

Name:

Klasse:



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. Jänner 2015

Mathematik

Teil-1-Aufgaben



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *120 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

Alle Antworten müssen in das Aufgabenheft geschrieben werden. In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet. Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

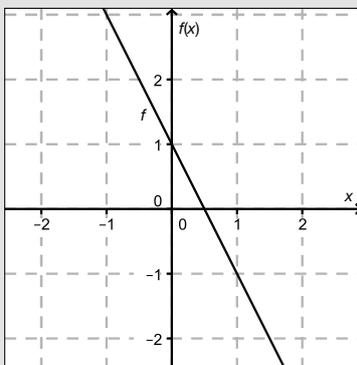
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung _____^①_____ wird als Zusammenzählung oder _____^②_____ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Zahlen den Zahlenmengen zuordnen

Gegeben sind Aussagen zu Zahlen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Zahl $-\frac{1}{3}$ liegt in \mathbb{Z} , aber nicht in \mathbb{N} .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $\sqrt{-4}$ liegt in \mathbb{C} .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $0,\dot{9}$ liegt in \mathbb{Q} und in \mathbb{R} .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl π liegt in \mathbb{R} .	<input type="checkbox"/>
Die Zahl $-\sqrt{7}$ liegt nicht in \mathbb{R} .	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

Praxisgemeinschaft

In einer Gemeinschaftspraxis teilen sich sechs Therapeutinnen und Therapeuten die anfallende Monatsmiete zu gleichen Teilen auf.

Am Ende des Jahres verlassen Mitglieder die Praxisgemeinschaft. Daher muss der Mietanteil für die Verbleibenden um jeweils € 20 erhöht werden und beträgt ab dem neuen Jahr nun monatlich € 60.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie anhand des gegebenen Textes eine Gleichung auf, mit der die Anzahl derjenigen Mitglieder, die die Praxisgemeinschaft verlassen, berechnet werden kann!

Bezeichnen Sie dabei die Anzahl derjenigen Mitglieder, die die Praxisgemeinschaft verlassen, mit der Variablen x !

Aufgabe 3

Quadratische Gleichung mit genau zwei Lösungen

Gegeben ist die folgende quadratische Gleichung in der Unbekannten x über der Grundmenge \mathbb{R} :

$$x^2 + 10x + q = 0 \text{ mit } q \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, für welche Werte für $q \in \mathbb{R}$ die Gleichung genau zwei Lösungen besitzt!

Aufgabe 4

Lineares Gleichungssystem

Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem über der Grundmenge $G = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$:

$$\text{I: } 2x + y = 6$$

$$\text{II: } 3x - y = -3$$

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems über der Grundmenge G an!

Aufgabe 5

Normalvektoren

Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Aufgabenstellung:

Welche(r) der unten stehenden Vektoren steht/stehen normal auf den Vektor \vec{a} ?
Kreuzen Sie den/die zutreffende(n) Vektor(en) an!

$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>
$\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 6

Geradengleichung

Gegeben ist eine Gerade g mit der Gleichung $2 \cdot x - 5 \cdot y = -6$.

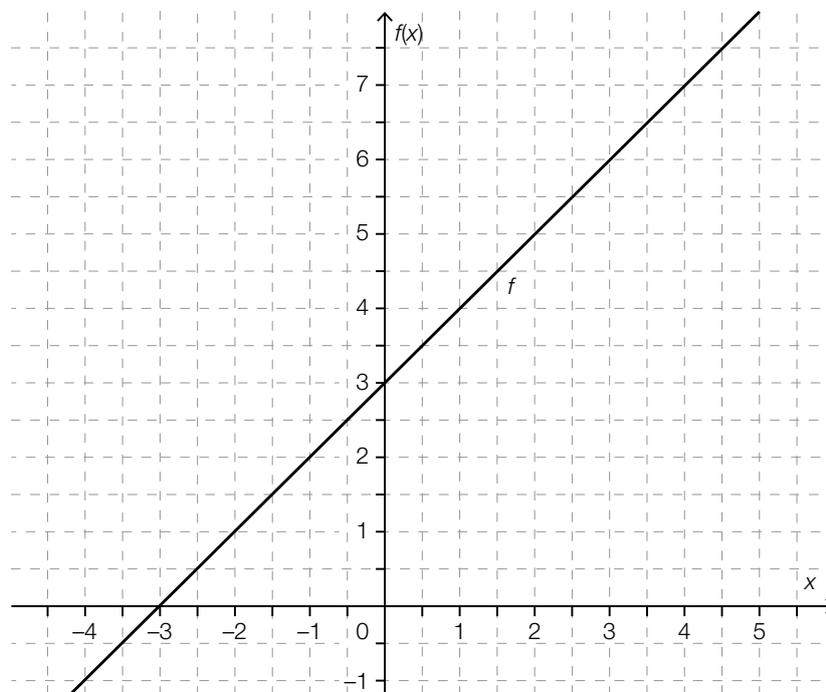
Aufgabenstellung:

Geben Sie die Gleichung der Geraden h an, die durch den Punkt $(0|0)$ geht und zur Geraden g parallel ist!

Aufgabe 7

Schnittpunkt zweier Funktionsgraphen

Gegeben sind der Graph einer Funktion f und die Funktion g mit der Gleichung $g(x) = -x + 5$.



Aufgabenstellung:

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der Graphen der Funktionen f und g !

Aufgabe 8

Wasserkosten

Die monatlichen Wasserkosten eines Haushalts bei einem Verbrauch von $x \text{ m}^3$ Wasser können durch eine Funktion K mit der Gleichung $K(x) = a + b \cdot x$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

Erklären Sie, welche Bedeutung die Parameter a und b in diesem Zusammenhang haben!

Aufgabe 9

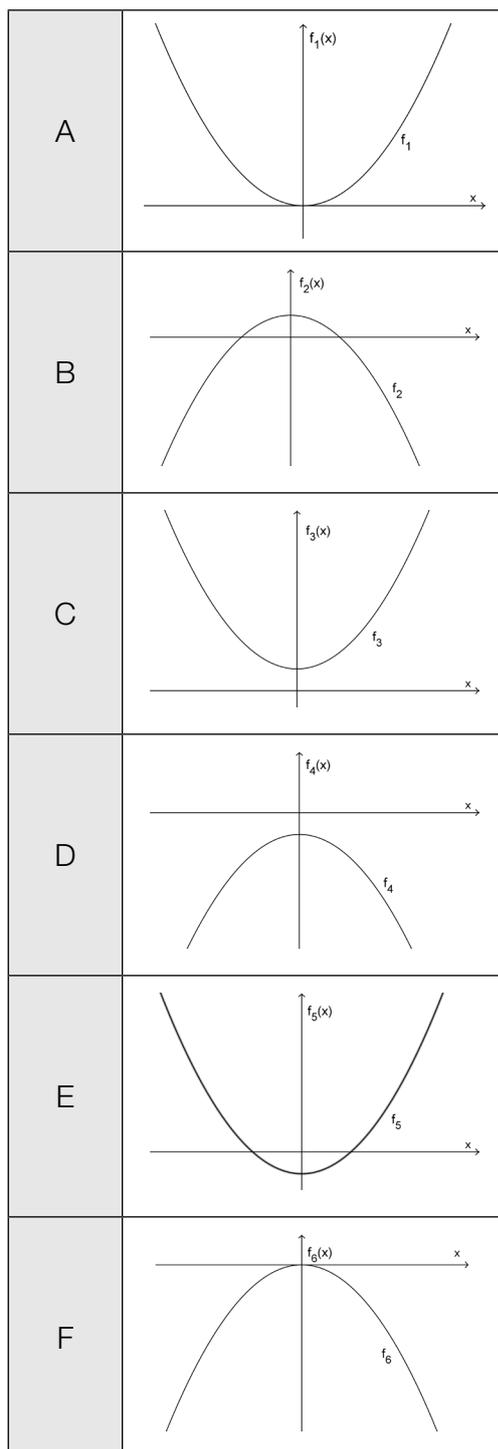
Parabeln zuordnen

Gegeben sind die Graphen von sechs Funktionen f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 und f_6 mit der Gleichung $f_i(x) = ax^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ (i von 1 bis 6).

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den folgenden Eigenschaften jeweils den entsprechenden Graphen der dargestellten Funktionen zu!

$a < 0$ und $b < 0$	
$a < 0$ und $b > 0$	
$a > 0$ und $b < 0$	
$a > 0$ und $b > 0$	



Aufgabe 10

Symmetrische Polynomfunktion

Der Graph einer zur senkrechten Achse symmetrischen Polynomfunktion f besitzt den lokalen Tiefpunkt $T = (3|-2)$.

Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum die Polynomfunktion f mindestens 4. Grades sein muss!

Aufgabe 11

Exponentialfunktion

Von einer Exponentialfunktion f mit der Gleichung $f(x) = 25 \cdot b^x$ ($b \in \mathbb{R}^+$; $b \neq 0$; $b \neq 1$) ist folgende Eigenschaft bekannt:

Wenn x um 1 erhöht wird, sinkt der Funktionswert auf 25 % des Ausgangswertes.

Aufgabenstellung:

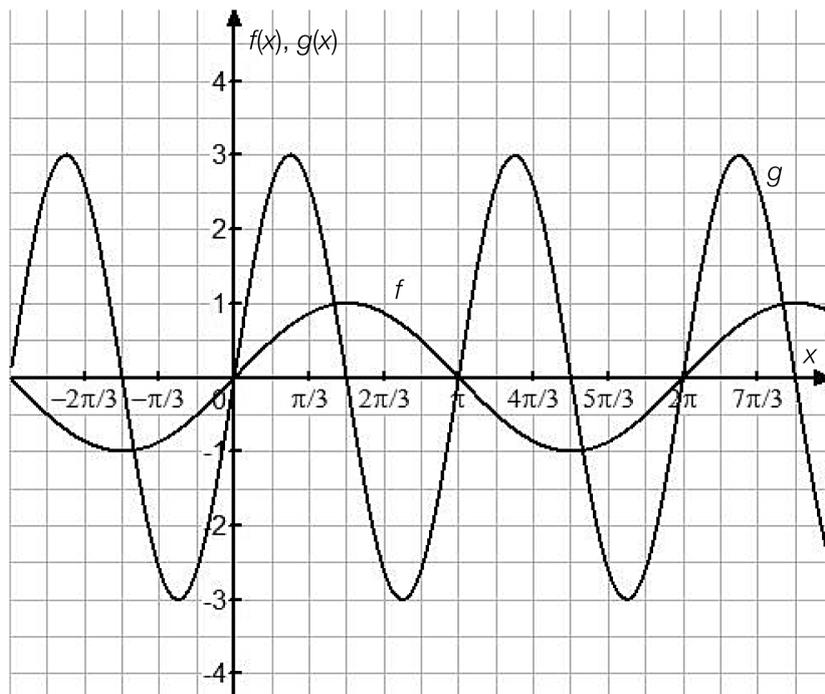
Geben Sie den Wert des Parameters b an!

$b =$ _____

Aufgabe 12

Parameter der Schwingungsfunktionen

Die unten stehende Abbildung zeigt die Graphen von zwei Funktionen f und g , deren Gleichungen den Funktionsterm $a \cdot \sin(b \cdot x)$ haben ($a, b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$). Dabei wird a als Amplitude und b als Kreisfrequenz bezeichnet.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die Amplitude von g ist dreimal so groß wie die Amplitude von f .	<input type="checkbox"/>
Würde man die Kreisfrequenz von f verdreifachen, so wäre der neue Graph mit jenem von g deckungsgleich.	<input type="checkbox"/>
Die Kreisfrequenz von f beträgt 1.	<input type="checkbox"/>
Die Kreisfrequenz von g ist doppelt so groß wie die Kreisfrequenz von f .	<input type="checkbox"/>
Eine Veränderung des Parameters a bewirkt eine Verschiebung des Graphen der Funktion in senkrechter Richtung.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 13

Elektrische Spannung

Die Funktion U beschreibt die elektrische Spannung während eines physikalischen Experiments in Abhängigkeit von der Zeit t ($U(t)$ in Volt, t in Sekunden).

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den Wert des Terms $\frac{U(t_2) - U(t_1)}{U(t_1)}$ in diesem Zusammenhang!

Aufgabe 14

Freier Fall

Der Weg, den ein Stein im freien Fall zurücklegt, kann näherungsweise durch den funktionalen Zusammenhang $s(t) = 5 \cdot t^2$ beschrieben werden. Dabei wird die Fallzeit t in Sekunden und der in dieser Zeit zurückgelegte Weg $s(t)$ in Metern gemessen.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s), die der Stein nach einer Fallzeit von $t = 2$ Sekunden hat!

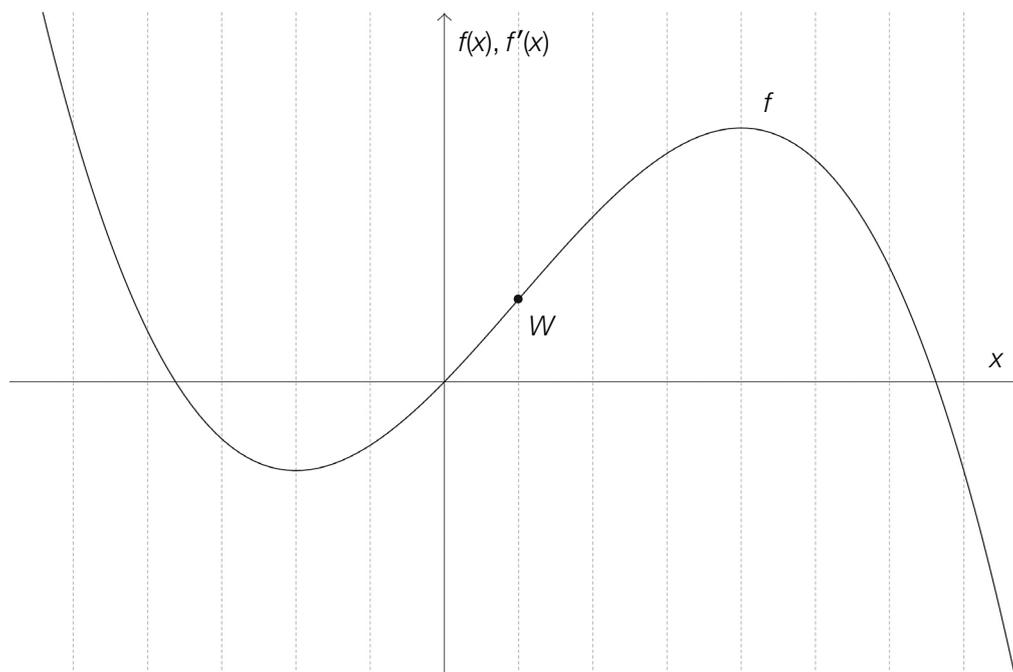
Aufgabe 15

Graph einer Ableitungsfunktion

Die unten stehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f dritten Grades, die den Wendepunkt W besitzt.

Aufgabenstellung:

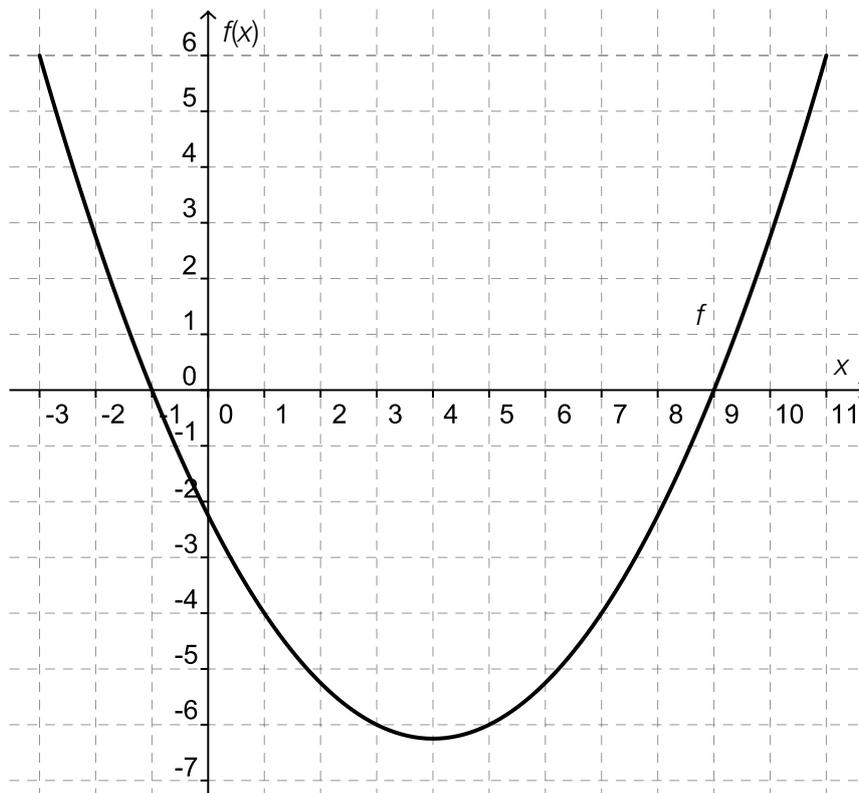
Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion f' in das Koordinatensystem!



Aufgabe 16

Negative erste Ableitung

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer Funktion f im Intervall $[-3; 11]$ dargestellt. An der Stelle $x = 4$ hat die Funktion ein lokales Minimum.



Aufgabenstellung:

Geben Sie das Intervall I für diejenigen Stellen $x \in [-3; 11]$ an, für die gilt: $f'(x) < 0$!

$I =$ _____

Aufgabe 17

Funktionsgleichungen

Gegeben ist die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 3x^2 + 2$.

Aufgabenstellung:

Geben Sie die Funktionsgleichungen von zwei verschiedenen Funktionen F_1 und F_2 an, deren Ableitungsfunktion die Funktion f ist!

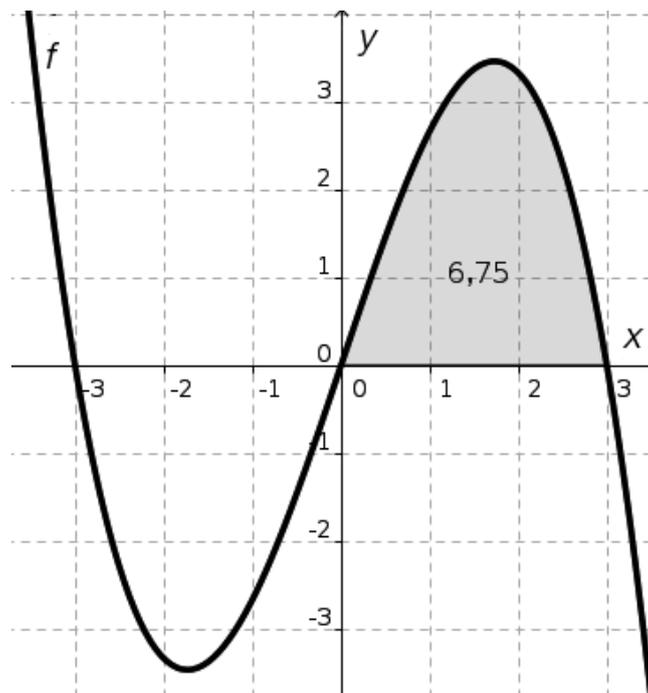
$$F_1(x) = \underline{\hspace{15em}}$$

$$F_2(x) = \underline{\hspace{15em}}$$

Aufgabe 18

Integral

In der nachstehenden Abbildung ist der Graph einer punktsymmetrischen Funktion f (das bedeutet: $f(-x) = -f(x)$) dargestellt. Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x -Achse im Intervall $[0; 3]$ ist grau unterlegt. Ihre Maßzahl beträgt 6,75.



Aufgabenstellung:

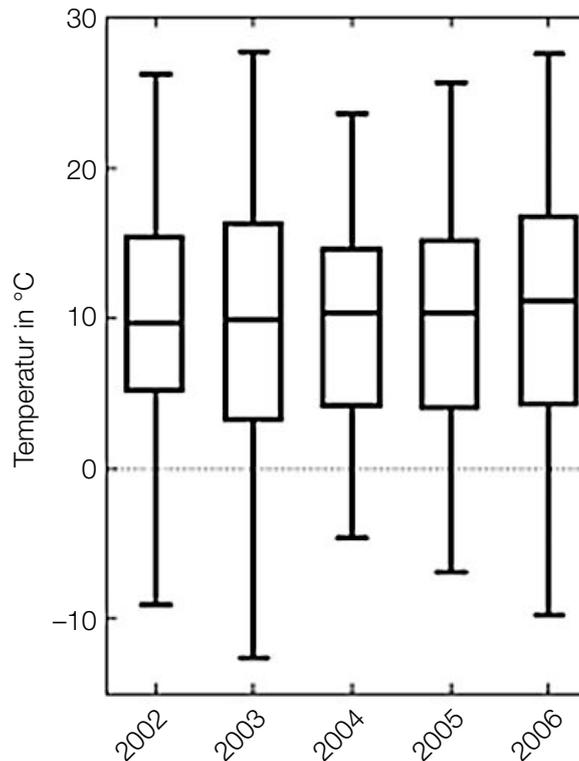
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$\int_0^3 f(x)dx = 6,75$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-3}^3 f(x)dx = 13,5$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-3}^3 f(x)dx = -13,5$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-3}^3 f(x)dx = 0$	<input type="checkbox"/>
$\int_{-3}^0 f(x)dx = 6,75$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 19

Temperaturaufzeichnungen von Braunschweig

Die nachstehende Grafik veranschaulicht die jährlichen Temperaturaufzeichnungen der Tagesmitteltemperaturen von Braunschweig (Deutschland) im Zeitraum 2002–2006 mithilfe von Kasten-schaubildern (Boxplots).



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Im Zeitraum 2002–2006 lag der Median der jeweiligen Tagesmitteltemperaturen jeweils im Intervall [7 °C; 13 °C].	<input type="checkbox"/>
Im Jahr 2006 lagen mehr als 25 % der Tagesmitteltemperaturen unter 0 °C.	<input type="checkbox"/>
Das Jahr 2002 wies den größten Median der Tagesmitteltemperaturen auf.	<input type="checkbox"/>
Das Jahr 2003 wies die größte Spannweite der Tagesmitteltemperaturen auf.	<input type="checkbox"/>
Im Jahr 2004 betrug die Spannweite der Tagesmitteltemperaturen 10 °C.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 20

Änderung statistischer Kennzahlen

Gegeben ist eine geordnete Liste mit neun Werten a_1, a_2, \dots, a_9 .

Der Wert a_1 wird um 5 vergrößert, der Wert a_9 wird um 5 verkleinert, die restlichen Werte der Liste bleiben unverändert. Durch die Abänderung der beiden Werte a_1 und a_9 kann sich eine neue, nicht geordnete Liste ergeben.

Aufgabenstellung:

Welche statistischen Kennzahlen der Liste werden durch die genannten Änderungen in keinem Fall verändert? Kreuzen Sie die entsprechende(n) statistische(n) Kennzahl(en) an!

arithmetisches Mittel	<input type="checkbox"/>
Median	<input type="checkbox"/>
Modus	<input type="checkbox"/>
Spannweite	<input type="checkbox"/>
Standardabweichung	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 21

Grundraum eines Zufallsversuchs

In einer Urne befinden sich zwei Kugeln, die mit den Zahlen 0 bzw. 1 beschriftet sind. Die Kugeln sind – abgesehen von ihrer Beschriftung – nicht unterscheidbar. Aus dieser Urne wird dreimal zufällig eine Kugel gezogen, wobei diese nach jedem Zug wieder in die Urne zurückgelegt wird.

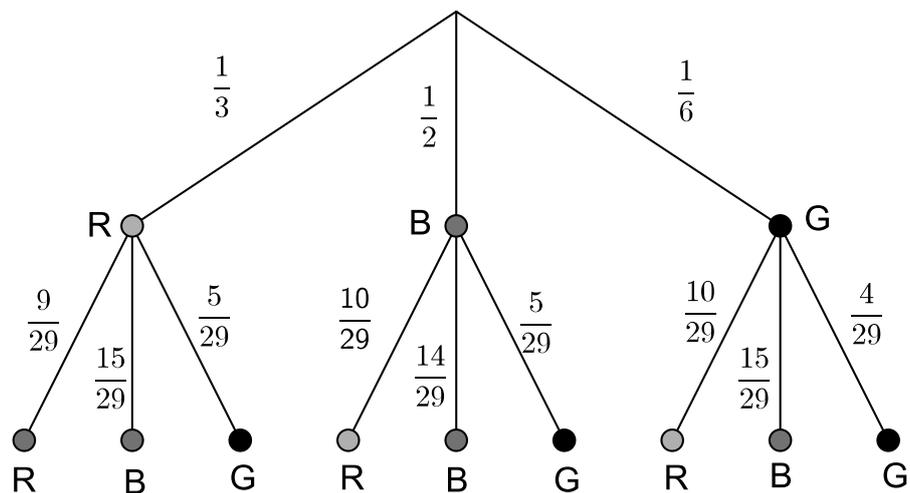
Aufgabenstellung:

Geben Sie den Grundraum dieses Zufallsversuchs vollständig durch Zahlentripel $(x; y; z)$ an! x, y und z nehmen dabei jeweils die Werte 0 oder 1 an.

Aufgabe 22

Baumdiagramm

In einem Gefäß befinden sich rote, blaue und grüne Kugeln. Es werden zwei Kugeln gezogen. Das folgende Baumdiagramm veranschaulicht die möglichen Ergebnisse des Zufallsversuchs:



Quelle: <http://www.mathe-online.at/mathint/wstat1/grafiken/baumdiagramm2.gif> [18.12.2014] (adaptiert)

R = rote Kugel
B = blaue Kugel
G = grüne Kugel

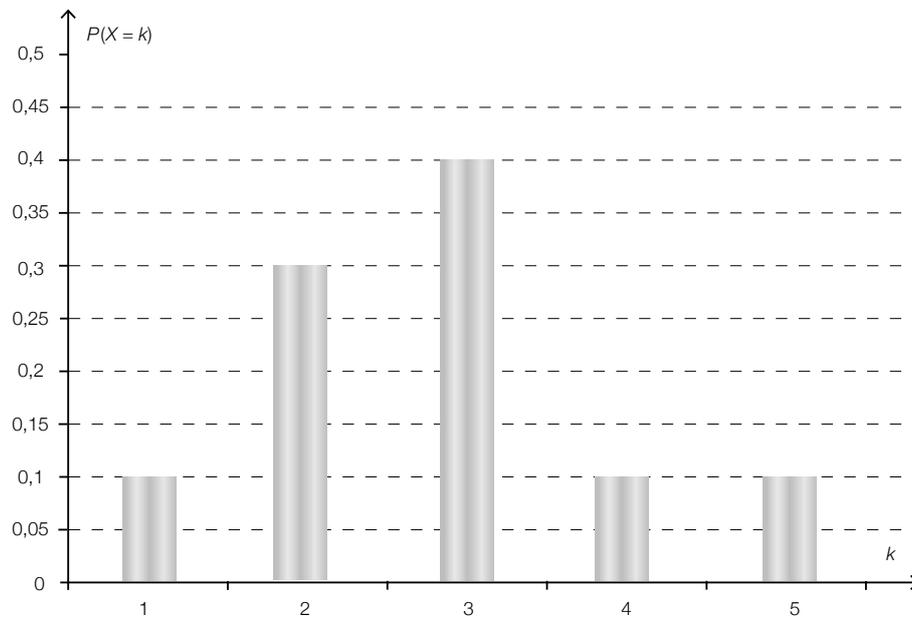
Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Kugeln gleicher Farbe gezogen werden!

Aufgabe 23

Erwartungswert

Die nachstehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X , bei der jedem Wert k ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) die Wahrscheinlichkeit $P(X = k)$ zugeordnet wird.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Erwartungswert $E(X)$ der Zufallsvariablen X !

Aufgabe 24

Würfeln

Ein fairer Würfel wird zehnmal geworfen.

Aufgabenstellung:

Welche Wahrscheinlichkeit wird durch den Term $1 - \left[\binom{10}{9} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \frac{5}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^{10} \right]$ angegeben?

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Antwort(en) an!

Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, höchstens acht Sechser zu werfen.	<input type="checkbox"/>
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, mehr als zweimal keinen Sechser zu werfen.	<input type="checkbox"/>
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, mindestens einmal keinen Sechser zu werfen.	<input type="checkbox"/>
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, weniger als neun Sechser zu werfen.	<input type="checkbox"/>
Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit an, mehr als acht Sechser zu werfen.	<input type="checkbox"/>

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

16. Jänner 2015

Mathematik

Teil-2-Aufgaben



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält vier Aufgaben mit je zwei bis vier Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Die Lösung muss dabei klar ersichtlich sein. Wenn die Lösung nicht klar ersichtlich ist oder verschiedene Lösungen angegeben sind, gilt die Aufgabe als nicht gelöst. Streichen Sie Ihre Notizen durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft oder auf die zur Verfügung gestellten Blätter. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:
Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:
Ordnen Sie den zwei Gleichungen jeweils die entsprechende Bezeichnung (aus A bis D) zu!

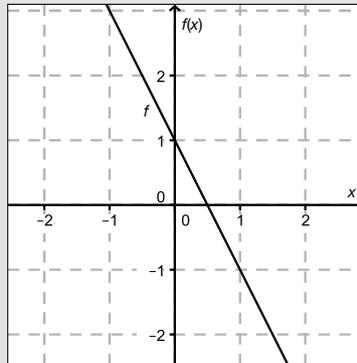
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung _____^①_____ wird als Zusammenzählung oder _____^②_____ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Krippenstein/ *five fingers*

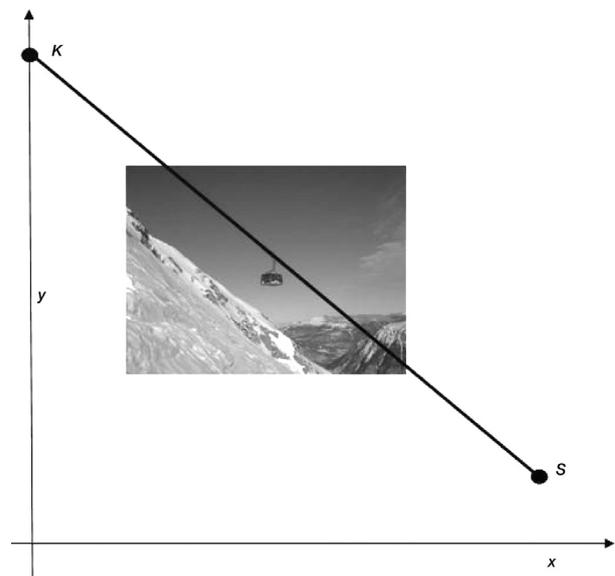
Die Dachsteinseilbahn erschließt vom oberösterreichischen Ort Obertraun aus den nördlichen Teil des Dachsteinmassivs. Die Dachsteinseilbahn besteht aus drei Teilstrecken. Die erste Teilstrecke auf die Schönbergalm ist bereits seit 1951 in Betrieb. Die zweite Teilstrecke führt von der Schönbergalm zum Krippenstein. Von dort aus ist die Aussichtsplattform *five fingers* durch einen Fußweg erreichbar. Die dritte Teilstrecke führt vom Krippenstein weiter zur Gjaidalm. Bei den folgenden Aufgabenstellungen werden Orte als Punkte modelliert.

Aufgabenstellung:

- a) Die Bergstation Krippenstein K und die Schönbergalm S sind durch eine Seilbahn verbunden. Der Verlauf des Tragseils wird, wie in der nebenstehenden Abbildung dargestellt, modelliert. Dabei werden x und y in Metern gemessen. Nach dieser Modellierung gilt: $K = (0|2\ 100)$ und $S = (2\ 160|1\ 350)$.

A Bestimmen Sie den Steigungswinkel des Tragseils!

An welcher Stelle gleicher Seehöhe wie S müsste die Talstation S' stehen, wenn das Tragseil mit 100 % Steigung verlaufen soll? Geben Sie die Koordinaten von S' an!



- b) Mit zunehmender Höhe nimmt der Luftdruck exponentiell ab. Dabei gilt für die Höhe h (gemessen in m über dem Meeresspiegel) und den Luftdruck p (gemessen in mbar) näherungsweise der folgende funktionale Zusammenhang: $p(h) = 1\ 013,25 \cdot e^{-0,000118 \cdot h}$.

Berechnen Sie die prozentuelle Druckabnahme auf der Fahrt von der Schönbergalm (Seehöhe 1 350 m) bis zur Bergstation Krippenstein (Seehöhe 2 100 m)!

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Die prozentuelle Druckabnahme pro Höhenmeter ist konstant.	<input type="checkbox"/>
Bei einer Verdopplung der Höhe halbiert sich der Luftdruck.	<input type="checkbox"/>
Die absolute Druckabnahme pro Höhenmeter ist konstant.	<input type="checkbox"/>
Der zur Funktion p gehörige Graph ist streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Der zur Funktion p gehörige Graph nähert sich asymptotisch der waagrechten Achse.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

CO₂-Gehalt der Atmosphäre

Die Atmosphäre besteht zu ca. 78 % aus Stickstoff und zu ca. 21 % aus Sauerstoff. Kohlendioxid (CO₂) ist nur in Spuren vorhanden. Dennoch ist CO₂ zusammen mit Wasserdampf der Hauptverursacher des natürlichen Treibhauseffektes. Seit 250 Jahren ist der CO₂-Gehalt der Atmosphäre massiv gestiegen (siehe Abb. 1). Man vermutet, dass dadurch der Treibhauseffekt verstärkt wird.

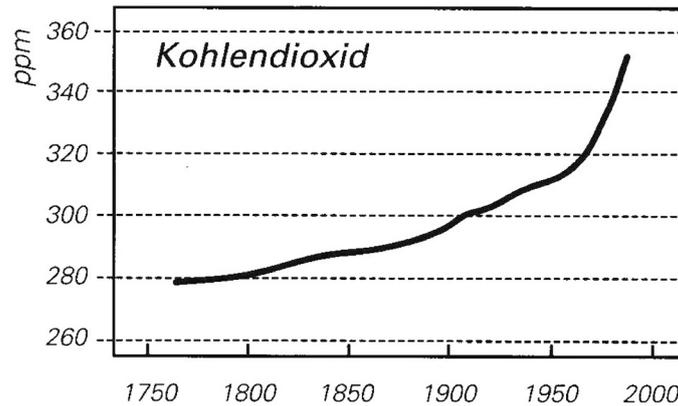


Abb. 1: Aufzeichnungen der mittleren CO₂-Konzentration in der Atmosphäre von 1760 bis 1980

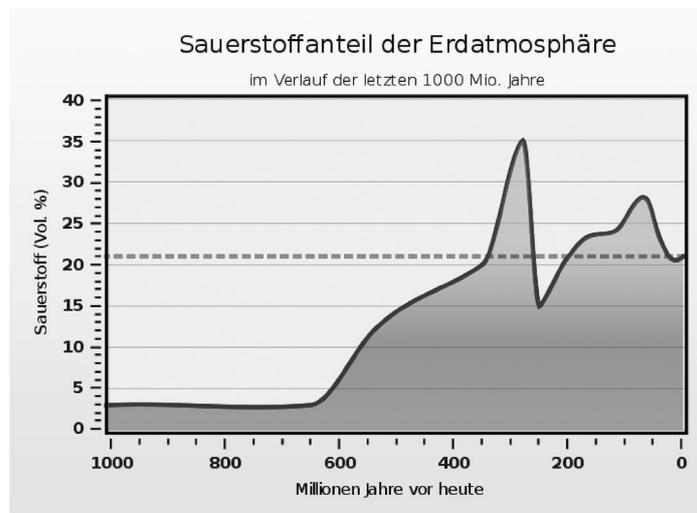


Abb. 2: Darstellung des Sauerstoffgehaltes in der Atmosphäre im Verlauf der letzten Milliarden Jahre

Aufgabenstellung:

- a) Stellen Sie ein exponentielles Wachstumsgesetz der Form $K(t) = K_0 \cdot a^t$ auf, das die CO₂-Konzentration K in Abhängigkeit von der Zeit t in der Atmosphäre wiedergibt! Dabei gibt t die seit 1950 vergangene Zeit in Jahren an; K wird in ppm und t in Jahren gemessen. Lesen Sie zur Bestimmung der Parameter K_0 und a die auf Zehner gerundeten Konzentrationen der Jahre 1950 und 1980 (Endpunkt der Aufzeichnungen) aus der entsprechenden Grafik ab!

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die CO ₂ -Konzentration steigt im beobachteten Zeitraum um ca. 0,4 % pro Jahr.	<input type="checkbox"/>
Die CO ₂ -Konzentration steigt im beobachteten Zeitraum um ca. 4 ppm pro Jahr.	<input type="checkbox"/>
Wäre der Wert von a (bei gleichbleibendem Wert von K_0) doppelt so groß, so wäre auch der jährliche prozentuelle Zuwachs doppelt so groß.	<input type="checkbox"/>
Für das Jahr 2010 werden nach diesem Wachstumsgesetz ca. 395 ppm prognostiziert.	<input type="checkbox"/>
Wäre der Wert von K_0 (bei gleichbleibendem Wert von a) doppelt so groß, so wäre auch die Verdopplungszeit doppelt so groß.	<input type="checkbox"/>

b) Von 1800 bis 1900 ist der CO₂-Gehalt der Atmosphäre annähernd linear gewachsen. Stellen Sie einen funktionalen Zusammenhang $K(t)$ zwischen der CO₂-Konzentration K (gemessen in ppm) und der Zeit t (gemessen in Jahren) auf! Dabei gibt t die seit 1800 vergangene Zeit in Jahren an. Lesen Sie die auf Zehner gerundeten notwendigen Daten aus der Grafik ab! Weisen Sie nach, dass der im Jahr 2010 tatsächlich gemessene CO₂-Wert von 390 ppm nicht das Ergebnis einer linearen Zunahme der historischen CO₂-Werte sein kann!

c) Der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre ist in den letzten 1 000 Mio. Jahren massiven Schwankungen unterworfen gewesen. Von 300 Mio. Jahren vor unserer Zeit bis 250 Mio. Jahren vor unserer Zeit hat der Sauerstoffgehalt annähernd linear abgenommen (siehe Abb. 2).

A Berechnen Sie den Ausdruck $\frac{35 - 15}{300 - 250}$ und deuten Sie das Ergebnis in diesem Zusammenhang!

Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!

In den letzten 1 000 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre meistens niedriger als heute.	<input type="checkbox"/>
Vor 250 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt am absolut geringsten.	<input type="checkbox"/>
In den letzten 600 Mio. Jahren ist der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre nie unter 5 Volumsprozents gefallen.	<input type="checkbox"/>
Vor 200 Mio. Jahren war der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre etwa so groß wie heute.	<input type="checkbox"/>
Vor 900 Mio. Jahren lag der Sauerstoffgehalt der Atmosphäre um 15 Volumsprozents niedriger als heute.	<input type="checkbox"/>

d) Die Funktionsgleichung $y(t) = 0,000128 \cdot t^3 + 0,01344 \cdot t^2 + 0,2304 \cdot t$ beschreibt die absoluten Schwankungen des Sauerstoffgehalts bezogen auf den heutigen Wert $y(0) = 0$ in der Atmosphäre in den letzten 100 Mio. Jahren. Dabei wird t in Mio. Jahren und y in Volumsprozents angegeben. Berechnen Sie, wann in diesem Zeitraum ein lokales Maximum des Sauerstoffgehaltes aufgetreten ist! Weisen Sie nach, dass es sich wirklich um ein lokales Maximum handelt!

Aufgabe 3

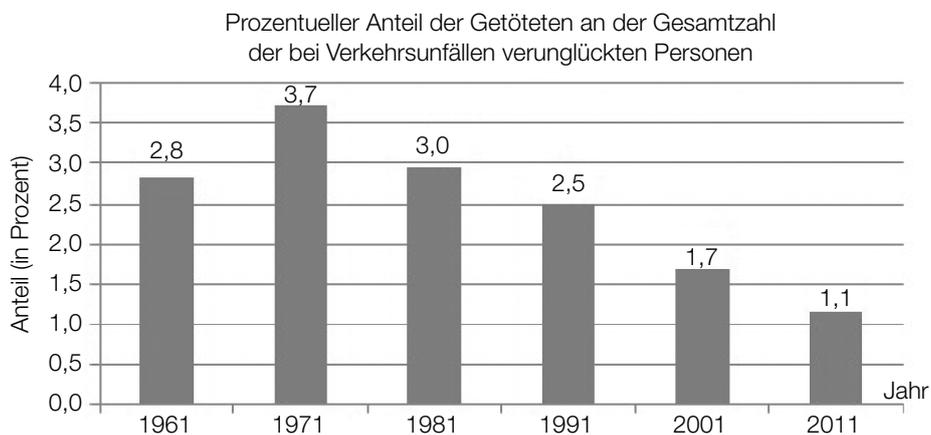
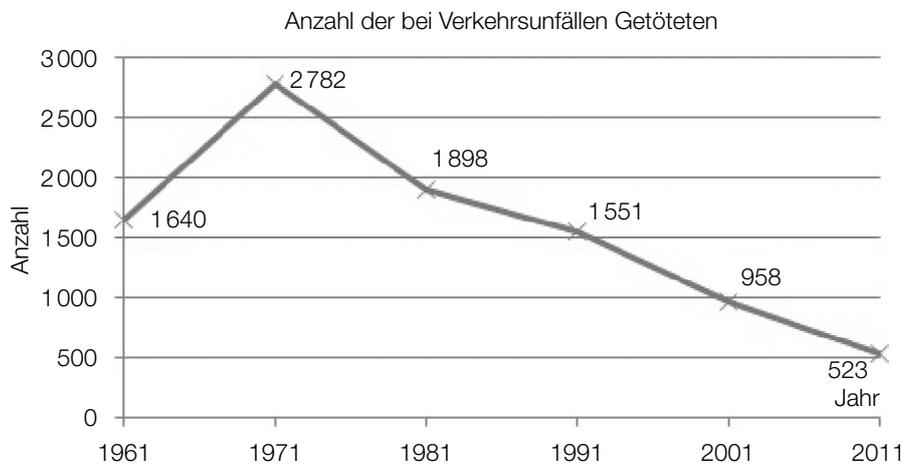
Verkehrsunfälle

Die Verkehrsunfallstatistik in Österreich umfasst grundsätzlich alle Unfälle, die sich auf Österreichs Straßen mit öffentlichem Verkehr ereignen und bei denen Personen verletzt oder getötet werden.

Die bei Straßenverkehrsunfällen Verletzten und Getöteten werden unter dem Begriff *Verunglückte* zusammengefasst.

Einige der erhobenen Daten werden nachstehend in einer Tabelle und in zwei Grafiken angeführt.

Jahr	Anzahl der Verkehrsunfälle mit Personenschaden	Kraftfahrzeugbestand zu Jahresende
1961	42 653	1 426 043
1971	52 763	2 336 520
1981	46 690	3 494 065
1991	46 013	4 341 042
2001	43 073	5 684 244
2011	35 129	6 195 207



Quelle: Statistik Austria

Aufgabenstellung:

- a) Entnehmen Sie der entsprechenden Grafik, in welchem Zeitintervall die absolute und die relative Abnahme (in Prozent) der bei Verkehrsunfällen getöteten Personen jeweils am größten waren, und geben Sie die entsprechenden Werte an!

Im vorliegenden Fall fand die größte relative Abnahme der Anzahl der bei Verkehrsunfällen Getöteten in einem anderen Zeitintervall statt als die größte absolute Abnahme.

Geben Sie eine mathematische Begründung an, warum die größte relative Abnahme und die größte absolute Abnahme einer Größe oder eines Prozesses nicht im gleichen Zeitintervall stattfinden müssen!

- b) Die Entwicklung des prozentuellen Anteils der Getöteten gemessen an der Gesamtzahl der bei Verkehrsunfällen verunglückten Personen kann für den Zeitraum von Beginn des Jahres 1971 bis Ende 2011 durch eine lineare Funktion f angenähert werden, wobei die Variable t die Anzahl der seit Ende 1970 vergangenen Jahre bezeichnet.

Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Funktion f auf Basis der Daten aus der entsprechenden Grafik im Zeitraum von Beginn des Jahres 1971 bis Ende 2011!

Geben Sie den theoretisch größtmöglichen Zeitraum an, für den diese Funktion f ein unter der Annahme eines gleichbleibenden Trends geeignetes Modell darstellt!

- c) Im Jahr 1976 wurde in Österreich die Gurtenpflicht eingeführt. Seit diesem Zeitpunkt ist man dazu verpflichtet, auf den vorderen Sitzen eines PKW oder Kombis den Sicherheitsgurt anzulegen. Durch die Einführung der Gurtenpflicht kam es zu einer deutlichen Abschwächung der Unfallfolgen.

Berechnen Sie auf Basis der Tabellenwerte für die Jahre 1971 und 1981 die durchschnittliche jährliche Abnahme der Anzahl der Unfälle mit Personenschaden!

Ein „Gurtenmuffel“ behauptet, dass es auch schon vor der Einführung der Gurtenpflicht im Zeitraum zwischen 1961 und 1971 zu einer relativen Abnahme der Verkehrsunfälle mit Personenschaden kam.

Ermitteln Sie mithilfe des vorhandenen Datenmaterials Zahlen, die seine Aussage untermauern, und präzisieren Sie diese Aussage!

- d) Die nachstehende Tabelle enthält Daten über Verunglückte im Jahr 2011.

Verkehrsart	Anzahl der Verletzten	Anzahl der Getöteten
einspuriges KFZ	8 605	85
PKW	24 853	290
sonstige	11 567	148

Jemand ist im Jahr 2011 bei einem Verkehrsunfall verunglückt.

A Geben Sie die relative Häufigkeit als Schätzwert der Wahrscheinlichkeit, dass diese Person mit einem einspurigen KFZ oder einem PKW unterwegs war und den Unfall nicht überlebt hat, an! Interpretieren Sie die mit $\frac{24\,853}{25\,143} \approx 0,99$ angegebene Wahrscheinlichkeit im vorliegenden Zusammenhang!

Aufgabe 4

Atmung

Beim Ein- bzw. Ausatmen wird Luft in unsere Lungen gesaugt bzw. wieder aus ihnen herausgepresst. Ein Atemzyklus erstreckt sich über den gesamten Vorgang des einmaligen Einatmens und anschließenden Ausatmens. Während des Atemvorganges lässt sich das bewegte Luftvolumen messen. Der Luftstrom wird in Litern pro Sekunde angegeben.

Der Luftstrom $L(t)$ kann in Abhängigkeit von der Zeit t (t in Sekunden) näherungsweise durch die Sinusfunktion L beschrieben werden. Ein Atemzyklus beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ mit dem Einatmen.

Nach einer Messung kann der Atemvorgang einer bestimmten Person modellhaft durch folgende Sinusfunktion beschrieben werden:

$$L(t) = 0,6 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$$

Aufgabenstellung:

- a) Ermitteln Sie die Periodenlänge der gegebenen Funktion L !

Die Periodenlänge beträgt _____ Sekunden.

Erklären Sie die Bedeutung der Periodenlänge in Bezug auf den Atemvorgang!

- b) Berechnen Sie $\int_0^2 L(t) dt$ und runden Sie das Ergebnis auf zwei Nachkommastellen!

Beschreiben Sie für das in Diskussion stehende Problem, was mit dem oben stehenden mathematischen Ausdruck berechnet wird!