

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

10. Mai 2017

Mathematik

Teil-1-Aufgaben

Korrekturheft

Aufgabe 1

Ganze Zahlen

Lösungserwartung:

a^2	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 \cdot a$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Ausdrücke angekreuzt sind.

Aufgabe 2

Kapital

Lösungserwartung:

Mithilfe dieses Terms kann der Kapitalzuwachs (die Summe der Zinsen) im Zeitraum von 5 Jahren berechnet werden.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

Aufgabe 3

Futtermittel

Lösungserwartung:

1. Gleichung: $a + b = 100$
2. Gleichung: $0,14 \cdot a + 0,35 \cdot b = 0,18 \cdot (a + b)$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe zweier korrekter Gleichungen. Andere korrekte Gleichungssysteme, die eine Berechnung der nötigen Mengen ermöglichen, sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 4

Quader mit quadratischer Grundfläche

Lösungserwartung:

$$\vec{HB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Vektors sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 5

Parallelität von Geraden

Lösungserwartung:

$$h_y = -2$$

$$h_z = -4$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der richtigen Werte von h_y und h_z .

Aufgabe 6

Koordinaten eines Punktes

Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$$\tan(\varphi - 180^\circ) = \frac{2}{3} \Rightarrow \varphi \approx 213,69^\circ$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Grad“ nicht angeführt sein muss.

Toleranzintervall: $[213^\circ; 214^\circ]$

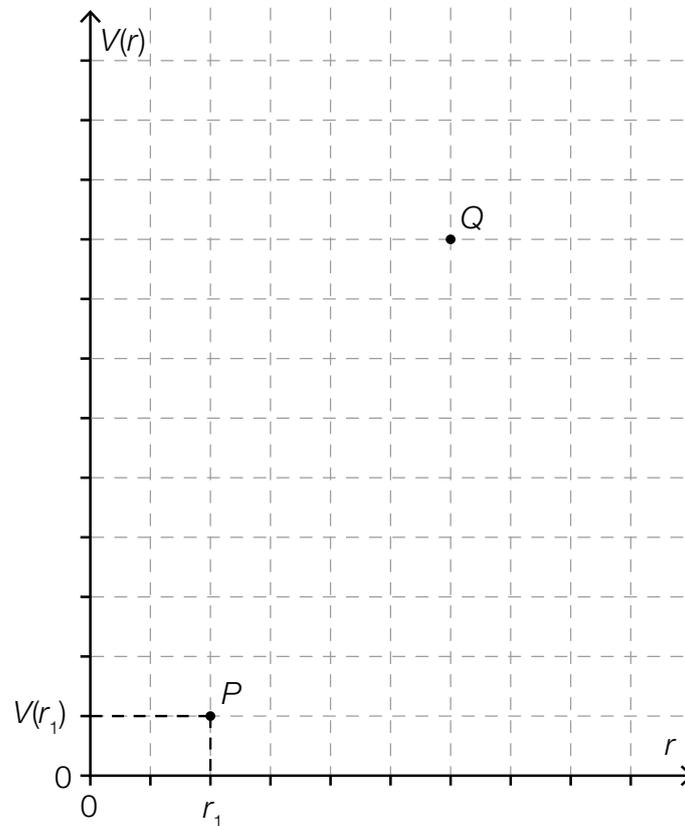
Eine korrekte Angabe der Lösung in einer anderen Einheit ist ebenfalls als richtig zu werten.

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Aufgabe 7

Zylindervolumen

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die korrekte Ergänzung von Q.

Aufgabe 8

Krümmungsverhalten einer Polynomfunktion

Lösungserwartung:

$(-\infty; -2)$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich das laut Lösungserwartung richtige Intervall angekreuzt ist.

Aufgabe 9

Räuber-Beute-Modell

Lösungserwartung:

In den beiden Zeitintervallen [4,2 Jahre; 6,8 Jahre] und [15,3 Jahre; 19,6 Jahre] nimmt sowohl die Räuberpopulation als auch die Beutepopulation ab.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe beider korrekter Zeitintervalle, wobei die Einheit „Jahre“ nicht angegeben sein muss. Andere Schreibweisen der Intervalle (offen oder halboffen) sowie korrekte formale oder verbale Beschreibungen sind ebenfalls als richtig zu werten.

1. Zeitintervall:

Toleranzintervall für den unteren Wert: [3,9 Jahre; 4,5 Jahre]

Toleranzintervall für den oberen Wert: [6,5 Jahre; 7,1 Jahre]

2. Zeitintervall:

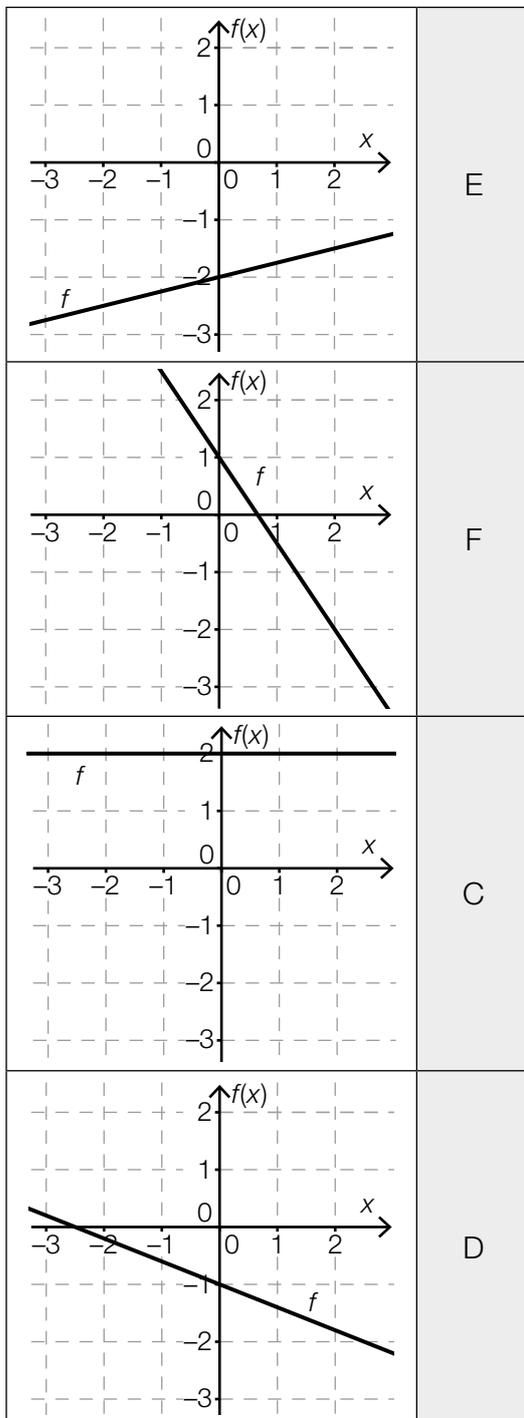
Toleranzintervall für den unteren Wert: [15 Jahre; 15,6 Jahre]

Toleranzintervall für den oberen Wert: [19,3 Jahre; 19,9 Jahre]

Aufgabe 10

Lineare Funktionen

Lösungserwartung:



A	$k = 0, d < 0$
B	$k > 0, d > 0$
C	$k = 0, d > 0$
D	$k < 0, d < 0$
E	$k > 0, d < 0$
F	$k < 0, d > 0$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn jedem der vier Graphen ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Buchstabe zugeordnet ist.

Aufgabe 11

Negative Funktionswerte

Lösungserwartung:

Für alle $x \in (-2; 3)$ gilt:
 $f(x) < 0$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösungsmenge. Andere korrekte Schreibweisen der Lösungsmenge oder eine korrekte verbale oder grafische Beschreibung der Lösungsmenge, aus der klar hervorgeht, dass die Endpunkte -2 und 3 nicht inkludiert sind, sind ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 12

Halbwertszeit von Cobalt-60

Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-0,13149 \cdot t} \Rightarrow t \approx 5,27$$

Die Halbwertszeit von Cobalt-60 beträgt ca. 5,27 Jahre.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Jahre“ nicht angegeben sein muss.

Toleranzintervall: [5 Jahre; 5,5 Jahre]

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Aufgabe 13

Leistungsverbesserung

Lösungserwartung:

erste Person: Person *B*

zweite Person: Person *A*

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die korrekte Auswahl.

Aufgabe 14

Finanzschulden

Lösungserwartung:

Der Ausdruck beschreibt die durchschnittliche jährliche Zunahme (durchschnittliche jährliche Änderung) der Finanzschulden Österreichs (in Milliarden Euro im angegebenen Zeitraum).

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.

Aufgabe 15

Differenzengleichung

Lösungserwartung:

$$a = 2$$

$$b = 1$$

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die Angabe der richtigen Werte von a und b .

Aufgabe 16

Tiefe eines Gerinnes

Lösungserwartung:

$$g(t) = 3 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 12$$

oder:

$$g(t) = f'(t)$$

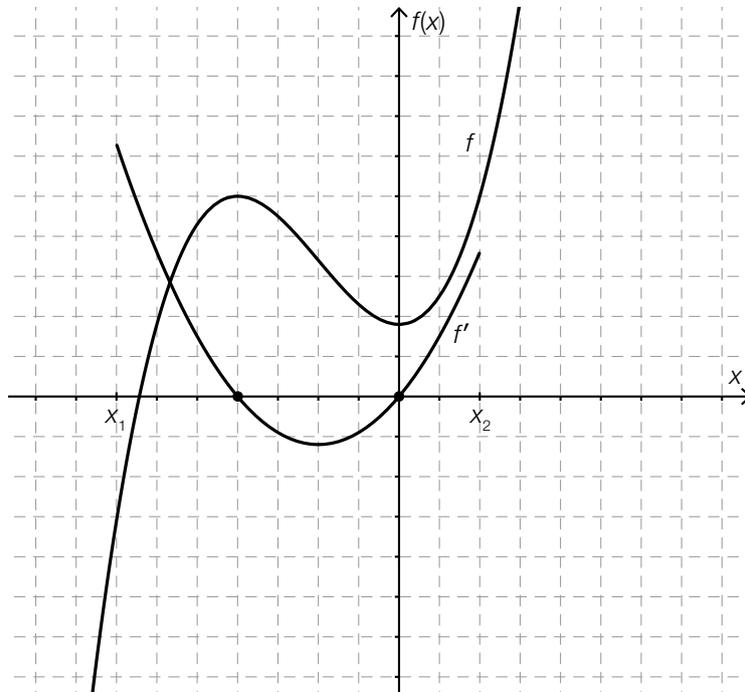
Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.

Aufgabe 17

Grafisch differenzieren

Lösungserwartung:



Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine korrekte Darstellung der Ableitungsfunktion f' . Der Graph der Funktion f' muss erkennbar die Form einer nach oben offenen Parabel haben und die x -Achse an den beiden Stellen schneiden, bei denen die Funktion f die Extremstellen hat. Der Graph einer entsprechenden Funktion f' , der über das Intervall $[x_1; x_2]$ hinaus gezeichnet ist, ist ebenfalls als richtig zu werten.

Aufgabe 18

Wassermenge in einem Behälter

Lösungserwartung:

Zum Zeitpunkt $t = 6$ befindet sich weniger Wasser im Behälter als zum Zeitpunkt $t = 2$.	<input checked="" type="checkbox"/>
Im Zeitintervall $(6; 8)$ nimmt die Wassermenge im Behälter zu.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 19

Wanderungsbilanz für Österreich

Lösungserwartung:

Aus dem angegebenen Wert für das Jahr 2003 kann man ablesen, dass in diesem Jahr um ca. 40000 Personen mehr zugewandert als abgewandert sind.	<input checked="" type="checkbox"/>
Im Zeitraum 1961 bis 2012 gibt es acht Jahre, in denen die Anzahl der Zuwanderungen geringer als die Anzahl der Abwanderungen war.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 20

Alarmanlagen

Lösungserwartung:

Mögliche Berechnung:

$$1 - 0,1^2 = 0,99$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass im Einbruchfall mindestens eine der beiden Anlagen Alarm auslöst, liegt bei 0,99.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für die richtige Lösung. Andere Schreibweisen des Ergebnisses sind ebenfalls als richtig zu werten.

Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

Aufgabe 21

Jugendgruppe

Lösungserwartung:

①	
wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt, aus den 21 Jugendlichen ein Dreierteam auszuwählen	<input checked="" type="checkbox"/>

②	
1 330	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn für jede der beiden Lücken ausschließlich der laut Lösungserwartung richtige Satzteil angekreuzt ist.

Aufgabe 22

Aussagen zu einer Zufallsvariablen

Lösungserwartung:

Der Erwartungswert von X ist 20.	<input checked="" type="checkbox"/>
$P(10 \leq X \leq 30) = 1$	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Aufgabe 23

Grafische Deutung

Lösungserwartung:

$$P(X \geq 64)$$

oder:

Der Flächeninhalt der dargestellten Fläche beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsvariable X mindestens den Wert 64 annimmt.

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Deutung, wobei auch die Deutungen $P(X > 64)$ bzw. $P(X \geq 65)$ oder $P(64 \leq X \leq b)$ mit $b \geq 85$ als richtig zu werten sind.

Aufgabe 24

Wahlprognose

Lösungserwartung:

Ein anhand der erhobenen Daten ermitteltes 90-%-Konfidenzintervall hätte eine geringere Intervallbreite.	<input checked="" type="checkbox"/>
Unter der Voraussetzung, dass der Anteil der Partei-A-Wähler/innen in der Stichprobe gleich bleibt, würde eine Vergrößerung der Stichprobe zu einer Verkleinerung des 95-%-Konfidenzintervalls führen.	<input checked="" type="checkbox"/>

Lösungsschlüssel:

Ein Punkt ist genau dann zu geben, wenn ausschließlich die beiden laut Lösungserwartung richtigen Aussagen angekreuzt sind.

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

10. Mai 2017

Mathematik

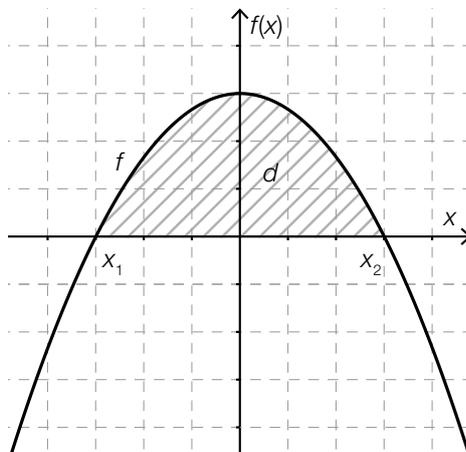
Teil-2-Aufgaben

Korrekturheft

Aufgabe 1

Quadratische Funktion

a) Lösungserwartung:



$$a < 0, b = 0 \text{ und } c > 0$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine korrekte Veranschaulichung des Wertes d , wobei der Graph von f klar erkennbar die Form einer achsensymmetrischen und nach unten offenen Parabel haben muss.
- Ein Punkt für die Angabe der richtigen Bedingungen für die Koeffizienten a , b und c .

b) Lösungserwartung:

Mögliche Vorgehensweise:

$$g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$$

$$a \cdot x^2 + b \cdot x = 0 \Rightarrow (x_1 = 0), x_2 = -\frac{b}{a} \text{ mit } a > 0 \text{ und } b < 0$$

Mögliche Berechnung des gesuchten Flächeninhalts:

$$\int_{-\frac{b}{a}}^0 g(x) dx$$

oder:

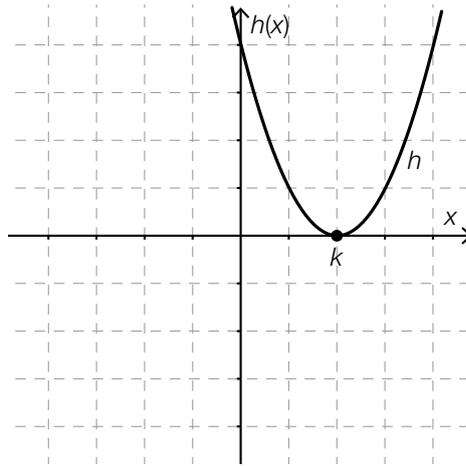
$$-\int_0^{x_2} g(x) dx$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine korrekte Formel, wobei die Bedingungen $a > 0$ und $b < 0$ nicht angeführt werden müssen. Äquivalente Formeln sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für ein korrektes bestimmtes Integral. Äquivalente Ausdrücke sind als richtig zu werten.

c) Lösungserwartung:

Möglicher Graph von h :



$$h(k) = k^2 - 2 \cdot k^2 + k^2 = 0 \Rightarrow h(k) = 0$$

$$h'(x) = 2 \cdot x - 2 \cdot k$$

$$h'(k) = 2 \cdot k - 2 \cdot k = 0 \Rightarrow h'(k) = 0$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Skizze eines entsprechenden Graphen von h . Der Graph von h muss die Form einer nach oben oder unten offenen Parabel haben und an der gekennzeichneten Stelle von k müssen die Nullstelle und (somit) die Extremstelle der Funktion h klar erkennbar sein, die Symmetrie bezüglich der Geraden $x = k$ muss erkennbar sein.
- Ein Punkt für einen korrekten rechnerischen Nachweis beider Bedingungen.

Aufgabe 2

Muskelkraft

a) Lösungserwartung:

$$F(0) \approx 2900 \text{ N}$$

$F(0)$ gibt den Wert derjenigen Kraft an, die der Muskel bei einer Kontraktionsgeschwindigkeit von $v = 0$ aufbringt.

Zwischen F und v wird keine indirekte Proportionalität beschrieben.

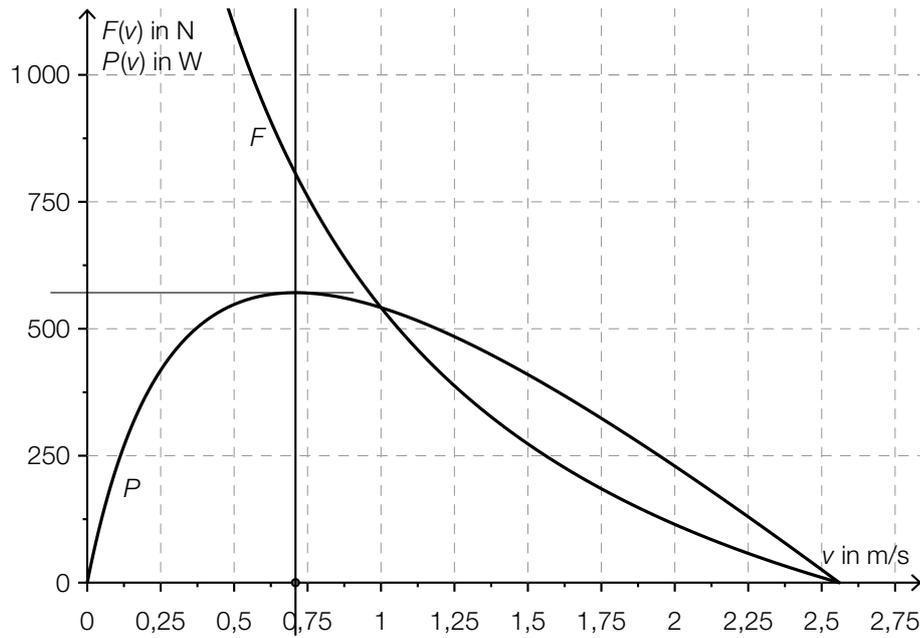
Mögliche Begründung:

Eine Verdoppelung der Kontraktionsgeschwindigkeit v führt nicht zu einer Halbierung der Muskelkraft F .

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die richtige Lösung und eine (sinngemäß) korrekte Deutung, wobei die Einheit „Newton“ nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [2 750 N; 3 000 N]
- Ein Punkt für die Angabe, dass keine indirekte Proportionalität beschrieben wird, und eine korrekte Begründung.

b) Lösungserwartung:



Bei ungefähr 800 N erreicht der Muskel seine maximale Leistung.

$$v_1 \approx 0,7 \text{ m/s}$$

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Newton“ nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [650 N; 950 N]
- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „m/s“ nicht angeführt sein muss.
Toleranzintervall: [0,6 m/s; 0,9 m/s]

Aufgabe 3

Zerstörung des Tropenwaldes

a) Lösungserwartung:

$$f_1(t) = 800 \cdot 0,979^t$$

$$800 \cdot 0,979^t < 100 \Rightarrow t > 97,977\dots$$

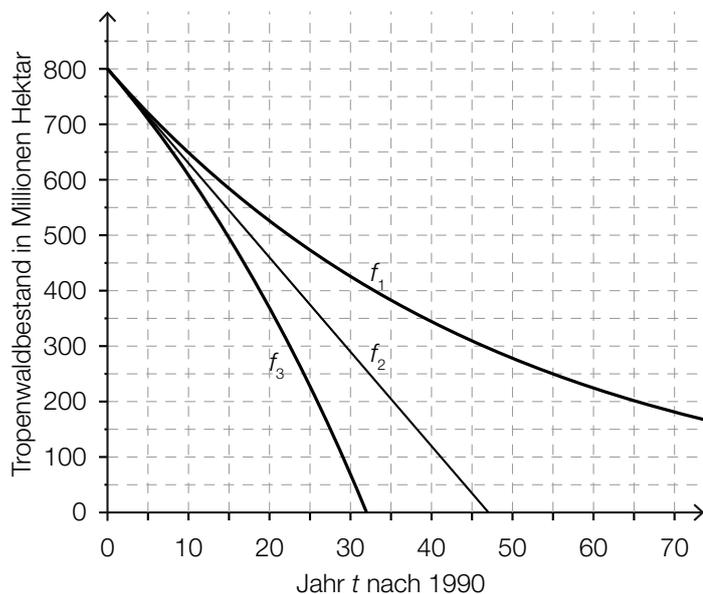
Nach Szenario 1 wird der Tropenwaldbestand nach ca. 98 Jahren auf weniger als 100 Millionen Hektar gesunken sein.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Funktionsgleichung. Äquivalente Funktionsgleichungen sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei die Einheit „Jahre“ nicht angegeben sein muss.
Toleranzintervall: [93 Jahre; 104 Jahre]
Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.

b) Lösungserwartung:

$$f_2(t) = -17 \cdot t + 800 \quad (\text{bzw. } f_2(t) = -17\,000\,000 \cdot t + 800\,000\,000)$$



Entsprechend diesem Modell würde der Tropenwald im Laufe des Jahres 2037 verschwinden.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine korrekte Funktionsgleichung.
- Ein Punkt für die Angabe einer korrekten Jahreszahl sowie eines korrekten Graphen, wobei dieser als Gerade erkennbar sein muss, die durch (0|800) verläuft und deren Schnittpunkt mit der Zeitachse im Toleranzintervall [45; 50] liegt.
Toleranzintervall für das gesuchte Jahr: [2035; 2040]

c) Lösungserwartung:

$t_1 \approx 15$ (also im Jahr 2005)

$$\int_0^{t_1} f_3'(t) dt \approx -300 \text{ (bzw. } -300\,000\,000)$$

In den 15 Jahren nach 1990 wurden ca. 300 Millionen Hektar Tropenwald gerodet.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für die richtige Lösung.
Toleranzintervall: [14; 16] bzw. [2004; 2006]
- Ein Punkt für die richtige Lösung, wobei auch der Betrag der Lösung als richtig zu werten ist, sowie für eine (sinngemäß) korrekte Interpretation.
Toleranzintervall: [-350; -250] (bzw. [-350 000 000; -250 000 000])

d) Lösungserwartung:

Eine Übereinstimmung ist am ehesten mit dem Szenario 3 festzustellen, da dieses Modell ebenso von einer jährlich zunehmenden Abholzungsrate ausgeht.

Das Modell von Meadows sagt für diesen Zeitraum eine deutlich größere Änderung der Abholzungsrate voraus.

Mögliche Begründung:

Der Betrag der Steigung der Funktion f_3' ist im Zeitraum 2000 bis 2012 deutlich größer als 0,2101.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Begründung.
- Ein Punkt für eine richtige Entscheidung und eine korrekte Begründung.

Aufgabe 4

Buccolam

a) Lösungserwartung:

$$V(D) = 0,2 \cdot D$$

Zwischen dem Alter (in Jahren) der Patientin/des Patienten und der zu verabreichenden Midazolam-Dosis besteht kein linearer Zusammenhang.

Mögliche Begründung:

Bei einem linearen Zusammenhang würden z. B. 3-jährige Kinder eine niedrigere Dosis als 4-jährige Kinder erhalten. Laut Tabelle ist dies nicht der Fall.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für eine korrekte Gleichung. Äquivalente Gleichungen sind als richtig zu werten.
- Ein Punkt für eine richtige Entscheidung und eine korrekte Begründung. Andere korrekte Begründungen (z. B. mithilfe einer Skizze oder mit einem Hinweis auf das Vorliegen einer un stetigen Funktion) sind ebenfalls als richtig zu werten.

b) Lösungserwartung:

Da bei 22 von 440 Kindern die Nebenwirkung „Übelkeit und Erbrechen“ auftrat, beträgt die relative Häufigkeit $\frac{22}{440} = 0,05$.

Wegen $0,01 \leq 0,05 < 0,1$ würde sich für die Nebenwirkung „Übelkeit und Erbrechen“ die Klassifizierung „häufig“ ergeben.

Mögliche Vorgehensweise:

$$\mu = 4,4 \quad \sigma \approx 2,09 \Rightarrow [\mu - \sigma; \mu + \sigma] \approx [2,31; 6,49]$$

Die Nebenwirkung „Hautausschlag“ muss demnach bei mindestens drei und darf bei höchstens sechs Kindern der erwähnten Studie auftreten.

Lösungsschlüssel:

- Ein Ausgleichspunkt für eine korrekte Klassifizierung.
- Ein Punkt für die richtige Lösung.

c) Lösungserwartung:

$$n = 440, h = 0,7$$

$$0,7 \pm 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,7 \cdot 0,3}{440}} \approx 0,7 \pm 0,04 \Rightarrow [0,66; 0,74]$$

Die Werte $n_1 < 400$ und $\gamma_1 = 0,99$ würden zu einem wesentlich breiteren Konfidenzintervall führen und können daher nicht die Grundlage zur Berechnung gewesen sein.

Lösungsschlüssel:

- Ein Punkt für ein korrektes Intervall. Andere Schreibweisen des Ergebnisses (als Bruch oder in Prozent) sind ebenfalls als richtig zu werten.
 - Toleranzintervall für den unteren Wert: [0,65; 0,66]
 - Toleranzintervall für den oberen Wert: [0,74; 0,75]
- Die Aufgabe ist auch dann als richtig gelöst zu werten, wenn bei korrektem Ansatz das Ergebnis aufgrund eines Rechenfehlers nicht richtig ist.
- Ein Punkt für eine (sinngemäß) korrekte Begründung.