Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

20. September 2016

Angewandte Mathematik

Teil A + Teil B (Cluster 6)

Korrekturheft

BMB
Bundesministerium
für Bildung

Bundes institut
bifie

Korrektur- und Beurteilungsanleitung zur standardisierten schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik

(Detaillierte Informationen dazu finden Sie für den BHS-Bereich im Erlass mit der Geschäftszahl BMBF-17.100/0006-II/2015 des Bundesministeriums für Bildung und Frauen.)

Kompetenzbereiche

Im Beurteilungsmodell für die Angewandte Mathematik wird zwischen zwei Kompetenzbereichen unterschieden:

- *Kompetenzbereich A* (**KA**) umfasst die unabhängig[1] erreichbaren Punkte der Komplexitätsstufen 1 und 2 aus dem Kompetenzstufenraster.
- *Kompetenzbereich B* (**KB**) umfasst die abhängig erreichbaren Punkte und die Punkte der Komplexitätsstufen 3 und 4 aus dem Kompetenzstufenraster.

Die Summe der unabhängig erreichbaren Punkte aus den Komplexitätsstufen 1 und 2 (**KA**) stellt die „wesentlichen Bereiche" eines Klausurheftes dar.

Beurteilung

Als Hilfsmittel für die Beurteilung wird ein auf ein Punktesystem basierender Beurteilungsschlüssel angegeben. Je nach gewichteter Schwierigkeit der vergebenen Punkte in den „wesentlichen Bereichen" wird festgelegt, ab wann die „wesentlichen Bereiche überwiegend" (Genügend) erfüllt sind, d. h., gemäß einem Punkteschema müssen Punkte aus dem Kompetenzbereich A unter Einbeziehung von Punkten aus dem Kompetenzbereich B in ausreichender Anzahl abhängig von der Zusammenstellung der Klausurhefte gelöst werden. Darauf aufbauend wird die für die übrigen Notenstufen zu erreichende Punktezahl festgelegt.

Nach der Punkteermittlung soll die Arbeit der Kandidatin / des Kandidaten nochmals ganzheitlich qualitativ betrachtet werden. Unter Zuhilfenahme des Punkteschemas und der ganzheitlichen Betrachtung ist von der Prüferin / vom Prüfer ein verbal begründeter Beurteilungsvorschlag zu erstellen, wobei die Ergebnisse der Kompetenzbereiche A und B in der Argumentation zu verwenden sind.

Beurteilungsschlüssel für die vorliegende Klausur:

43–48 Punkte	Sehr gut
37–42 Punkte	Gut
31–36 Punkte	Befriedigend
22–30 Punkte	Genügend
0–21 Punkte	Nicht genügend

[1] Unabhängige Punkte sind solche, für die keine mathematische Vorleistung erbracht werden muss. Als mathematische Vorleistung gilt z. B. das Aufstellen einer Gleichung (unabhängiger Punkt) mit anschließender Berechnung (abhängiger Punkt).

Handreichung zur Korrektur der standardisierten schriftlichen Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik

1. In der Lösungserwartung ist nur **ein möglicher** Lösungsweg angegeben. Andere richtige Lösungswege sind als gleichwertig anzusehen.

2. Der Lösungsschlüssel ist **verbindlich** anzuwenden unter Beachtung folgender Vorgangsweisen:

   a. Punkte sind nur zu vergeben, wenn die abgefragte Handlungskompetenz in der Bearbeitung vollständig erfüllt ist.

   b. Berechnungen ohne nachvollziehbaren Rechenansatz bzw. ohne nachvollziehbare Dokumentation des Technologieeinsatzes (verwendete Ausgangsparameter und die verwendete Technologiefunktion müssen angegeben sein) sind mit null Punkten zu bewerten.

   c. Werden zu einer Teilaufgabe mehrere Lösungen bzw. Lösungswege von der Kandidatin / vom Kandidaten angeboten und nicht alle diese Lösungen bzw. Lösungswege sind korrekt, so ist diese Teilaufgabe mit null Punkten zu bewerten.

   d. Bei abhängiger Punktevergabe gilt das Prinzip des Folgefehlers. Das heißt zum **Beispiel**: Wird von der Kandidatin / vom Kandidaten zu einem Kontext ein falsches Modell aufgestellt, mit diesem Modell aber eine richtige Berechnung durchgeführt, so ist der Berechnungspunkt zu vergeben, wenn das falsch aufgestellte Modell die Berechnung nicht vereinfacht.

   e. Werden von der Kandidatin / vom Kandidaten kombinierte Handlungsanweisungen in einem Lösungsschritt erbracht, so sind alle Punkte zu vergeben, auch wenn der Lösungsschlüssel Einzelschritte vorgibt.

   f. Abschreibfehler, die aufgrund der Dokumentation der Kandidatin / des Kandidaten als solche identifizierbar sind, sind ohne Punkteabzug zu bewerten, wenn sie zu keiner Vereinfachung der Aufgabenstellung führen.

   g. Rundungsfehler können vernachlässigt werden, wenn die Rundung nicht explizit eingefordert ist.

   h. Jedes Diagramm bzw. jede Skizze, die Lösung einer Handlungsanweisung ist, muss eine qualitative Achsenbeschriftung enthalten, andernfalls ist dies mit null Punkten zu bewerten.

   i. Die Angabe von Einheiten kann bei der Punktevergabe vernachlässigt werden, sofern sie im Lösungsschlüssel nicht explizit eingefordert wird.

3. Sind Sie sich als Korrektor/in über die Punktevergabe nicht schlüssig, können Sie eine Korrekturanfrage an das BIFIE (via Telefon-Hotline oder Online-Helpdesk) stellen.

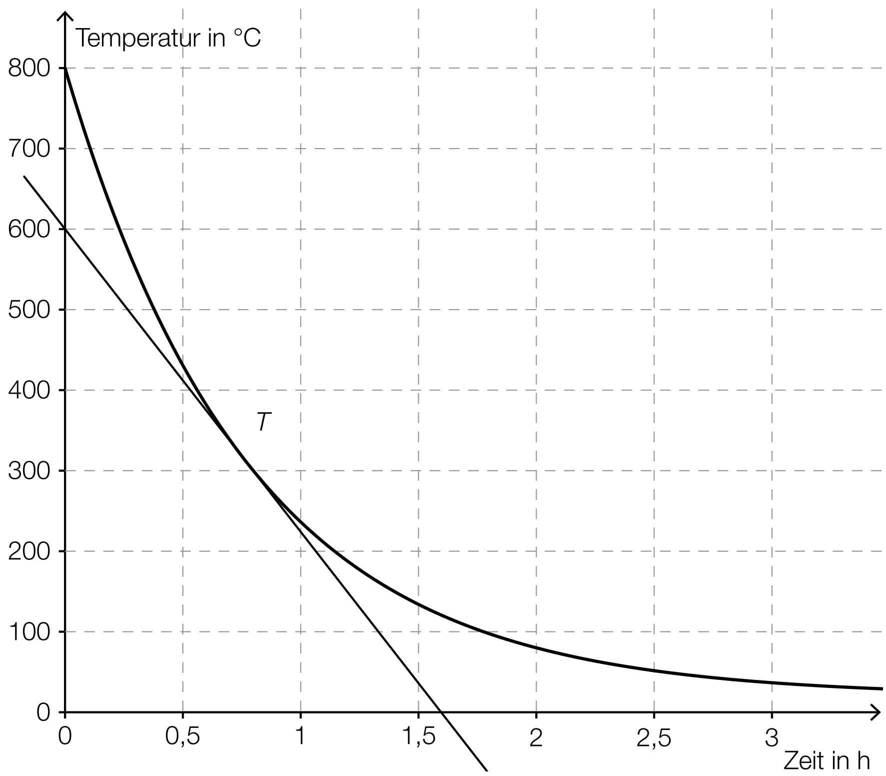
Aufgabe 1

Brennofen

Möglicher Lösungsweg

a) $80 = 20 + 780 \cdot e^{-k \cdot 2}$
Lösung mittels Technologieeinsatz: $k = \frac{1}{2} \cdot \ln(13) = 1{,}2824...$
$T(5) = 21{,}2... \approx 21$
Die Temperatur des Kruges beträgt 5 Stunden nach der Entnahme aus dem Brennofen rund 21 °C.

b)



Damit berechnet man die mittlere Änderungsrate der Temperatur im Zeitintervall [1; 3].

c) Die Kettenregel wurde nicht angewendet.
oder:
Die innere Ableitung wurde nicht berücksichtigt.

Lösungsschlüssel

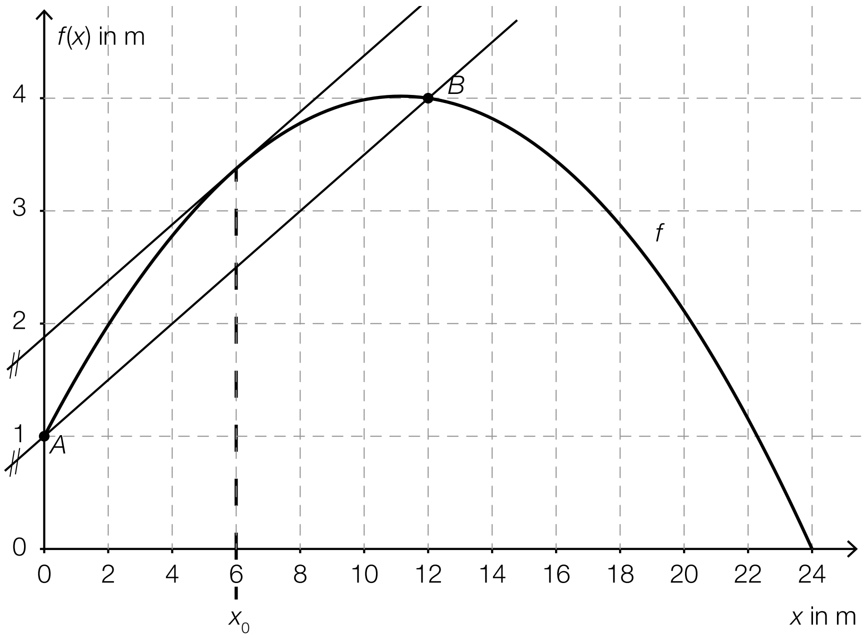
a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Temperatur (KA)
b) 1 × A: für das richtige Skizzieren der Tangente (KA)
1 × C: für die richtige Beschreibung im gegebenen Sachzusammenhang (KA)
c) 1 × C: für das richtige Angeben der Ableitungsregel oder die richtige Beschreibung (KA)

Aufgabe 2

Baseball

Möglicher Lösungsweg

a) Steigung k der Geraden durch die Punkte A und B:
$k = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
Steigungswinkel α:
$\alpha = \arctan(k) = 14{,}036\ldots° \approx 14{,}04°$



b) $K(x) = 6{,}4 \cdot x + 570$

$K(75) = 6{,}4 \cdot 75 + 570 = 1\,050$
$\frac{1\,050}{75} = 14$

Die T-Shirts können ab einem Verkaufspreis von € 14 pro Stück ohne Verlust verkauft werden.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung des Steigungswinkels (KA)
1 × A: für das richtige Veranschaulichen (KB)
b) 1 × A: für das richtige Aufstellen der linearen Kostenfunktion K (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Verkaufspreises pro Stück (KB)

Aufgabe 3

Riesen-Pizza

Möglicher Lösungsweg

a) Spannweite: 3 Inch

Sowohl der falsche als auch der korrekte Wert liegen zwischen dem Minimum und dem ersten Quartil. Daher verändert dieser Fehler weder das Minimum noch das erste Quartil und beeinflusst den Boxplot nicht.

b) Flächeninhalt eines Kreises mit Durchmesser d: $A_d = \frac{d^2}{4} \cdot \pi$
Flächeninhalt eines Kreises mit Durchmesser $2d$: $A_{2d} = \frac{4d^2}{4} \cdot \pi = d^2 \cdot \pi = 4 \cdot A_d$

Ein Nachweis mit konkreten Zahlenwerten für die Durchmesser ist nicht ausreichend.

c) $P'(d) = 0{,}0006 \cdot d - 0{,}015$
$P'(d) = 0 \;\Rightarrow\; d = 25$

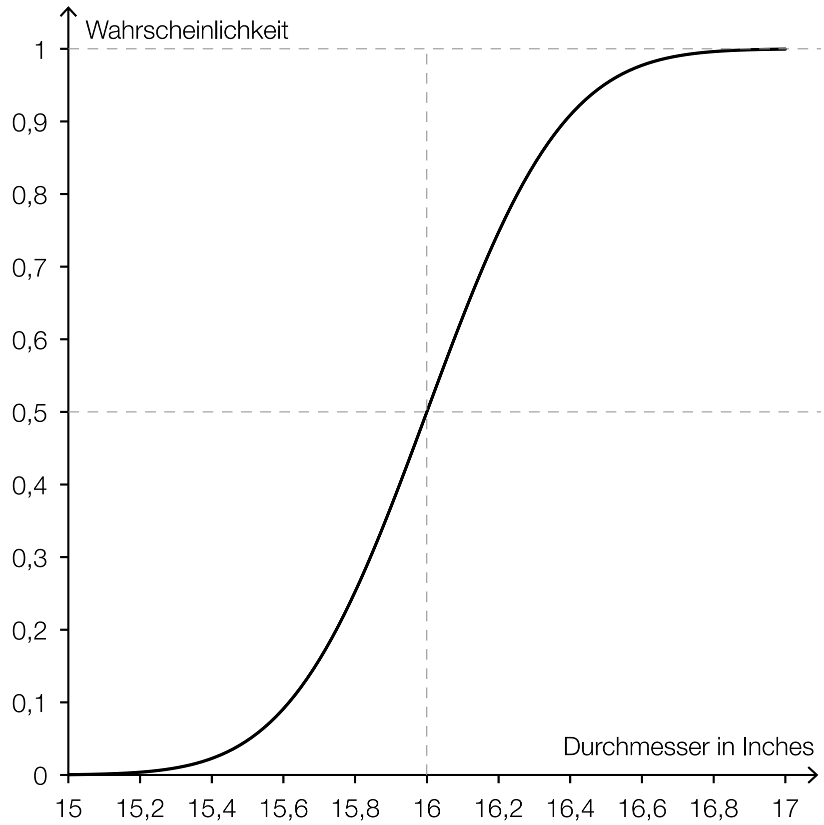
Die Pizza mit dem geringsten Preis pro Flächeneinheit hat einen Durchmesser von 25 Inch.

$P(25) = 0{,}0744$
$P(25) \cdot \left(\frac{25}{2}\right)^2 \cdot \pi = 36{,}521\ldots$

Gemäß diesem Modell kostet diese Pizza 36,52 US-Dollar.

d) Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 16{,}2) = 0{,}2524\ldots$

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza einen Durchmesser von mindestens 16,2 Inch hat, beträgt rund 25,2 %.



Lösungsschlüssel

a) 1 × C: für das richtige Ablesen der Spannweite (KA)
1 × D: für die richtige Erklärung (KA)

b) 1 × D: für den richtigen allgemeinen Nachweis (Ein Nachweis mit konkreten Zahlenwerten für die Durchmesser ist nicht ausreichend.) (KA)

c) 1 × B1: für die richtige Bestimmung der Extremstelle (Der Nachweis, dass es sich bei der Extremstelle um eine Minimumstelle handelt, ist nicht erforderlich.) (KA)
1 × B2: für die richtige Berechnung des Preises der Pizza (KB)

d) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)
1 × A: für das richtige Skizzieren des Graphen der Verteilungsfunktion (charakteristischer Funktionsverlauf und Funktionswert an der Stelle μ richtig eingezeichnet) (KA)

Aufgabe 4

Teilchenbeschleuniger

Möglicher Lösungsweg

a) $u = \frac{3 \cdot 10^8}{a \cdot 10^3}$

b) Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass bei 500 Kollisionen genau 2 Teilchen dieses Typs entstehen.

$1\,000 \cdot 0{,}034 = 34$

Bei 1 000 Kollisionen entstehen im Mittel 34 Teilchen dieses Typs.

c) $\frac{100}{0{,}01} = \frac{d}{10^{-14}} \Rightarrow d = 10^{-10}$

Der Durchmesser des Atoms beträgt 10^{-10} m.

Das Verhältnis der Durchmesser beträgt $1 : 10^4$.
Bei der Berechnung des Volumens tritt die dritte Potenz des Durchmessers auf. Das Verhältnis der Volumina beträgt daher $1 : 10^{12}$. 0,01 % entsprechen dem Verhältnis $1 : 10^4$.

oder:

rechnerisch:

$$\frac{V_{\text{Atomkern}}}{V_{\text{Atom}}} = \frac{\frac{\pi}{6} \cdot (10^{-14})^3}{\frac{\pi}{6} \cdot (10^{-10})^3} = 10^{-12}$$

Das Verhältnis der Volumina beträgt daher $1 : 10^{12}$. 0,01 % entsprechen dem Verhältnis $1 : 10^4$.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KB)
b) 1 × C: für die richtige Beschreibung des Ereignisses (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung des Erwartungswertes (KA)
c) 1 × B: für die richtige Berechnung des Durchmessers (KA)
1 × D: für die richtige Begründung (Auch eine Begründung durch Nachrechnen ist als richtig zu werten.) (KB)

Aufgabe 5

Marathon

Möglicher Lösungsweg

a) Gesamtdauer in Sekunden:
$2 \cdot 3\,600 + 15 \cdot 60 + 25 = 8\,125$
$\frac{8\,125\text{ s}}{42{,}195\text{ km}} = 192{,}55\ldots\ \frac{\text{s}}{\text{km}} \;\Rightarrow\;$ 3 Minuten 12,55… Sekunden ≈ 3:13
Ihre mittlere Pace beträgt 3:13.

b) $\frac{42{,}195\text{ km}}{12\text{ km/h}} - \frac{42{,}195\text{ km}}{14\text{ km/h}} = 0{,}50\ldots\text{ h} \approx 0{,}5\text{ h}$
Max muss im Ziel rund eine halbe Stunde auf Franz warten.

c) $k = \frac{-2{,}5\text{ km/h}}{2{,}5\text{ h}} = -1\text{ km/h}^2$

Das Angeben der Einheit der Steigung ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.

b ist die Laufzeit für die gesamte Marathonstrecke in Stunden.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der mittleren Pace in der beschriebenen Schreibweise (KA)
b) 1 × A: für einen richtigen Ansatz (KA)
1 × B: für die richtige Berechnung der Wartezeit (KB)
c) 1 × C1: für das richtige Ermitteln der Steigung (Das Angeben der Einheit der Steigung ist für die Punktevergabe nicht erforderlich.) (KA)
1 × C2: für die richtige Interpretation von b im gegebenen Sachzusammenhang unter Angabe der Einheit (KB)

Aufgabe 6 (Teil B)

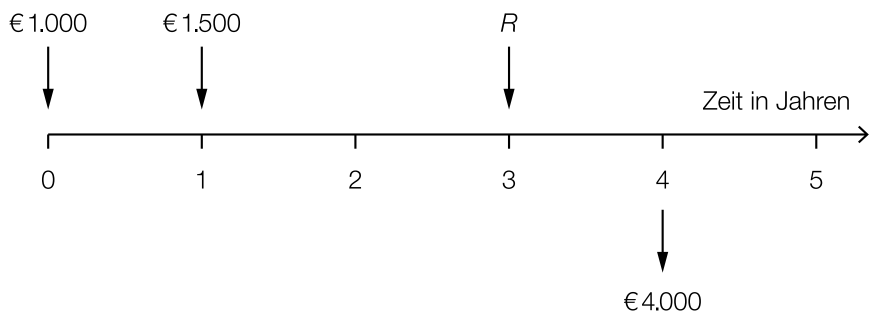
Ansparpläne

Möglicher Lösungsweg

a) $E = B \cdot (1 + i)^n$

$i = \sqrt[n]{\frac{E}{B}} - 1$

b)



Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn der angesparte Betrag (€ 4.000) auf der Zeitachse nicht angegeben ist.

Der Restbetrag muss kleiner als € 1.500 sein, da die Einzahlungen verzinst werden.

Eine Begründung nur durch die nachstehende Rechnung ist nicht ausreichend.

$1\,000 \cdot 1{,}03^4 + 1\,500 \cdot 1{,}03^3 + R \cdot 1{,}03 = 4\,000$

$R = \frac{4\,000 - 1\,000 \cdot 1{,}03^4 - 1\,500 \cdot 1{,}03^3}{1{,}03} = 1\,199{,}418\ldots$

Als Restbetrag müssen € 1.199,42 eingezahlt werden.

c) € 5.000 werden 5 Perioden lang mit einem Zinssatz von 3,5 % pro Periode veranlagt. Nach 3 Perioden kommen noch € 1.000 dazu. Nach 5 Perioden beträgt der angesparte Geldbetrag € 7.009,66.

Wurden konkrete Perioden (z. B. Jahre) bei der Beschreibung verwendet, ist der Punkt zu vergeben.

d) ohne Verzinsung:

$\frac{6\,000}{24} = 250$

Ohne Verzinsung beträgt die Ratenhöhe € 250.

mit Verzinsung:

$4\,000 \cdot 1{,}0025^{24} + R \cdot \frac{1{,}0025^{24} - 1}{0{,}0025} = 10\,000$

$R = (10\,000 - 4\,000 \cdot 1{,}0025^{24}) \cdot \frac{0{,}0025}{1{,}0025^{24} - 1} = 232{,}887\ldots$

Mit Verzinsung beträgt die Ratenhöhe € 232,89.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Formel (KA)
   1 × B: für das richtige Umformen der Formel nach der Variablen *i* (KB)
b) 1 × A: für das richtige Darstellen auf einer Zeitachse (Der Punkt ist auch zu vergeben, wenn der angesparte Betrag (€ 4.000) auf der Zeitachse nicht angegeben ist.) (KA)
   1 × D: für eine richtige Erklärung zur Höhe des Restbetrags (KB)
   1 × B: für die richtige Berechnung des Restbetrags (KB)
c) 1 × C: für eine richtige Beschreibung (Wurden konkrete Perioden (z. B. Jahre) bei der Beschreibung verwendet, ist der Punkt zu vergeben.) (KA)
d) 1 × B1: für das richtige Ermitteln der Ratenhöhe ohne Verzinsung (KA)
   1 × B2: für das richtige Ermitteln der Ratenhöhe mit Verzinsung (KB)

Aufgabe 7 (Teil B)

Kreativ-Workshop

Möglicher Lösungsweg

a) $p(x) = k \cdot x + d$

x … Nachfragemenge
$p(x)$ … Preis bei der Nachfrage x in € pro Kind

$23 = k \cdot 1\,050 + d$
$27 = k \cdot 990 + d$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$k = -\frac{1}{15}, \quad d = 93$
$p(x) = -\frac{1}{15} \cdot x + 93$

b) $p(200) = -0{,}5 \cdot 200 + 220 = 120$

Der Preis, bei dem 200 teilnehmende Personen zu erwarten sind, beträgt € 120 pro Person.

Der Höchstpreis beträgt € 220 pro Person.

$p(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{220}{0{,}5} = 440$

Die Sättigungsmenge liegt bei 440 Personen.

c) $G(x) = E(x) - K(x) = 129 \cdot x - (0{,}01 \cdot x^2 + 35 \cdot x + 4\,800) = -0{,}01 \cdot x^2 + 94 \cdot x - 4\,800$

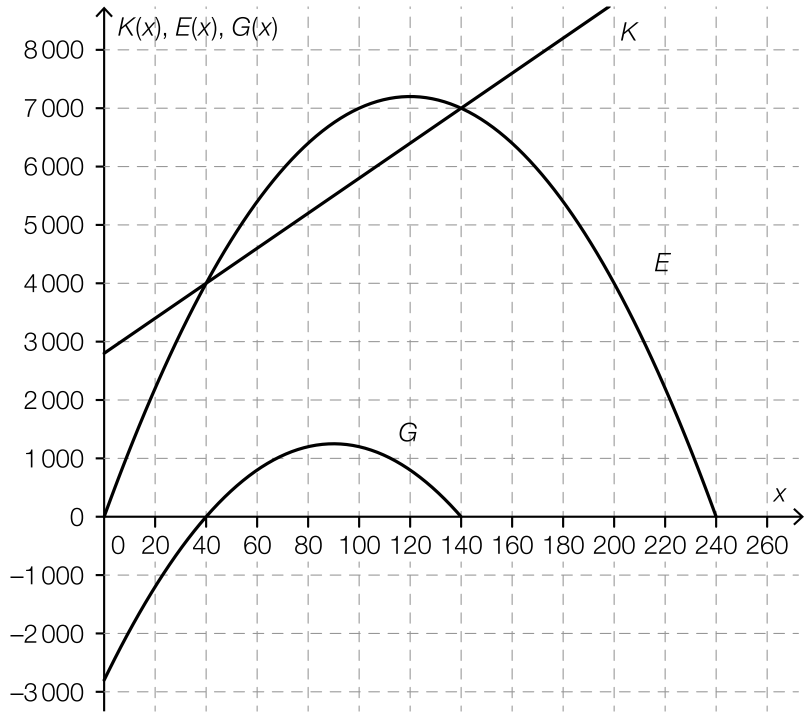
x … Anzahl der teilnehmenden Personen
$G(x)$ … Gewinn bei x Personen in €

$G(x) = 0$

Lösung mittels Technologieeinsatz:
$x = 51{,}3\ldots$

Ab 52 teilnehmenden Personen wird Gewinn erzielt.

d) Wird von einem quadratischen Term ein linearer Term abgezogen, so ist das Ergebnis wieder ein quadratischer Term.



Die untere Gewinngrenze wird höher und die obere Gewinngrenze niedriger.

oder:

Der Gewinnbereich wird schmäler.

Lösungsschlüssel

a) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Funktionsgleichung der Preisfunktion der Nachfrage (KA)

b) 1 × B1: für die richtige Berechnung des Preises pro Person, bei dem 200 teilnehmende Personen zu erwarten sind (KA)

1 × C: für das richtige Angeben des Höchstpreises (KA)

1 × B2: für die richtige Berechnung der Sättigungsmenge (KA)

c) 1 × A: für das richtige Aufstellen der Gewinnfunktion (KA)

1 × B: für die richtige Berechnung der Teilnehmerzahl, bei der der Break-even-Point erreicht wird (KB)

d) 1 × D: für die richtige mathematische Erklärung (KB)

1 × A: für das richtige Einzeichnen des Funktionsgraphen (Graph einer quadratischen Funktion mit richtigem Ordinatenabschnitt und richtigen Nullstellen) (KA)

1 × C: für die richtige Beschreibung (KB)

Aufgabe 8 (Teil B)

Blutgruppen

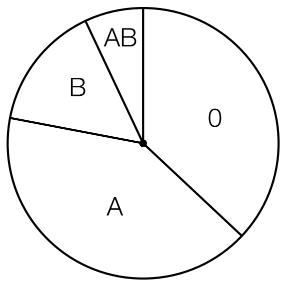
Möglicher Lösungsweg

a) Blutgruppe 0: $\frac{37}{100} \cdot 360° = 133{,}2°$

Blutgruppe A: $\frac{41}{100} \cdot 360° = 147{,}6°$

Blutgruppe B: $\frac{15}{100} \cdot 360° = 54°$

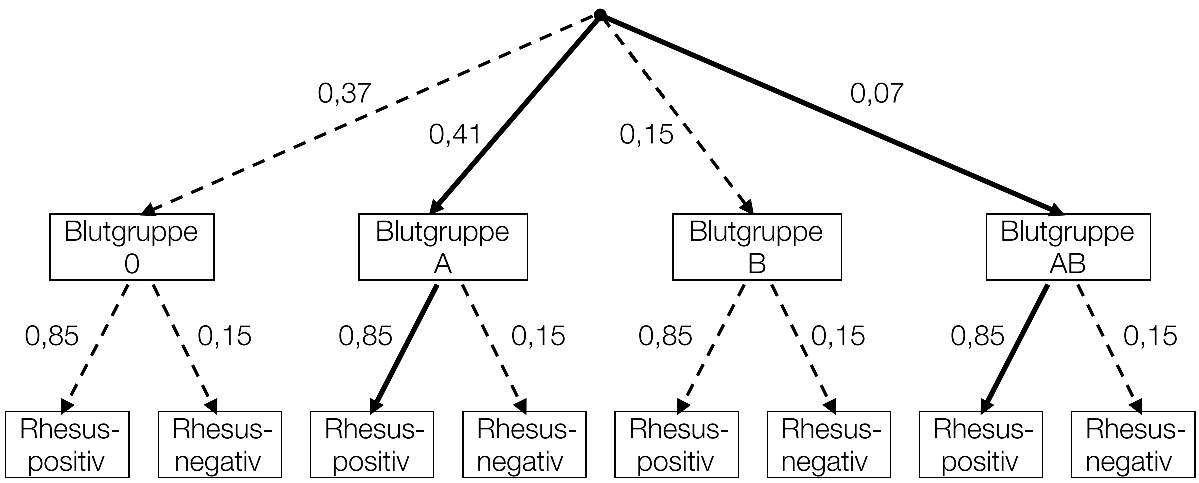
Blutgruppe AB: $360° - 133{,}2° - 147{,}6° - 54° = 25{,}2°$



b) X … Anzahl der Personen mit Blutgruppe 0
Binomialverteilung: $n = 25$, $p = 0{,}37$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:
$P(X \geq 9) = 1 - P(X \leq 8) = 0{,}61524\ldots \approx 61{,}52\ \%$

c)



P(„Blutgruppe B Rhesus-negativ“) $= 0{,}15 \cdot 0{,}15 = 0{,}0225 = 2{,}25\ \%$

Es wird das Ereignis beschrieben, dass eine (zufällig ausgewählte) Person Blutgruppe A oder AB hat und Rhesus-positiv ist.

Lösungsschlüssel

a) 1 × B: für die richtige Berechnung der Winkel der jeweiligen Sektoren (KA)
   1 × A: für das richtige Veranschaulichen im Kreisdiagramm (KB)

b) 1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KA)

c) 1 × A: für das richtige Vervollständigen des Baumdiagramms (KA)
   1 × B: für die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeit (KB)
   1 × C: für eine richtige Beschreibung (KB)