

Name:	
Klasse/Jahrgang:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

11. Mai 2015

Angewandte Mathematik

Teil A



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil A) enthält fünf Aufgaben mit unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar.

Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie auf der ersten Seite des Aufgabenheftes Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes Antwortblatt Ihren Schülercode. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung eines durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheftes und elektronischer Hilfsmittel (grafikfähige Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikation nach außen getragen werden kann und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Farbenfrohe Gummibären

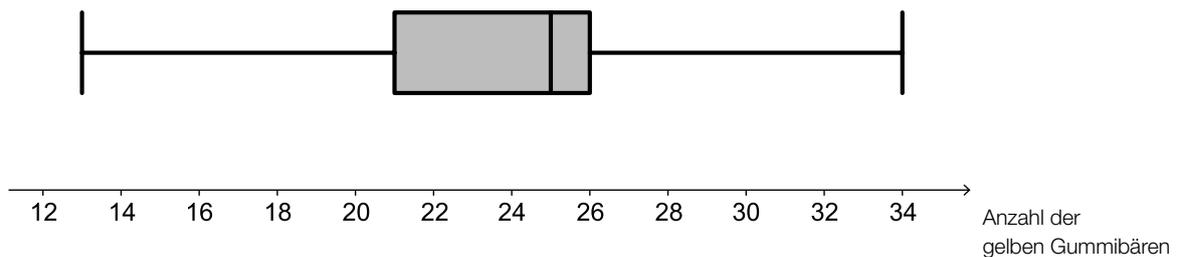
Gummibären werden in 5 unterschiedlichen Farben bzw. 6 unterschiedlichen Geschmacksrichtungen hergestellt: rot (Himbeere und Erdbeere), gelb (Zitrone), grün (Apfel), orange (Orange) und weiß (Ananas).

- a) Die nachstehende Tabelle enthält eine Auflistung, wie viele weiße Gummibären in den untersuchten Packungen waren.

Anzahl weißer Gummibären	17	20	21	22	24
Anzahl der Packungen	2	3	3	1	4

- Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Anzahlen weißer Gummibären pro Packung.
[1 Punkt]

- b) Mehrere Packungen wurden hinsichtlich der Anzahl der gelben Gummibären pro Packung untersucht. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist im nachstehenden Boxplot dargestellt.

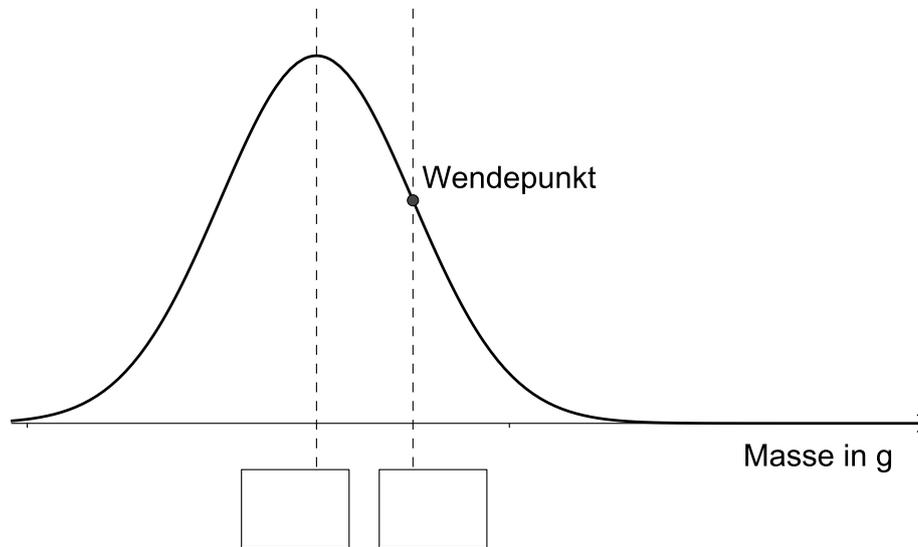


Eine der untersuchten Packungen wird zufällig ausgewählt. Sie gehört zu jenem Viertel aller untersuchten Packungen, in dem die meisten gelben Gummibären zu finden waren.

- Lesen Sie aus dem Boxplot ab, in welchem Bereich die Anzahl der gelben Gummibären in der ausgewählten Packung liegen muss. *[1 Punkt]*
- c) In einer Packung sind alle Geschmacksrichtungen in gleichen Anteilen zu finden.
- Berechnen Sie, wie viel Prozent der Gummibären in dieser Packung die Farbe Rot haben.
[1 Punkt]

d) Die Masse von Gummibären ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 2,3$ g und der Standardabweichung $\sigma = 0,1$ g. Der Graph der Wahrscheinlichkeitsdichte ist in der unten stehenden Abbildung dargestellt.

– Tragen Sie die fehlenden Beschriftungen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. [1 Punkt]



Gummibären, die zu leicht oder zu schwer sind, werden aussortiert. Abweichungen von bis zu $\pm 0,25$ g vom Erwartungswert werden toleriert.

– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein zufällig ausgewählter Gummibär aussortiert wird. [1 Punkt]

Aufgabe 2

Ganzkörperhyperthermie

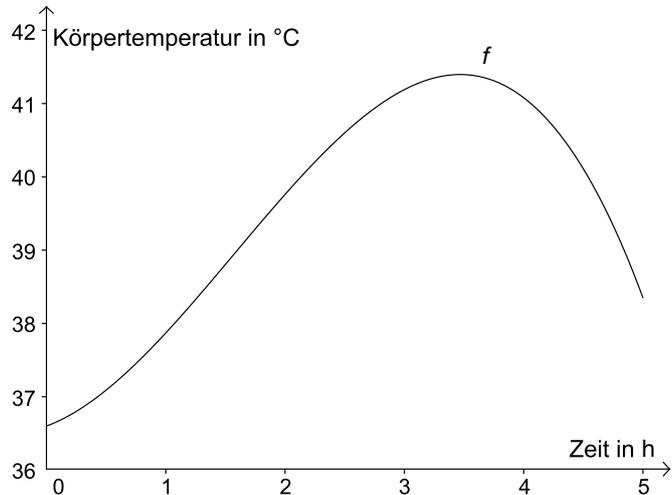
Bei einem Therapieverfahren wird die Körpertemperatur bewusst stark erhöht (künstliches Fieber). Die nebenstehende Grafik dokumentiert näherungsweise den Verlauf des künstlichen Fiebers bei einer solchen Behandlung.

Die Funktion f beschreibt den Zusammenhang zwischen Zeit und Körpertemperatur:

$$f(t) = -0,18 \cdot t^3 + 0,85 \cdot t^2 + 0,6 \cdot t + 36,6$$

t ... Zeit in Stunden (h) mit $0 \leq t \leq 5$

$f(t)$... Körpertemperatur zur Zeit t in °C



- Berechnen Sie denjenigen Zeitpunkt, zu dem die Körpertemperatur 37 °C beträgt. [1 Punkt]
- Dokumentieren Sie, wie die maximale Körpertemperatur im angegebenen Zeitintervall mithilfe der Differenzialrechnung berechnet werden kann. [1 Punkt]
– Begründen Sie, warum der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades höchstens 2 Extrempunkte haben kann. [1 Punkt]
- Berechnen Sie den Zeitpunkt der maximalen Temperaturzunahme. [2 Punkte]
- Die mittlere Körpertemperatur \bar{f} während der 5 Stunden andauernden Behandlung soll ermittelt werden.

Die mittlere Körpertemperatur in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ ist:

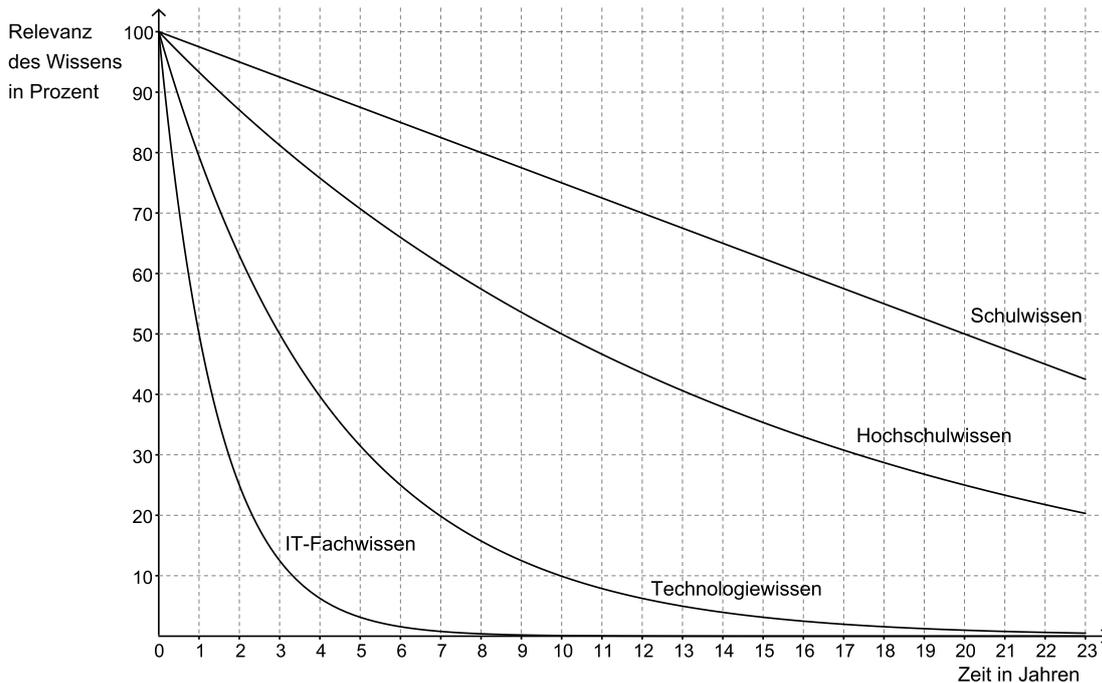
$$\bar{f} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

- Berechnen Sie die mittlere Körpertemperatur \bar{f} im Intervall $[0; 5]$. [1 Punkt]

Aufgabe 3

Halbwertszeit des Wissens

Das zu einem bestimmten Zeitpunkt erworbene Wissen verliert im Laufe der Zeit aufgrund gesellschaftlicher Veränderungen, technologischer Neuerungen etc. an Aktualität und Gültigkeit („Relevanz“). Die nachstehende Abbildung beschreibt die Abnahme der Relevanz des Wissens in verschiedenen Fachbereichen. Für jedes Jahr wird angegeben, wie viel Prozent des ursprünglichen Wissens noch relevant sind.



- a) Man geht davon aus, dass die Relevanz des beruflichen Fachwissens exponentiell abfällt und eine Halbwertszeit von 5 Jahren hat.
- Zeichnen Sie in die Abbildung der Angabe den Verlauf der Relevanz des beruflichen Fachwissens im Intervall $[0; 15]$ ein. [1 Punkt]
- b) Die Relevanz von Technologiewissen nimmt mit einer Halbwertszeit von 3 Jahren exponentiell ab.
- Stellen Sie diejenige Exponentialfunktion auf, die die Relevanz des Technologiewissens in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. [1 Punkt]
 - Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Relevanz des Technologiewissens auf 1 % der anfänglichen Relevanz abgesunken ist. [1 Punkt]
- c) Die Relevanz des Hochschulwissens lässt sich durch folgende Funktion N beschreiben:
- $$N(t) = 100 \cdot e^{-0,0693 \cdot t}$$
- t ... Zeit in Jahren
 $N(t)$... Relevanz des Hochschulwissens zur Zeit t in % des anfänglichen Hochschulwissens
- Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Relevanz des Hochschulwissens nach 7 Jahren bereits abgenommen hat. [1 Punkt]

d) Die Relevanz des Schulwissens kann in den ersten Jahrzehnten durch eine lineare Funktion beschrieben werden.

– Lesen Sie aus der Abbildung in der Angabe die Steigung dieser linearen Funktion ab. *[1 Punkt]*

Aufgabe 4

Gold

Das Edelmetall Gold gilt als besonders wertvoll, weil es selten vorkommt, leicht zu Schmuck verarbeitet werden kann und sehr beständig ist.

- a) Der *World Gold Council*, eine globale Lobby-Organisation der Goldminenindustrie, schätzt die bis zum Jahr 2012 weltweit geförderte Goldmenge auf rund $1,713 \cdot 10^8$ Kilogramm (kg). Gold hat eine Dichte von 19,3 Gramm pro Kubikzentimeter (g/cm^3). Die Masse ist das Produkt von Volumen und Dichte.

Stellen Sie sich vor, dass die gesamte weltweit geförderte Goldmenge in einen Würfel gegossen wird.

– Berechnen Sie die Kantenlänge dieses Würfels in Metern. [1 Punkt]

- b) Gold kommt in der Natur auch in der Form von Nuggets (Goldklumpen) vor. Es wird in der Einheit *Feinunze* (oz) gehandelt, die einer Masse von 31,1035 Gramm (g) reinen Goldes entspricht.

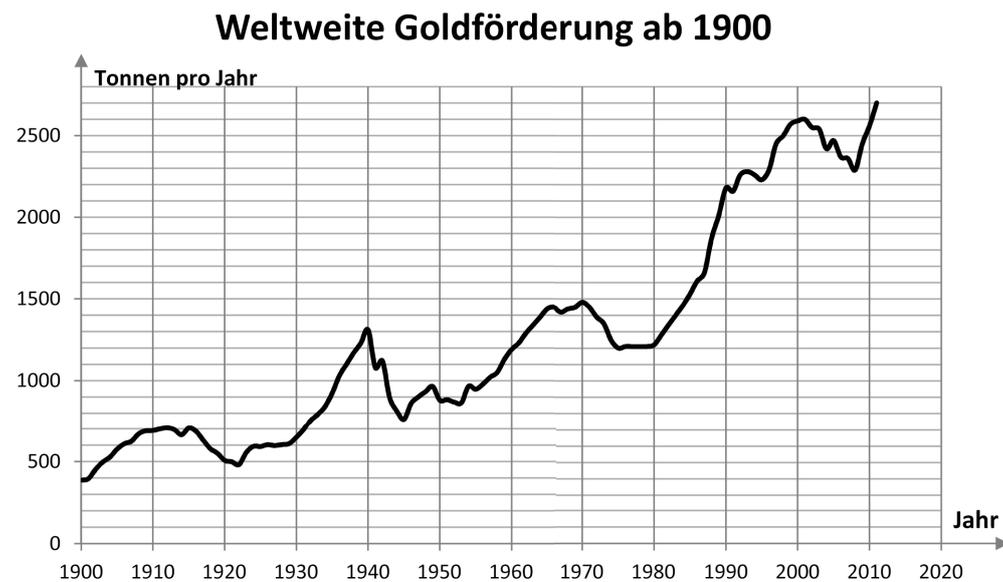
Gesucht ist der Wert W eines Nuggets in Euro, wenn folgende Größen bekannt sind:

m ... Masse des Nuggets in Gramm (g)

p ... Preis in Euro für eine Feinunze Gold

– Erstellen Sie eine Formel für W . [1 Punkt]

- c) Die nachstehende Grafik zeigt die weltweite jährliche Förderung von Gold ab dem Jahr 1900 in Tonnen.



Quelle: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Goldfoerderung.png> [29.08.2013] (adaptiert)

– Lesen Sie aus der obigen Grafik ab, in welchem Jahrzehnt die weltweite Förderung absolut am stärksten gestiegen ist. [1 Punkt]

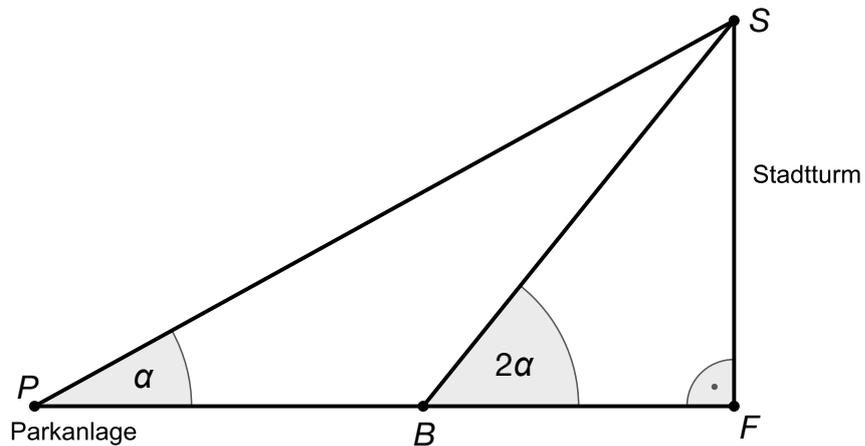
d) In einer Zeitung wird folgende Analyse veröffentlicht: „Der Wert der Ein-Unzen-Krugerrand-Goldmünze ist im Jahr 2010 um 20 % gestiegen. Im Jahr 2011 stieg der Wert nochmals um 10 %. Also ist der Wert der Münze in diesen beiden Jahren insgesamt um 30 % gestiegen.“

– Begründen Sie, warum diese Aussage über die Wertentwicklung nicht richtig ist. *[1 Punkt]*

Aufgabe 5

Stadtturm

- a) Von einer neuen Parkanlage sieht man die Spitze des 51 m hohen Stadtturms unter dem Höhenwinkel $\alpha = 38,2^\circ$.



- Berechnen Sie, um wie viel Meter man sich dem Stadtturm entlang der Strecke \overline{PF} nähern muss, damit dieser unter dem doppelten Höhenwinkel zu sehen ist (siehe oben stehende Skizze). [2 Punkte]
- b) Der Stadtturm mit einer Höhe h wirft zu einem bestimmten Zeitpunkt einen Schatten der Länge b .
- Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Höhenwinkels, unter dem die Sonne zu diesem Zeitpunkt in dieser Stadt erscheint, auf. [1 Punkt]
- c) Der 51 m hohe Stadtturm hat die Form eines Quaders mit quadratischer Grundfläche; die Seitenlänge dieses Quadrats beträgt 4 m. Zwei gegenüberliegende Seitenwände des Stadtturms sollen mit Glasplatten verkleidet werden. Pro Quadratmeter beträgt die Masse der verwendeten Glasplatten 30 Kilogramm.
- Dokumentieren Sie, wie Sie die Gesamtmasse der Glasverkleidung in Tonnen berechnen können. [1 Punkt]

Name:	
Klasse/Jahrgang:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reife- und Diplomprüfung

BHS

11. Mai 2015

Angewandte Mathematik

Teil B (Cluster 8)



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Das vorliegende Aufgabenheft (Teil B) enthält drei Aufgaben mit unterschiedlich vielen Teilaufgaben. Die Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen insgesamt 270 Minuten an reiner Arbeitszeit für Teil A und Teil B zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich das Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Antwortblätter. Schreiben Sie auf der ersten Seite des Aufgabenheftes Ihren Namen in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes Antwortblatt Ihren Schülercode. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch.

Die Verwendung eines durch die Schulbuchaktion approbierten Formelheftes und elektronischer Hilfsmittel (grafikfähige Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) ist erlaubt, sofern keine Kommunikation nach außen getragen werden kann und keine Eigendaten in die elektronischen Hilfsmittel implementiert sind. Handbücher zu den elektronischen Hilfsmitteln sind in der Original-Druckversion oder in im elektronischen Hilfsmittel integrierter Form zulässig.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Antwortblätter.

Es gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

43–48 Punkte	Sehr gut
37–42 Punkte	Gut
31–36 Punkte	Befriedigend
21–30 Punkte	Genügend
0–20 Punkte	Nicht genügend

Viel Erfolg!

Aufgabe 6

Kredit für einen Wohnungskauf

Frau Simon möchte eine Wohnung kaufen. Sie benötigt dazu einen Kredit und holt deswegen bei Banken verschiedene Angebote ein.

- a) Bank A bietet Frau Simon einen Kredit zu einem Zinssatz von 3 % p. a. an. Die monatlichen Raten sind nach Auszahlung der Kreditsumme von € 120.000 jeweils am Ende jedes Monats fällig. Die Kreditlaufzeit beträgt 20 Jahre. (Spesen und Gebühren werden nicht berücksichtigt.)

- Ermitteln Sie den für die Berechnung notwendigen Monatszinssatz. [1 Punkt]
- Berechnen Sie die Höhe der Monatsraten. [1 Punkt]

- b) Bank B bietet Frau Simon einen Kredit über € 120.000 an, der in 15 Jahren durch nachschüssige Quartalsraten in Höhe von je € 2.650 zu tilgen ist. Eine Bearbeitungsgebühr von 2 % der Kreditsumme wird bei Auszahlung des Kredits von der Kreditsumme abgezogen. (Weitere Spesen und Gebühren sind in den Raten berücksichtigt.)

- Berechnen Sie die jährliche Effektivverzinsung dieses Kredits. [2 Punkte]

- c) Bank C bietet Frau Simon einen Kredit über € 120.000 an, den sie in nachschüssigen Quartalsraten mit dem Zinssatz 1 % p. q. zurückzahlen soll. Die Bank legt ihr den folgenden Tilgungsplan vor:

Quartal	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				€ 120.000,00
1	€ 1.200,00	€ 986,26	€ 2.186,26	€ 119.013,74

- Dokumentieren Sie, wie der Zinssatz 1 % p. q. aus dem Tilgungsplan ermittelt werden kann. [1 Punkt]

- Berechnen Sie die Laufzeit des Kredits. [1 Punkt]

- Erklären Sie den Zusammenhang zwischen Zinsanteil, Tilgungsanteil und Annuität. [1 Punkt]

- d) Die jährliche Annuität A eines Kredits kann mittels verschiedener Formeln berechnet werden.

Eine Formel lautet: $A = K_0 \cdot \frac{i \cdot q^n}{q^n - 1}$

Eine andere Formel lautet: $A = K_0 \cdot \frac{i}{1 - q^{-n}}$

K_0 ... Kreditsumme

i ... jährlicher Zinssatz

n ... Laufzeit in Jahren

- Geben Sie an, was q in diesem Sachzusammenhang bedeutet. [1 Punkt]

- Zeigen Sie, dass diese beiden Formeln gleichwertig sind. [1 Punkt]

Aufgabe 7

E-Reader

Ein Unternehmen bringt einen neuen E-Reader auf den Markt. Die nachstehende Tabelle beschreibt die Entwicklung der Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader in einer bestimmten Region.

Zeit in Wochen	Anzahl der insgesamt (von Anfang an) verkauften E-Reader
1	179
2	364
3	674
4	981
5	1310
6	1700
7	2055
8	2280
9	2470
10	2500
11	2540
12	2545

a) Betrachtet man nur die 5 Zahlenpaare im Zeitintervall [3; 7], so zeigt sich ein annähernd linearer Verlauf.

- Ermitteln Sie die Regressionsgerade für das Zeitintervall [3; 7]. [1 Punkt]
- Interpretieren Sie die Steigung dieser Regressionsgeraden im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

b) Betrachtet man nur die ersten 3 Zahlenpaare, so zeigt sich ein annähernd exponentieller Verlauf. Dieser kann durch

$$V_1(t) = 93,7 \cdot 1,94^t$$

oder durch

$$V_2(t) = 93,7 \cdot e^{0,662688 \cdot t}$$

dargestellt werden.

t ... Zeit in Wochen

$V_1(t)$, $V_2(t)$... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

- Erklären Sie, warum beide Funktionen V_1 und V_2 annähernd denselben Wachstumsverlauf beschreiben. [1 Punkt]
- Berechnen Sie die Verdoppelungszeit in diesem exponentiellen Wachstumsmodell. [1 Punkt]

- c) Betrachtet man alle 12 Zahlenpaare, so lässt sich die Entwicklung der Anzahl der insgesamt verkauften E-Reader näherungsweise durch eine logistische Funktion V beschreiben:

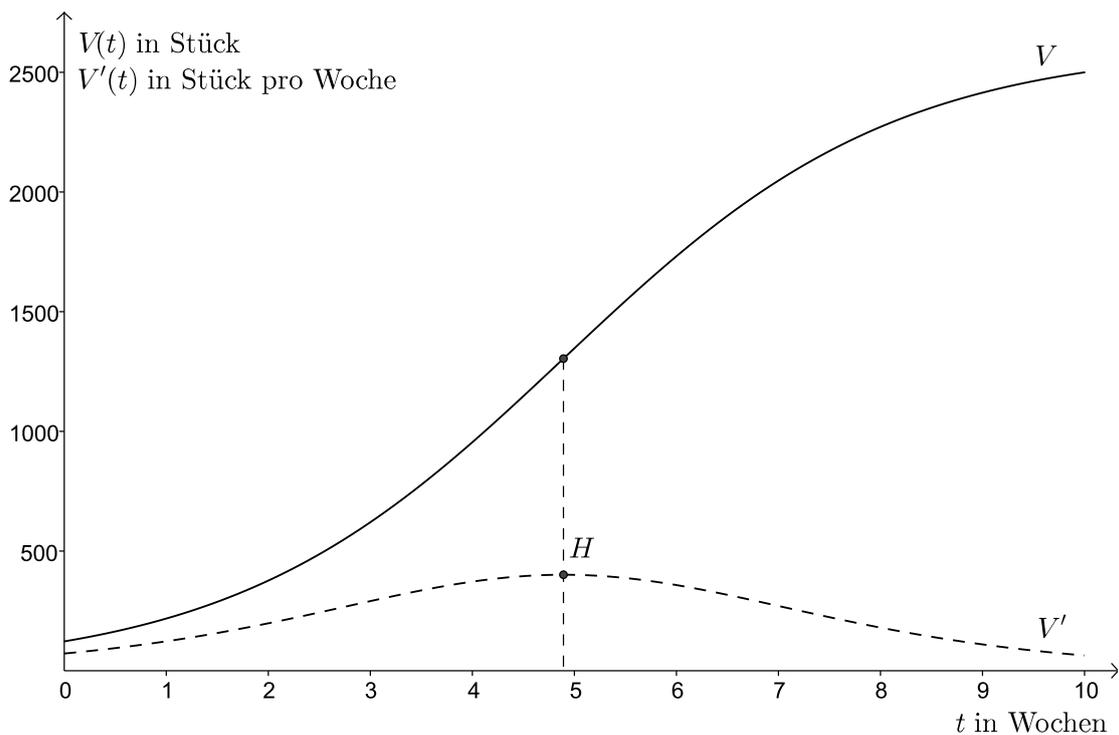
$$V(t) = \frac{2608}{1 + 20,28 \cdot e^{-0,6151 \cdot t}}$$

t ... Zeit in Wochen

$V(t)$... Anzahl der bis zur Zeit t insgesamt verkauften E-Reader

- Begründen Sie anhand der gegebenen Funktion, warum die Funktionswerte sich mit wachsendem t dem maximalen Wert 2608 annähern. [1 Punkt]
- Berechnen Sie, um wie viel der logistische Funktionswert $V(8)$ vom gegebenen Tabellenwert bei 8 Wochen abweicht. [1 Punkt]

In der nachstehenden Grafik sind die logistische Funktion V sowie deren Ableitungsfunktion V' grafisch dargestellt.

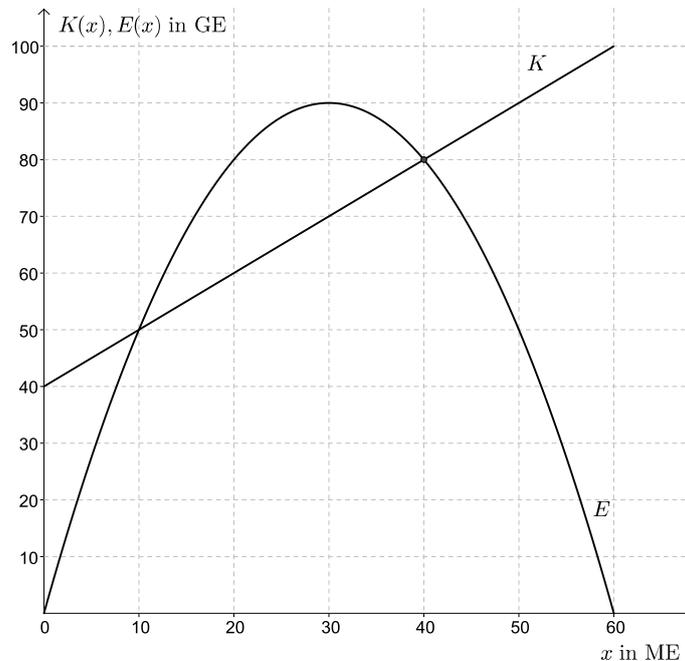


- Interpretieren Sie die Bedeutung der Koordinaten des Hochpunktes H der Ableitungsfunktion V' im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

Aufgabe 8

Papierproduzent

Ein Papierproduzent stellt als Monopolist hochwertiges Urkundenpapier her. Die Kostenfunktion K für die Herstellung und die Erlösfunktion E für den Absatz dieses Produkts sind in der nachstehenden Grafik dargestellt.



- a) – Stellen Sie die Funktionsgleichung dieser Kostenfunktion K auf. [1 Punkt]
– Argumentieren Sie, welches Vorzeichen der Koeffizient a dieser Erlösfunktion E mit $E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ haben muss. [1 Punkt]
- b) Der Zusammenhang zwischen dem Preis und der nachgefragten Menge lässt sich durch folgende Preisfunktion der Nachfrage p_N beschreiben:
- $$p_N(x) = -0,1 \cdot x + 6$$
- x ... Anzahl der nachgefragten Mengeneinheiten (ME)
 $p_N(x)$... Preis in Geldeinheiten pro Mengeneinheit (GE/ME) bei der Nachfrage von x ME
- Der Papierproduzent überlegt, den Preis von 5 GE/ME auf 4 GE/ME zu senken. Die Kostenrechnungsabteilung behauptet: „Die Bogenelastizität der Nachfrage für diese Preissenkung beträgt -5 .“
- Überprüfen Sie rechnerisch die Richtigkeit dieser Behauptung. [1 Punkt]
– Stellen Sie eine Funktionsgleichung für die Punktelastizität der Nachfrage auf. [1 Punkt]
- c) Das Verhalten der Erlösfunktion soll für die nachgefragte Menge 40 ME untersucht werden.
- Zeichnen Sie in der obigen Grafik die Tangente an den Graphen der Erlösfunktion E an der Stelle $x = 40$ ein. [1 Punkt]
– Lesen Sie die Steigung dieser Tangente ab. [1 Punkt]
– Interpretieren Sie die Steigung dieser Tangente im Sachzusammenhang. [1 Punkt]

- d) Für die Stelle des Gewinnmaximums gilt, dass die Grenzkosten gleich dem Grenzerlös sind.
– Begründen Sie diese Aussage. [1 Punkt]

