrt des Radfahrers $A$ sind die beiden Radfahrer 200 Meter voneinander entfernt.	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 9

## Graphen quadratischer Funktionen

Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen quadratischer Funktionen  $f_1$ ,  $f_2$  und  $f_3$  mit den Gleichungen  $f_i(x) = a_i \cdot x^2 + b_i$ , wobei gilt:  $a_i, b_i \in \mathbb{R}, i \in \{1, 2, 3\}$ .



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie die Parameterwerte  $a_i$  und  $b_i$  jeweils der Größe nach, beginnend mit dem kleinsten!

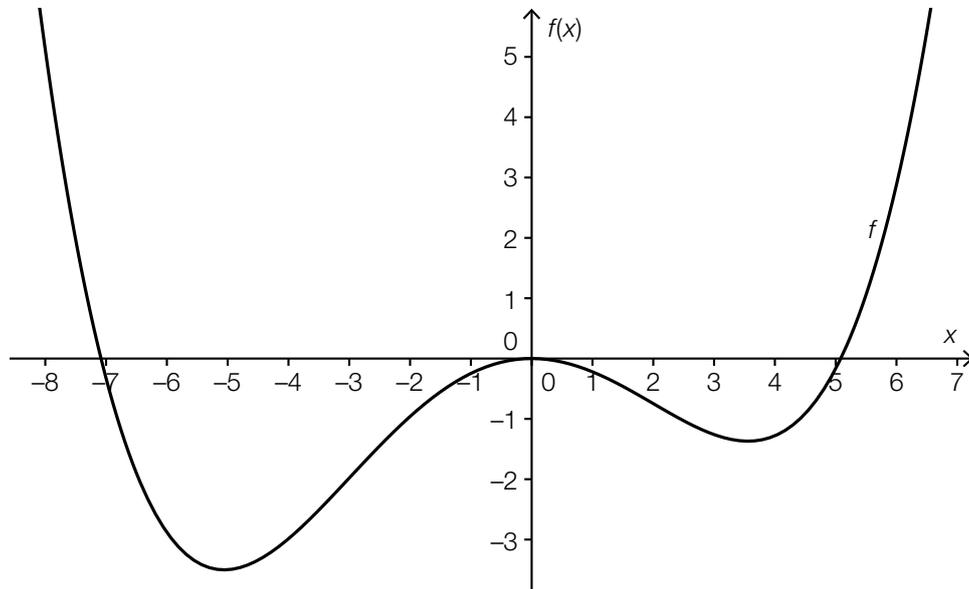
Parameterwerte  $a_i$ : \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

Parameterwerte  $b_i$ : \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

# Aufgabe 10

## Polynomfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion  $f$ .



**Aufgabenstellung:**

Begründen Sie, warum es sich bei der dargestellten Funktion nicht um eine Polynomfunktion dritten Grades handeln kann!

# Aufgabe 11

## Zellkulturen

Im Rahmen eines biologischen Experiments werden sechs Zellkulturen günstigen und ungünstigen äußeren Bedingungen ausgesetzt, wodurch die Anzahl der Zellen entweder exponentiell zunimmt oder exponentiell abnimmt.

Dabei gibt  $N_i(t)$  die Anzahl der Zellen in der jeweiligen Zellkultur  $t$  Tage nach Beginn des Experiments an ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ).

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier beschriebenen Veränderungen jeweils die zugehörige Funktionsgleichung (aus A bis F) zu!

Die Anzahl der Zellen verdoppelt sich pro Tag.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % zu.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % ab.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um die Hälfte ab.	

A	$N_1(t) = N_1(0) \cdot 0,15^t$
B	$N_2(t) = N_2(0) \cdot 0,5^t$
C	$N_3(t) = N_3(0) \cdot 0,85^t$
D	$N_4(t) = N_4(0) \cdot 1,5^t$
E	$N_5(t) = N_5(0) \cdot 1,85^t$
F	$N_6(t) = N_6(0) \cdot 2^t$

# Aufgabe 12

## Sinusfunktion

Für  $a, b \in \mathbb{R}^+$  sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  für  $x \in \mathbb{R}$  gegeben.

Die beiden nachstehenden Eigenschaften der Funktion  $f$  sind bekannt:

- Die (kleinste) Periode der Funktion  $f$  ist  $\pi$ .
- Die Differenz zwischen dem größten und dem kleinsten Funktionswert von  $f$  beträgt 6.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie  $a$  und  $b$  an!

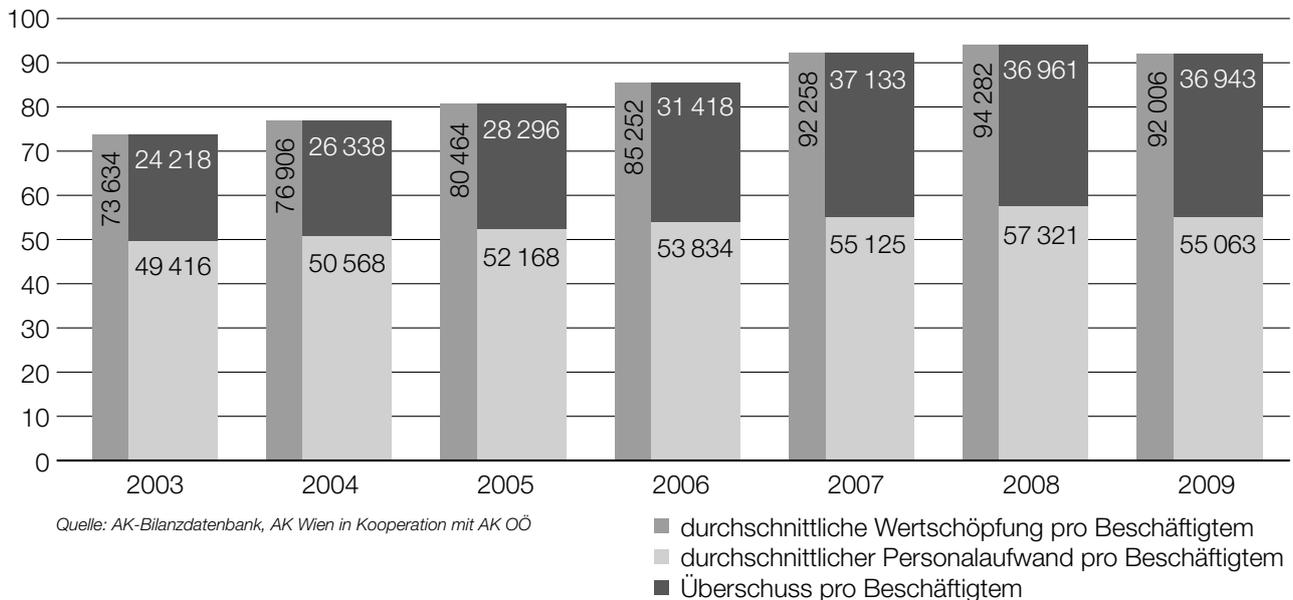
$a =$  \_\_\_\_\_

$b =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 13

## Wertschöpfung

AK-Wertschöpfungsbarometer  
Überschuss pro Beschäftigtem 2003 bis 2009



Datenquelle: Arbeiterkammer Oberösterreich (Hrsg.): *AK Wertschöpfungsbarometer: Trotz Krise: Eigentümer profitierten*, April 2011, S. 3. [https://media.arbeiterkammer.at/ooe/betriebsraete/PKU\\_2011\\_Wertschoepfungsbarometer.pdf](https://media.arbeiterkammer.at/ooe/betriebsraete/PKU_2011_Wertschoepfungsbarometer.pdf) [12.09.2017].

Der AK-Wertschöpfungsbarometer zeigt die Entwicklung desjenigen Wertes auf, den österreichische Mittel- und Großbetriebe im Durchschnitt an jeder Mitarbeiterin/jedem Mitarbeiter pro Jahr verdienen.

Konkret ermittelt wird dabei der Überschuss pro Beschäftigtem, also die Differenz zwischen der durchschnittlichen Wertschöpfung pro Beschäftigtem und dem durchschnittlichen Personalaufwand pro Beschäftigtem.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für das Jahr 2007 den Anteil dieses Überschusses (in Prozent) gemessen an der Pro-Kopf-Wertschöpfung!

# Aufgabe 14

## Abkühlungsprozess

Eine Flüssigkeit wird abgekühlt. Die Funktion  $T$  beschreibt modellhaft den Temperaturverlauf. Dabei gibt  $T(t)$  die Temperatur der Flüssigkeit zum Zeitpunkt  $t \geq 0$  an ( $T(t)$  in °C,  $t$  in Minuten). Der Abkühlungsprozess startet zum Zeitpunkt  $t = 0$ .

### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die Gleichung  $T'(20) = -0,97$  im gegebenen Kontext unter Angabe der korrekten Einheiten!

# Aufgabe 15

## Kredittilgung

Jemand hat bei einer Bank einen Wohnbaukredit zur Finanzierung einer Eigentumswohnung aufgenommen. Am Ende eines jeden Monats erhöht sich der Schuldenstand aufgrund der Kreditzinsen um 0,4 % und anschließend wird die monatliche Rate von € 450 zurückgezahlt.

Der Schuldenstand am Ende von  $t$  Monaten wird durch  $S(t)$  beschrieben.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Differenzgleichung an, mit deren Hilfe man bei Kenntnis des Schuldenstands am Ende eines Monats den Schuldenstand am Ende des darauffolgenden Monats berechnen kann!

# Aufgabe 16

## Beziehungen zwischen Funktion, Ableitungs- und Stammfunktion

Es sei  $f$  eine Polynomfunktion dritten Grades,  $f'$  ihre Ableitungsfunktion und  $F$  eine der Stammfunktionen von  $f$ .

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die zweite Ableitungsfunktion der Funktion \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_ ist die Funktion \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_.

①	
$f$	<input type="checkbox"/>
$f'$	<input type="checkbox"/>
$F$	<input type="checkbox"/>

②	
$f$	<input type="checkbox"/>
$f'$	<input type="checkbox"/>
$F$	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 17

## Funktionsgraph

Eine nicht konstante Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  hat die folgenden Eigenschaften:

$$f(4) = 2$$

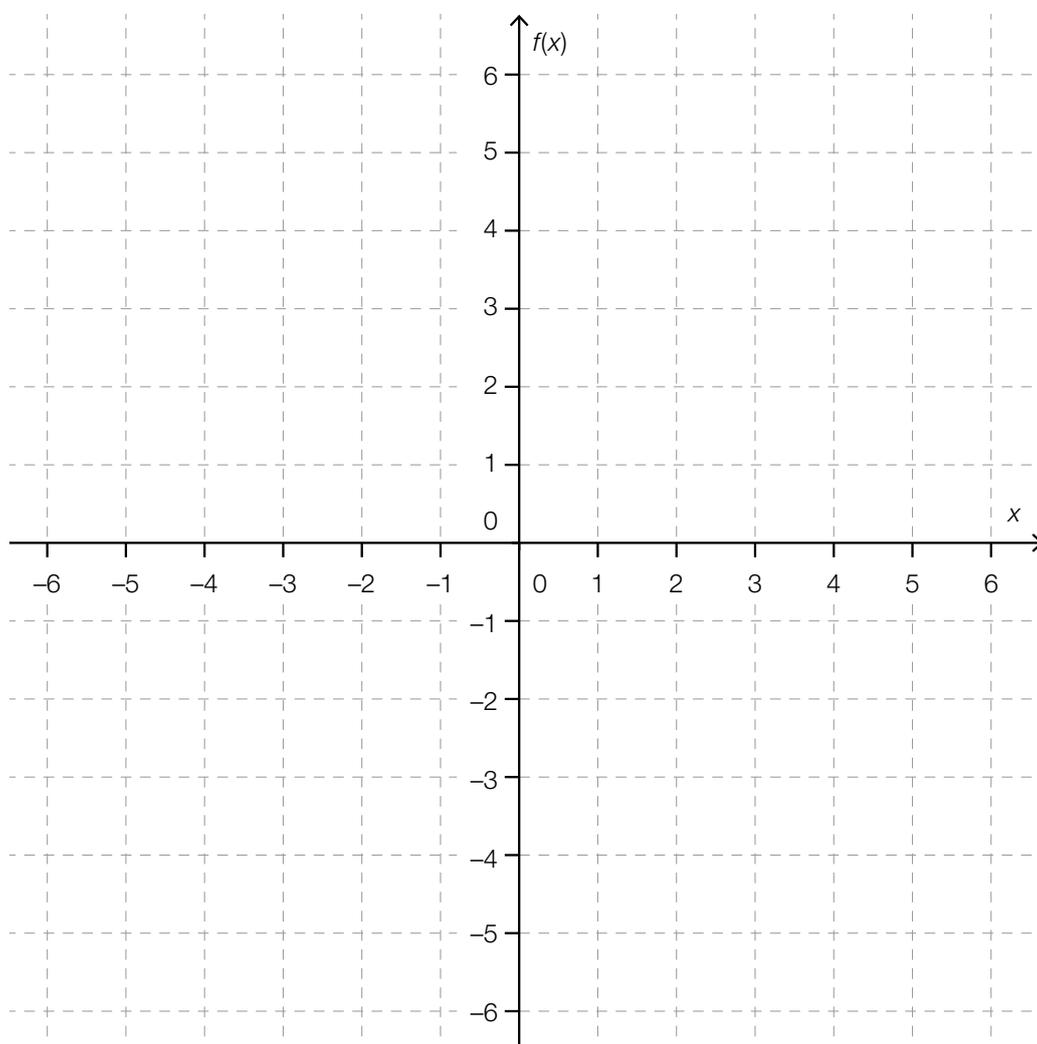
$$f'(4) = 0$$

$$f''(4) = 0$$

$$f'(x) \leq 0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

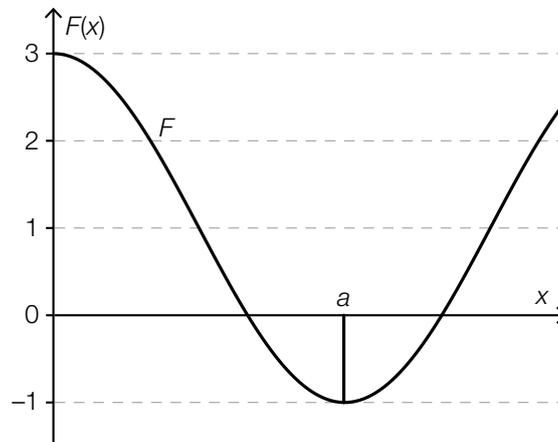
Skizzieren Sie in der nachstehenden Abbildung einen möglichen Graphen einer solchen Funktion  $f$ !



# Aufgabe 18

## Wert eines bestimmten Integrals

Von einer reellen Funktion  $f$  ist der Graph einer Stammfunktion  $F$  abgebildet.



Aufgabenstellung:

Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals  $I = \int_0^a f(x) dx$  an!

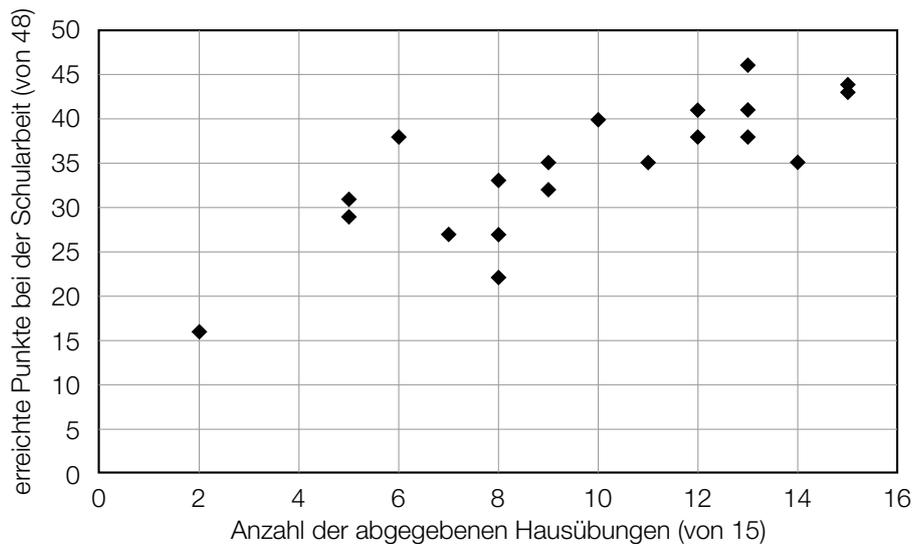
$I =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 19

## Hausübungen und Schularbeit

In einer Klasse, in der ausschließlich Mädchen sind, waren bis zu einer Schularbeit 15 Hausübungen abzugeben. Bei der Schularbeit waren maximal 48 Punkte zu erreichen.

Im nachstehenden Punktwolkendiagramm werden für jede der insgesamt 20 Schülerinnen dieser Klasse die Anzahl der abgegebenen Hausübungen und die Anzahl der bei der Schularbeit erreichten Punkte dargestellt.



### Aufgabenstellung:

Zwei der nachstehenden fünf Aussagen interpretieren das dargestellte Punktwolkendiagramm korrekt. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Nur Schülerinnen, die mehr als 10 Hausübungen abgegeben haben, konnten mehr als 35 Punkte bei der Schularbeit erzielen.	<input type="checkbox"/>
Die Schülerin mit der geringsten Punkteanzahl bei der Schularbeit hat die wenigsten Hausübungen abgegeben.	<input type="checkbox"/>
Die Schülerin mit den meisten Punkten bei der Schularbeit hat alle Hausübungen abgegeben.	<input type="checkbox"/>
Schülerinnen mit mindestens 10 abgegebenen Hausübungen haben bei der Schularbeit im Durchschnitt mehr Punkte erzielt als jene mit weniger als 10 abgegebenen Hausübungen.	<input type="checkbox"/>
Aus der Anzahl der bei der Schularbeit erreichten Punkte kann man eindeutig auf die Anzahl der abgegebenen Hausübungen schließen.	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 20

## Spenden

Für einen guten Zweck spenden 20 Personen Geld, wobei jede Person einen anderen Betrag spendet. Diese 20 Geldbeträge (in Euro) bilden den Datensatz  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ . Von diesem Datensatz ermittelt man Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median sowie unteres (erstes) und oberes (drittes) Quartil.

Frau Müller ist eine dieser 20 Personen und spendet 50 Euro.

### Aufgabenstellung:

Jede der vier Fragen in der linken Tabelle kann unter Kenntnis einer der statistischen Kennzahlen aus der rechten Tabelle korrekt beantwortet werden.

Ordnen Sie den vier Fragen jeweils die entsprechende statistische Kennzahl (aus A bis F) zu!

Ist die Spende von Frau Müller eine der fünf größten Spenden?	
Ist die Spende von Frau Müller eine der zehn größten Spenden?	
Ist die Spende von Frau Müller die kleinste Spende?	
Wie viel Euro spenden die 20 Personen insgesamt?	

A	Minimum
B	Maximum
C	arithmetisches Mittel
D	Median
E	unteres Quartil
F	oberes Quartil

# Aufgabe 21

## Gummibären

In einer Packung befinden sich 50 Gummibären. Von diesen sind 20 rot, 16 weiß und 14 grün. Ein Kind entnimmt mit einem Griff drei Gummibären, ohne dabei auf die Farbe zu achten.

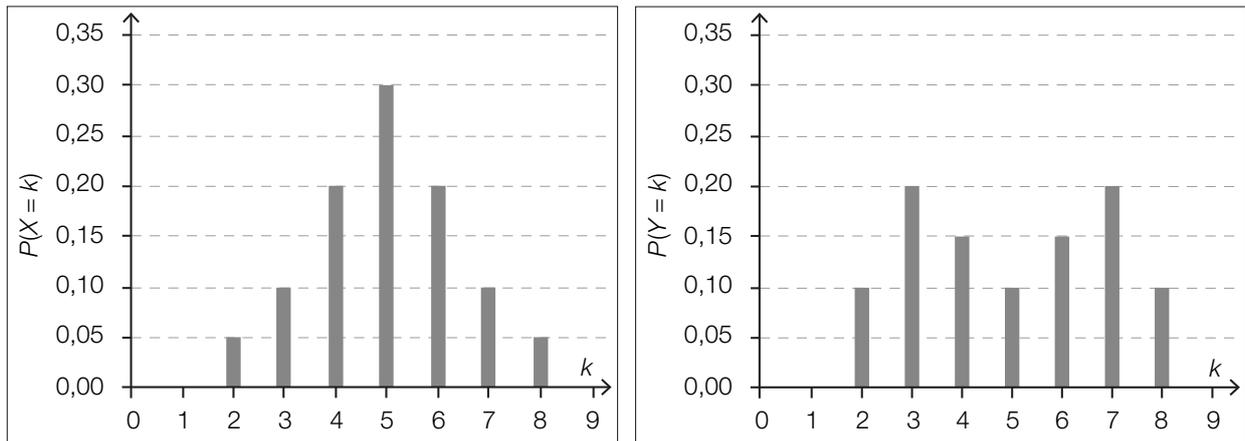
### Aufgabenstellung:

Geben Sie unter der Voraussetzung, dass jeder Gummibär mit der gleichen Wahrscheinlichkeit entnommen wird, die Wahrscheinlichkeit an, dass mindestens einer der drei entnommenen Gummibären rot ist!

# Aufgabe 22

## Vergleich zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen

In den nachstehenden Diagrammen sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen zweier Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$  dargestellt. Die Erwartungswerte der Zufallsvariablen werden mit  $E(X)$  und  $E(Y)$ , die Standardabweichungen mit  $\sigma(X)$  und  $\sigma(Y)$  bezeichnet.



### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$E(X) = E(Y)$	<input type="checkbox"/>
$\sigma(X) > \sigma(Y)$	<input type="checkbox"/>
$P(X \leq 3) < P(Y \leq 3)$	<input type="checkbox"/>
$P(3 \leq X \leq 7) = P(3 \leq Y \leq 7)$	<input type="checkbox"/>
$P(X \leq 5) = 0,3$	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 23

### Massenproduktion

Bei der Massenproduktion eines bestimmten Produkts werden Packungen zu 100 Stück erzeugt. In einer solchen Packung ist jedes einzelne Stück (unabhängig von den anderen) mit einer Wahrscheinlichkeit von 6 % mangelhaft.

#### Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit in dieser Packung höchstens zwei mangelhafte Stücke zu finden sind!

## Aufgabe 24

### Intervallbreite von Konfidenzintervallen

Vier Konfidenzintervalle ( $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$ ) für einen unbekanntem Anteil werden auf dieselbe Art und Weise ausschließlich unter Verwendung des Stichprobenumfangs  $n$ , des Konfidenzniveaus  $\gamma$  und des relativen Anteils berechnet, wobei der relative Anteil für alle vier Konfidenzintervalle derselbe ist. Die Konfidenzintervalle liegen symmetrisch um den relativen Anteil.

Konfidenzintervall	Stichprobenumfang $n$	Konfidenzniveau $\gamma$
$A$	500	90 %
$B$	500	95 %
$C$	2000	90 %
$D$	2000	95 %

#### Aufgabenstellung:

Vergleichen Sie diese vier Konfidenzintervalle bezüglich ihrer Intervallbreite und geben Sie das Konfidenzintervall mit der kleinsten und jenes mit der größten Intervallbreite an!

Konfidenzintervall mit der kleinsten Intervallbreite: \_\_\_\_\_

Konfidenzintervall mit der größten Intervallbreite: \_\_\_\_\_









Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Reifeprüfung

AHS

9. Mai 2018

# Mathematik

Teil-2-Aufgaben



# Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält vier Aufgaben mit je zwei bis vier Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen die für diesen Klausurtermin freigegebene Formelsammlung sowie zugelassene elektronische Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

## Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet. Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

## Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits **freie Antwortformate**; dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft oder auf die zur Verfügung gestellten Blätter. Weitere Antwortformate, die in der Klausur zum Einsatz kommen können, werden im Folgenden vorgestellt:

**Zuordnungsformat:** Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

**Beispiel:**  
Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

**Aufgabenstellung:**  
Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

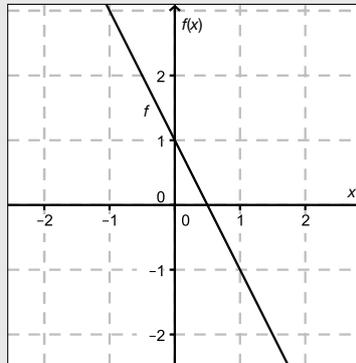
**Konstruktionsformat:** Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

**Beispiel:**

Gegeben ist eine lineare Funktion  $f$  mit  $f(x) = k \cdot x + d$ .

**Aufgabenstellung:**

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen  $k = -2$  und  $d > 0$  in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



**Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichung ist korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**

Welche Gleichungen sind korrekt?

**Aufgabenstellung:**

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

**Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“:** Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

**Beispiel:**  
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 6$	<input checked="" type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 10$	<input checked="" type="checkbox"/>

**Aufgabenstellung:**  
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

**Lückentext:** Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

**Beispiel:**  
Gegeben sind 3 Gleichungen.

**Aufgabenstellung:**  
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung \_\_\_\_\_<sup>①</sup>\_\_\_\_\_ wird als Zusammenzählung oder \_\_\_\_\_<sup>②</sup>\_\_\_\_\_ bezeichnet.

①	
$1 - 1 = 0$	<input type="checkbox"/>
$1 + 1 = 2$	<input checked="" type="checkbox"/>
$1 \cdot 1 = 1$	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

**So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:**

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „ $5 + 5 = 9$ “ gewählt und dann auf „ $2 + 2 = 4$ “ geändert.

**So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:**

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

$1 + 1 = 3$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 5$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 9$	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „ $2 + 2 = 4$ “ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!

**Viel Erfolg bei der Bearbeitung!**

# Aufgabe 1

## Eigenschaften einer Polynomfunktion dritten Grades

Gegeben ist eine Polynomfunktion dritten Grades  $f$  mit der Funktionsgleichung  $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x$ , wobei die Koeffizienten  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  sind.

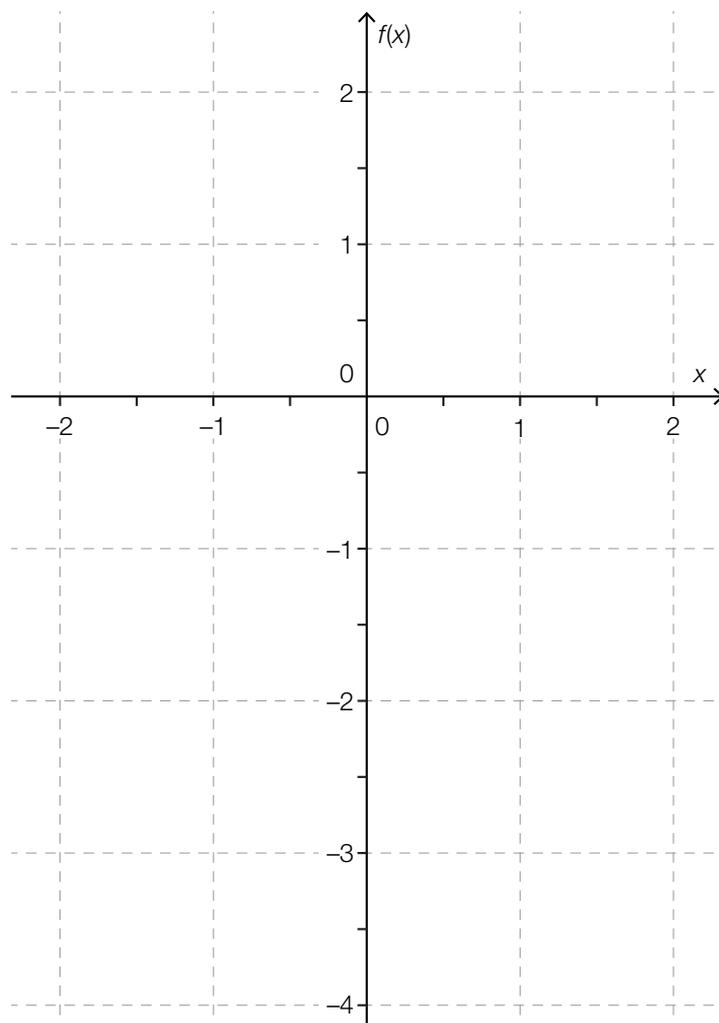
Aufgabenstellung:

- a) Begründen Sie, warum die Funktion  $f$  genau drei verschiedene reelle Nullstellen hat, wenn die Koeffizienten  $a$  und  $b$  unterschiedliche Vorzeichen haben!

A Die Steigung der Tangente an den Graphen von  $f$  an der Stelle  $x = 0$  entspricht dem Wert des Koeffizienten  $b$ . Begründen Sie, warum diese Aussage wahr ist!

- b) Geben Sie eine Beziehung zwischen den Koeffizienten  $a$  und  $b$  an, sodass  $\int_0^1 f(x) dx = 0$  gilt!

Begründen Sie, warum aus der Annahme  $\int_0^1 f(x) dx = 0$  folgt, dass  $f$  eine Nullstelle im Intervall  $(0; 1)$  hat, und skizzieren Sie einen möglichen Graphen einer solchen Funktion  $f$  im nachstehenden Koordinatensystem!



# Aufgabe 2

## Hopfen

Hopfen ist eine schnell wachsende Kletterpflanze. Die Modellfunktion  $h: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  mit  $h(t) = \frac{a}{1 + b \cdot e^{k \cdot t}}$  mit  $a, b \in \mathbb{R}^+, k \in \mathbb{R}^-$  gibt näherungsweise die Pflanzhöhe einer bestimmten Hopfensorte zum Zeitpunkt  $t$  an, wobei  $h(t)$  in Metern und  $t$  in Wochen angegeben wird.

In der nachstehenden Tabelle sind die gemessenen Höhen einer Hopfenpflanze ab Anfang April ( $t = 0$ ) zusammengefasst.

Zeit (in Wochen)	0	2	4	6	8	10	12
Höhe (in m)	0,6	1,2	2,3	4,2	5,9	7,0	7,6

Anhand dieser Messwerte wurden für die Modellfunktion  $h$  die Parameterwerte  $a = 8$ ,  $b = 15$  und  $k = -0,46$  ermittelt.

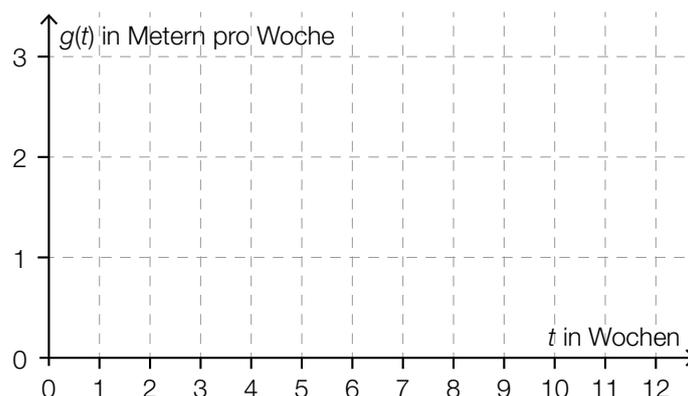
### Aufgabenstellung:

- a)  Geben Sie unter Verwendung der Modellfunktion  $h$  einen Ausdruck an, mit dem berechnet werden kann, um wie viele Meter die Hopfenpflanze im Zeitintervall  $[0; t_1]$  gewachsen ist!

Berechnen Sie unter Verwendung der Modellfunktion  $h$  mithilfe Ihres Ausdrucks, wie viele Meter die Pflanze in den ersten 10 Wochen gewachsen ist, und geben Sie die prozentuelle Abweichung vom tatsächlich gemessenen Wert an!

- b) Wird das Wachstum der Pflanze mithilfe der Funktion  $h$  modelliert, gibt es einen Zeitpunkt  $t_2$ , zu dem sie am schnellsten wächst. Geben Sie eine Gleichung an, mit der dieser Zeitpunkt berechnet werden kann, und ermitteln Sie diesen Zeitpunkt!

Berechnen Sie die zugehörige maximale Wachstumsgeschwindigkeit und skizzieren Sie im nachstehenden Koordinatensystem unter Berücksichtigung des von Ihnen ermittelten Maximums den Verlauf des Graphen derjenigen Funktion  $g$ , die basierend auf der Modellfunktion  $h$  die Wachstumsgeschwindigkeit der Hopfenpflanze in Abhängigkeit von  $t$  beschreibt!



- c) Ermitteln Sie eine lineare Funktion  $h_1$ , deren Werte bei  $t = 0$  und  $t = 12$  mit den gemessenen Höhen aus der angegebenen Tabelle übereinstimmen, und interpretieren Sie die Steigung dieser linearen Funktion im gegebenen Kontext!

$$h_1(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

Begründen Sie anhand des Verlaufs der Graphen von  $h$  und  $h_1$ , warum es mindestens zwei Zeitpunkte gibt, in denen die Wachstumsgeschwindigkeit der Pflanze denselben Wert hat wie die Steigung von  $h_1$ !

- d) Für größer werdende  $t$  nähert sich  $h(t)$  einem Wert an, der als  $h_{\max}$  bezeichnet wird. Weisen Sie anhand der gegebenen Funktionsgleichung der Modellfunktion  $h$  rechnerisch nach, dass der Parameter  $k$  (mit  $k < 0$ ) keinen Einfluss auf  $h_{\max}$  hat, und geben Sie  $h_{\max}$  an!

Günstige Witterungsverhältnisse können dazu führen, dass die Hopfenpflanze schneller und höher wächst, d. h., dass sie sich früher einem größeren Wert von  $h_{\max}$  annähert. Geben Sie für ein derartiges Pflanzenwachstum an, wie  $a$  und  $k$  verändert werden müssen!

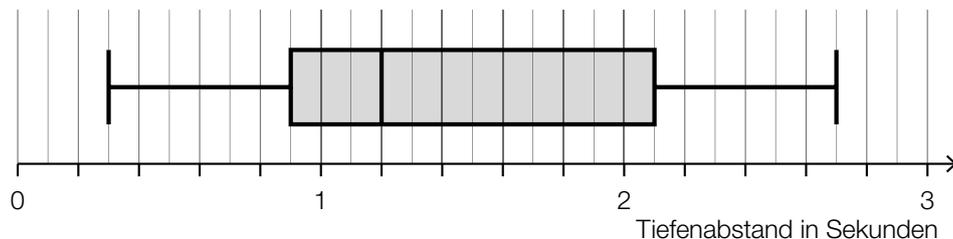
# Aufgabe 3

## Abstandsmessung

Im Rahmen der polizeilichen Kontrollmaßnahmen des öffentlichen Verkehrs werden Abstandsmessungen vorgenommen. Im Folgenden beschreibt der Begriff *Abstand* eine Streckenlänge und der Begriff *Tiefenabstand* eine Zeitspanne.

Beträgt der Abstand zwischen dem hinteren Ende des voranfahrenden Fahrzeugs und dem vorderen Ende des nachfahrenden Fahrzeugs  $\Delta s$  Meter, so versteht man unter dem Tiefenabstand diejenige Zeit  $t$  in Sekunden, in der das nachfahrende Fahrzeug die Strecke der Länge  $\Delta s$  zurücklegt.

Nachstehend sind Tiefenabstände, die im Rahmen einer Schwerpunktkontrolle von 1 000 Fahrzeugen ermittelt wurden, in einem Kastenschaubild (Boxplot) dargestellt. Alle kontrollierten Fahrzeuge waren mit einer Geschwindigkeit von ca. 130 km/h unterwegs.



### Aufgabenstellung:

- a)  A Geben Sie das erste Quartil  $q_1$  und das dritte Quartil  $q_3$  der Tiefenabstände an und deuten Sie den Bereich von  $q_1$  bis  $q_3$  im gegebenen Kontext!

Nach den Erfahrungswerten eines österreichischen Autofahrerclubs halten ungefähr drei Viertel der Kraftfahrer/innen bei einer mittleren Fahrgeschwindigkeit von ca. 130 km/h einen Abstand von mindestens 30 Metern zum voranfahrenden Fahrzeug ein. Geben Sie an, ob die im Kastenschaubild dargestellten Daten in etwa diese Erfahrungswerte bestätigen oder nicht, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

- b) Einer üblichen Faustregel zufolge wird auf Autobahnen generell ein Tiefenabstand von mindestens zwei Sekunden empfohlen. Jemand behauptet, dass aus dem dargestellten Kastenschaubild ablesbar ist, dass mindestens 20 % der Kraftfahrer/innen diesen Tiefenabstand eingehalten haben. Geben Sie einen größeren Prozentsatz an, der aus dem Kastenschaubild mit Sicherheit abgelesen werden kann, und begründen Sie Ihre Wahl!

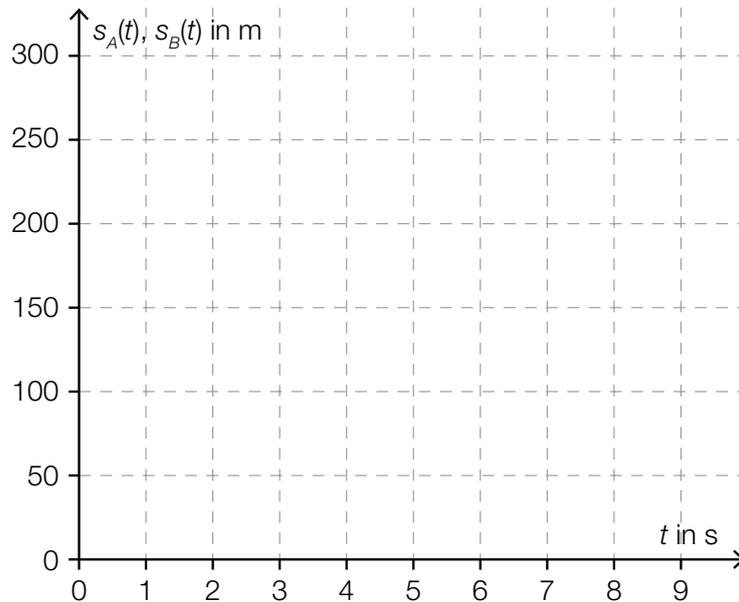
Nehmen Sie den von Ihnen ermittelten Prozentsatz als Wahrscheinlichkeit an, dass der empfohlene Tiefenabstand eingehalten wird.

Geben Sie an, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass bei zehn zufällig und unabhängig voneinander ausgewählten Messungen dieser Schwerpunktkontrolle zumindest sechs Mal der empfohlene Tiefenabstand von mindestens zwei Sekunden eingehalten wurde!

- c) Bei einer anderen Abstandsmessung wird ein kontrolliertes Fahrzeug auf den letzten 300 Metern vor der Messung zusätzlich gefilmt, damit die Messung nicht verfälscht wird, wenn sich ein anderes Fahrzeug vor das kontrollierte Fahrzeug drängt.

Fahrzeug A fährt während des Messvorgangs mit konstanter Geschwindigkeit und benötigt für die gefilmten 300 Meter eine Zeit von neun Sekunden. Stellen Sie den zurückgelegten Weg  $s_A(t)$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t$  im unten stehenden Zeit-Weg-Diagramm dar ( $s_A(t)$  in Metern,  $t$  in Sekunden) und geben Sie an, mit welcher Geschwindigkeit in km/h das Fahrzeug unterwegs ist!

Ein Fahrzeug B legt die 300 Meter ebenfalls in neun Sekunden zurück, verringert dabei aber kontinuierlich seine Geschwindigkeit. Skizzieren Sie ausgehend vom Ursprung einen möglichen Graphen der entsprechenden Zeit-Weg-Funktion  $s_B$  in das unten stehende Zeit-Weg-Diagramm!



# Aufgabe 4

## Bitcoin

Bitcoin (Währungskürzel: BTC) ist eine digitale Kunstwährung. Der Marktwert des Bitcoin ergibt sich aufgrund von Angebot und Nachfrage.

Nutzer/innen des Bitcoin werden in dieser Aufgabe als Bitcoin-User bezeichnet.

Die nachstehende Abbildung zeigt den Bitcoin-Euro-Kurs vom 11. März 2015 bis zum 11. März 2016. Die linke Skala zeigt dabei den absoluten Wert eines Bitcoins in Euro, die rechte Skala zeigt die Veränderung in Prozent bezogen auf den 11. März 2015.

Bitcoin-Euro-Kurs (BTC – EUR)



Datenquelle: <http://www.finanzen.net/devisen/bitcoin-euro-kurs> [11.03.2017] (adaptiert).

### Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie an, in welchem der Monate von April 2015 bis Dezember 2015 der Bitcoin-Euro-Kurs jeweils vom Monatsanfang bis zum Monatsende absolut am stärksten gefallen ist, und geben Sie diesen Kursverlust in Euro an!

Monat: \_\_\_\_\_

Kursverlust: \_\_\_\_\_

Es sei  $K_1$  der Bitcoin-Euro-Kurs zum Beginn des betreffenden Monats,  $K_2$  der Bitcoin-Euro-Kurs am Ende des betreffenden Monats sowie  $AT$  die Anzahl der Tage des betreffenden Monats.

Berechnen Sie den ungefähren Wert des Ausdrucks  $\frac{K_2 - K_1}{AT}$  und interpretieren Sie das Ergebnis im gegebenen Kontext!

- b) Anfang Jänner 2016 waren ca. 15 Millionen Bitcoins im Umlauf. Die  $t$  Jahre nach dem Jahr 2009 im Umlauf befindliche Menge an Bitcoins ist annähernd  $f(t) = 21 \cdot 10^6 - 21 \cdot 10^6 \cdot e^{-0,18 \cdot t}$ . Damit ist  $f(0)$  die zu Anfang Jänner 2009 im Umlauf befindliche Menge an Bitcoins.

Bestimmen und interpretieren Sie die relative (prozentuelle) Änderung der im Umlauf befindlichen Menge an Bitcoins im Zeitintervall  $[7; 8]$ !

Geben Sie eine Gleichung an, mit der derjenige Zeitpunkt berechnet werden kann, ab dem nur mehr eine Million Bitcoins in Umlauf gebracht werden kann, und ermitteln Sie diesen Zeitpunkt!

- c) Eine Untersuchung der Demografie von Bitcoin-Usern hat ergeben, dass weltweit 88 % der Bitcoin-User männlich sind. Es soll festgestellt werden, wie hoch dieser Prozentsatz in Österreich ist. Dazu wird eine große Anzahl an Personen befragt. Diese Befragung ergibt, dass 171 der befragten Personen Bitcoin-User sind, und von diesen 171 Personen sind 138 männlich.

A) Geben Sie aufgrund dieser Daten ein symmetrisches 95-%-Konfidenzintervall für den unbekanntem Anteil der männlichen Bitcoin-User unter allen Bitcoin-Usern in Österreich an!

Geben Sie an, welches Konfidenzniveau zur Berechnung eines solchen Intervalls mindestens angenommen werden muss, damit der weltweit ermittelte Anteil von 88 % in diesem Intervall enthalten ist!

