

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

Mathematik

9. Mai 2014

Teil-1-Aufgaben



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 1 enthält 24 Aufgaben. Die Aufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen dafür *120 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift. Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft. Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen im Aufgabenheft durch.

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die aus dem Unterricht gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Das Aufgabenheft ist abzugeben.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen. Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet. Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Gleichungen die entsprechenden Bezeichnungen zu!

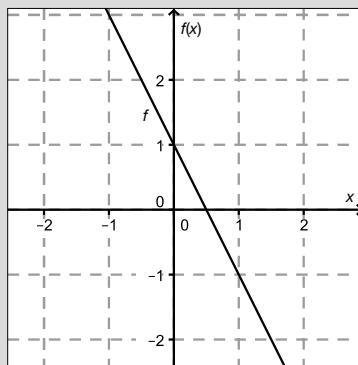
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung ① wird als Zusammenzählung oder ② bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

Aufgabe 1

Positive rationale Zahlen

Gegeben ist die Zahlenmenge \mathbb{Q}^+ .

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene beiden Zahlen an, die Elemente dieser Zahlenmenge sind!

$\sqrt{5}$	<input type="checkbox"/>
$0,9 \cdot 10^{-3}$	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{0,01}$	<input type="checkbox"/>
$\frac{\pi}{4}$	<input type="checkbox"/>
$-1,41 \cdot 10^3$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 2

Punktladungen

Der Betrag F der Kraft zwischen zwei Punktladungen q_1 und q_2 im Abstand r wird beschrieben durch die Gleichung $F = C \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ (C ... physikalische Konstante).

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, um welchen Faktor sich der Betrag F der Kraft ändert, wenn der Betrag der Punktladungen q_1 und q_2 jeweils verdoppelt und der Abstand r zwischen diesen beiden Punktladungen halbiert wird!

Aufgabe 3

Quadratische Gleichung

Die Anzahl der Lösungen der quadratischen Gleichung $rx^2 + sx + t = 0$ in der Menge der reellen Zahlen hängt von den Koeffizienten r , s und t ab.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die quadratische Gleichung $rx^2 + sx + t = 0$ hat genau dann für alle $r \neq 0; r, s, t \in \mathbb{R}$
_____ ^① _____, wenn _____ ^② _____ gilt.

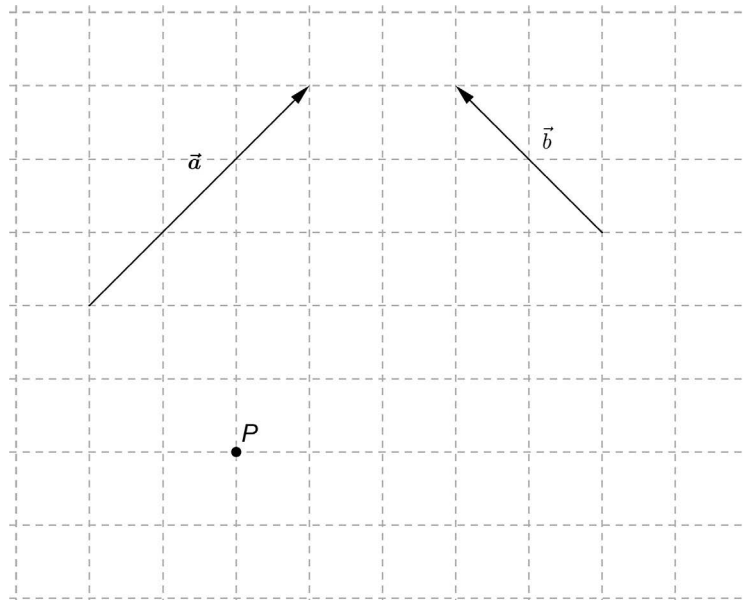
①	
zwei reelle Lösungen	<input type="checkbox"/>
keine reelle Lösung	<input type="checkbox"/>
genau eine reelle Lösung	<input type="checkbox"/>

②	
$r^2 - 4st > 0$	<input type="checkbox"/>
$t^2 = 4rs$	<input type="checkbox"/>
$s^2 - 4rt > 0$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 4

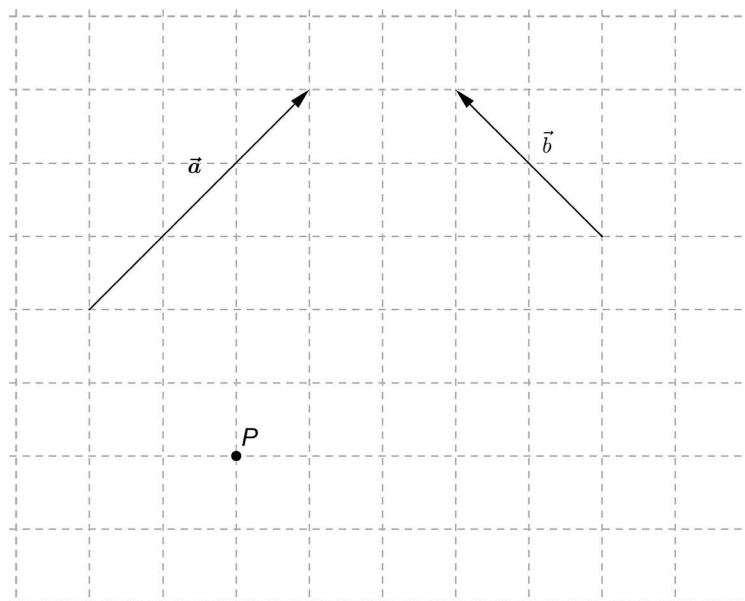
Vektorkonstruktion

Die Abbildung zeigt zwei als Pfeile dargestellte Vektoren \vec{a} und \vec{b} und einen Punkt P .



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die unten stehende Abbildung um einen Pfeil, der vom Punkt P ausgeht und den Vektor $\vec{a} - \vec{b}$ darstellt!



Aufgabe 5

Parallele Geraden

Gegeben sind Gleichungen der Geraden g und h . Die beiden Geraden sind nicht ident.

$$g: y = -\frac{x}{4} + 8$$

$$h: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ mit } s \in \mathbb{R}$$

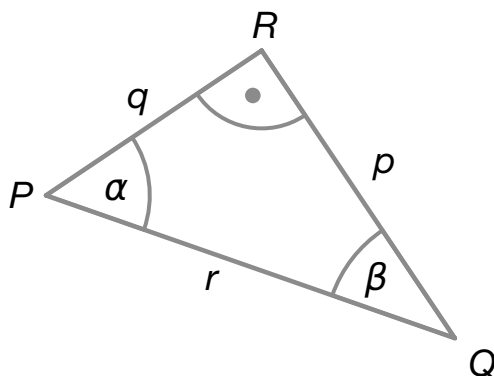
Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum diese beiden Geraden parallel zueinander liegen!

Aufgabe 6

Definition der Winkelfunktionen

Die nachstehende Abbildung zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck PQR .



Aufgabenstellung:

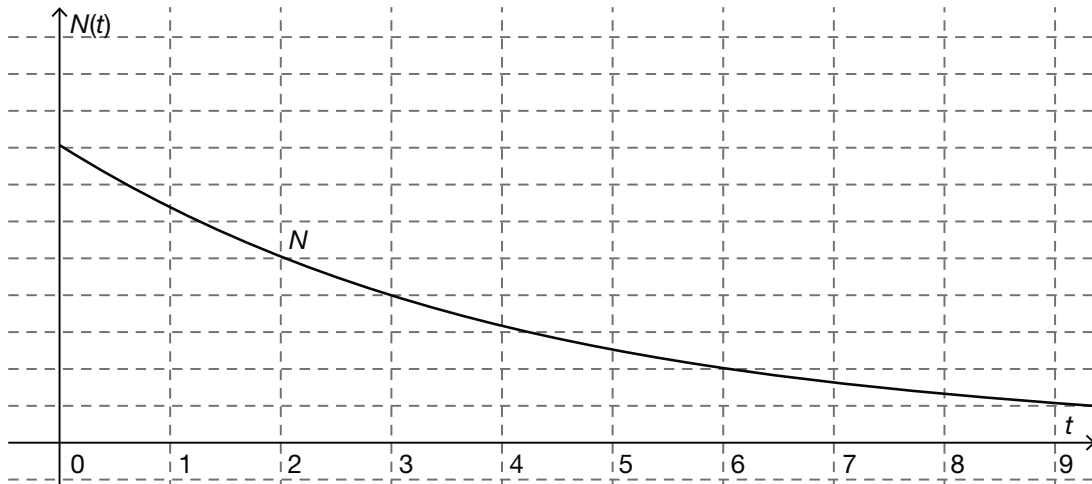
Kreuzen Sie jene beiden Gleichungen an, die für das dargestellte Dreieck gelten!

$\sin \alpha = \frac{p}{r}$	<input type="checkbox"/>
$\sin \alpha = \frac{q}{r}$	<input type="checkbox"/>
$\tan \beta = \frac{p}{q}$	<input type="checkbox"/>
$\tan \alpha = \frac{r}{p}$	<input type="checkbox"/>
$\cos \beta = \frac{p}{r}$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 7

Zerfallsprozess

Der unten abgebildete Graph einer Funktion N stellt einen exponentiellen Zerfallsprozess dar; dabei bezeichnet t die Zeit und $N(t)$ die zum Zeitpunkt t vorhandene Menge des zerfallenden Stoffes. Für die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Menge gilt: $N(0) = 800$.



Mit t_H ist diejenige Zeitspanne gemeint, nach deren Ablauf die ursprüngliche Menge des zerfallenden Stoffes auf die Hälfte gesunken ist.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$t_H = 6$	<input type="checkbox"/>
$t_H = 2$	<input type="checkbox"/>
$t_H = 3$	<input type="checkbox"/>
$N(t_H) = 400$	<input type="checkbox"/>
$N(t_H) = 500$	<input type="checkbox"/>

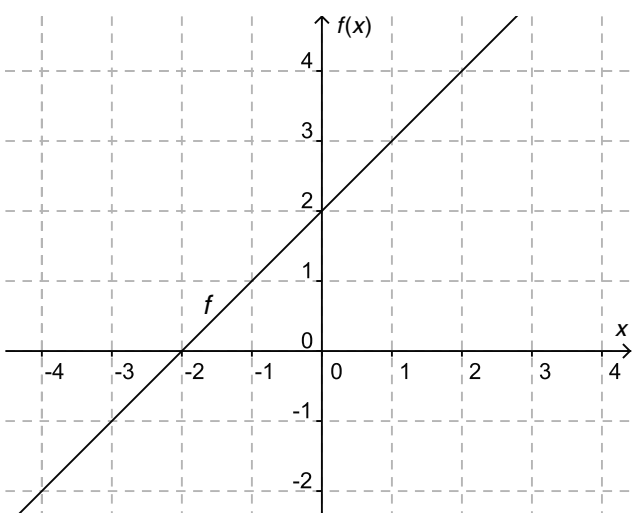
Aufgabe 8

Steigung einer linearen Funktion

Fünf lineare Funktionen sind in verschiedener Weise dargestellt.

Aufgabenstellung:

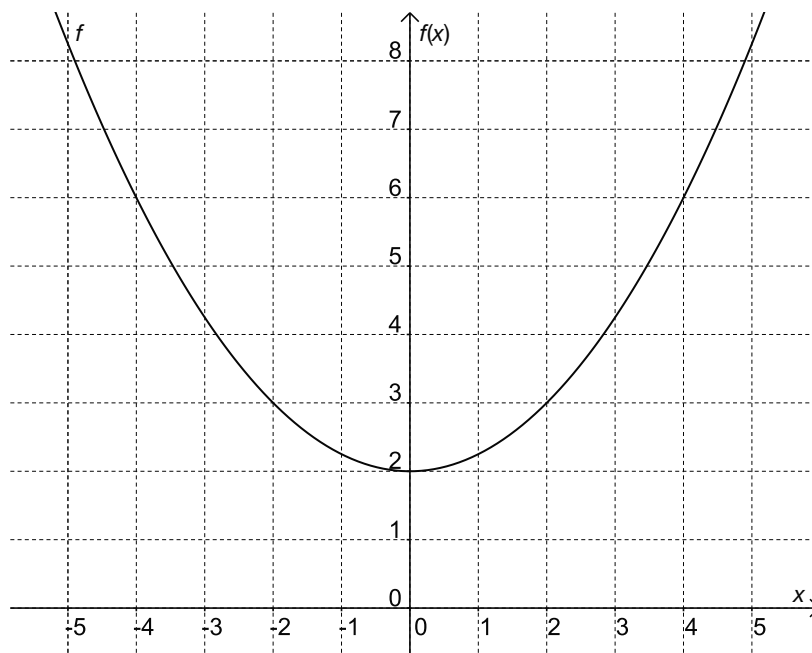
Kreuzen Sie jene beiden Darstellungen an, bei denen die Steigung der dargestellten linearen Funktion den Wert $k = -2$ annimmt!

<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>$m(x)$</th></tr></thead><tbody><tr><td>5</td><td>3</td></tr><tr><td>6</td><td>1</td></tr><tr><td>8</td><td>-3</td></tr></tbody></table>	x	$m(x)$	5	3	6	1	8	-3	<input type="checkbox"/>
x	$m(x)$								
5	3								
6	1								
8	-3								
$g(x) = -2 + 3x$	<input type="checkbox"/>								
<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>$h(x)$</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td>-2</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td></tr></tbody></table>	x	$h(x)$	0	-2	1	0	2	2	<input type="checkbox"/>
x	$h(x)$								
0	-2								
1	0								
2	2								
	<input type="checkbox"/>								
$l(x) = \frac{3 - 4x}{2}$	<input type="checkbox"/>								

Aufgabe 9

Gleichung einer quadratischen Funktion

Im nachfolgenden Koordinatensystem ist der Graph einer quadratischen Funktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot x^2 + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$) dargestellt.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Werte der Parameter a und b ! Die für die Berechnung relevanten Punkte mit ganzzahligen Koordinaten können dem Diagramm entnommen werden.

$a =$ _____

$b =$ _____

Aufgabe 10

Wachstum

Die Funktion f beschreibt einen exponentiellen Wachstumsprozess der Form $f(t) = c \cdot a^t$ in Abhängigkeit von der Zeit t .

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie für $t = 2$ und $t = 3$ die Werte der Funktion f !

t	$f(t)$
0	400
1	600
2	$f(2)$
3	$f(3)$

$f(2) =$ _____

$f(3) =$ _____

Aufgabe 11

Exponentialfunktion

Eine reelle Funktion f mit der Gleichung $f(x) = c \cdot a^x$ ist eine Exponentialfunktion, für deren reelle Parameter c und a gilt: $c \neq 0$, $a > 1$.

Aufgabenstellung:

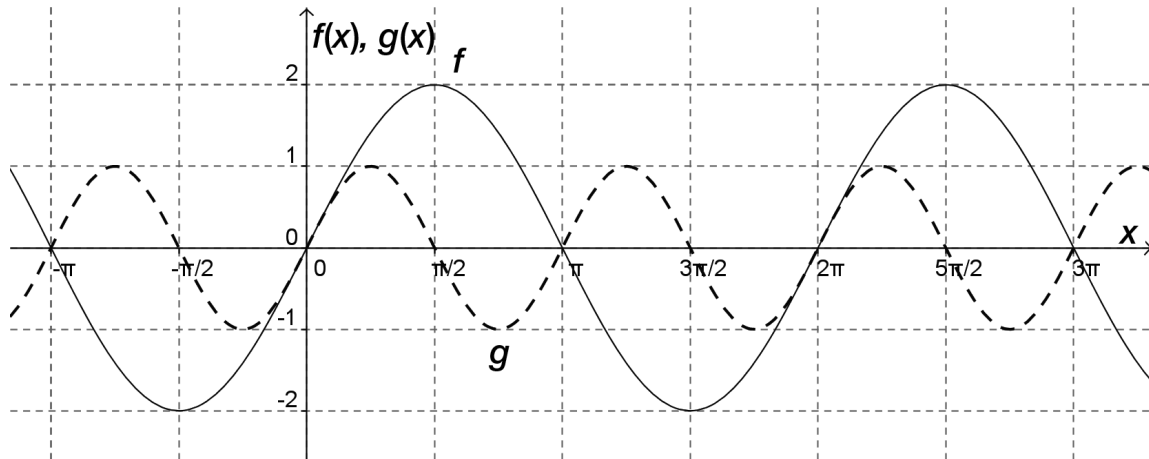
Kreuzen Sie jene beiden Aussagen an, die auf diese Exponentialfunktion f und alle Werte $k, h \in \mathbb{R}$, $k > 1$ zutreffen!

$f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$	<input type="checkbox"/>
$\frac{f(x+h)}{f(x)} = a^h$	<input type="checkbox"/>
$f(x+1) = a \cdot f(x)$	<input type="checkbox"/>
$f(0) = 0$	<input type="checkbox"/>
$f(x+h) = f(x) + f(h)$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 12

Sinusfunktion

Im untenstehenden Diagramm sind die Graphen zweier Funktionen f und g dargestellt.



Die Funktion f hat die Funktionsgleichung $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ mit den reellen Parametern a und b . Wenn diese Parameter in entsprechender Weise verändert werden, erhält man die Funktion g .

Aufgabenstellung:

Wie müssen die Parameter a und b verändert werden, um aus f die Funktion g zu erhalten?

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Um den Graphen von g zu erhalten, muss a ^① _____ und b ^② _____ .

①	
verdoppelt werden	<input type="checkbox"/>
halbiert werden	<input type="checkbox"/>
gleich bleiben	<input type="checkbox"/>

②	
verdoppelt werden	<input type="checkbox"/>
halbiert werden	<input type="checkbox"/>
gleich bleiben	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 13

Prozente

Zahlenangaben in Prozent (%) machen Anteile unterschiedlicher Größen vergleichbar.

Aufgabenstellung:

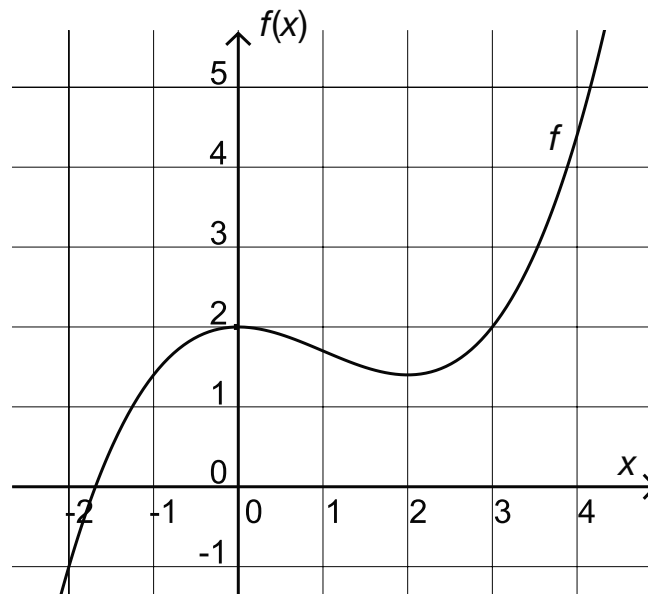
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Peters monatliches Taschengeld wurde von € 80 auf € 100 erhöht. Somit bekommt er jetzt um 20 % mehr als vorher.	<input type="checkbox"/>
Ein Preis ist im Laufe der letzten fünf Jahre um 10 % gestiegen. Das bedeutet in jedem Jahr eine Steigerung von 2 % gegenüber dem Vorjahr.	<input type="checkbox"/>
Wenn die Inflationsrate in den letzten Monaten von 2 % auf 1,5 % gesunken ist, bedeutet das eine relative Abnahme der Inflationsrate um 25 %.	<input type="checkbox"/>
Wenn ein Preis zunächst um 20 % gesenkt und kurze Zeit darauf wieder um 5 % erhöht wurde, dann ist er jetzt um 15 % niedriger als ursprünglich.	<input type="checkbox"/>
Eine Zunahme um 200 % bedeutet eine Steigerung auf das Dreifache.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 14

Ableitungswerte ordnen

Gegeben ist der Graph einer Polynomfunktion f .



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie die Werte $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(3)$ und $f'(4)$ der Größe nach, beginnend mit dem kleinsten Wert! (Die konkreten Werte von $f'(0)$, $f'(1)$, $f'(3)$ und $f'(4)$ sind dabei nicht anzugeben.)

Aufgabe 15

Nikotin

Die Nikotinmenge x (in mg) im Blut eines bestimmten Rauchers kann modellhaft durch die Differenzgleichung $x_{n+1} = 0,98 \cdot x_n + 0,03$ (n in Tagen) beschrieben werden.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, wie viel Milligramm Nikotin täglich zugeführt werden und wie viel Prozent der im Körper vorhandenen Nikotinmenge täglich abgebaut werden!

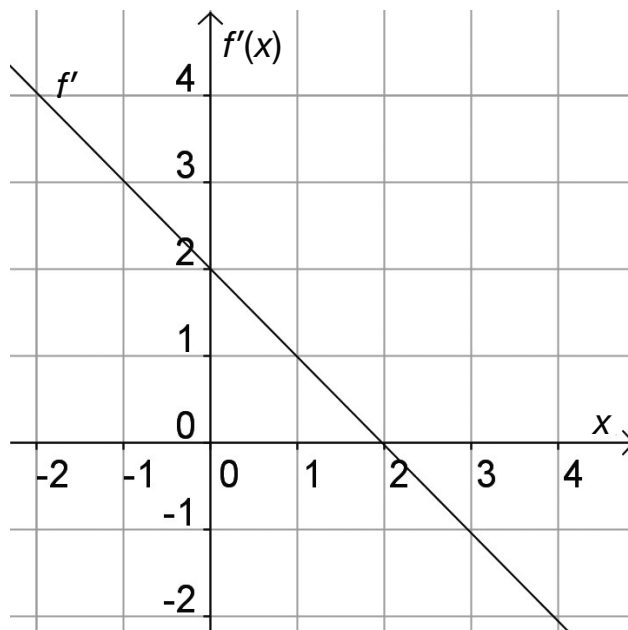
_____ mg

_____ %

Aufgabe 16

Eigenschaften einer Funktion

Von einer reellen Polynomfunktion f sind der Graph und die Funktionsgleichung der Ableitungsfunktion f' gegeben: $f'(x) = -x + 2$.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Stelle $x_1 = 0$ ist eine Wendestelle von f .	<input type="checkbox"/>
Im Intervall $[0; 1]$ ist f streng monoton fallend.	<input type="checkbox"/>
Die Tangente an den Graphen der Funktion f im Punkt $(0 f(0))$ hat die Steigung 2.	<input type="checkbox"/>
Die Stelle $x_2 = 2$ ist eine lokale Maximumstelle von f .	<input type="checkbox"/>
Der Graph der Funktion f weist im Intervall $[2; 3]$ eine Linkskrümmung (positive Krümmung) auf.	<input type="checkbox"/>

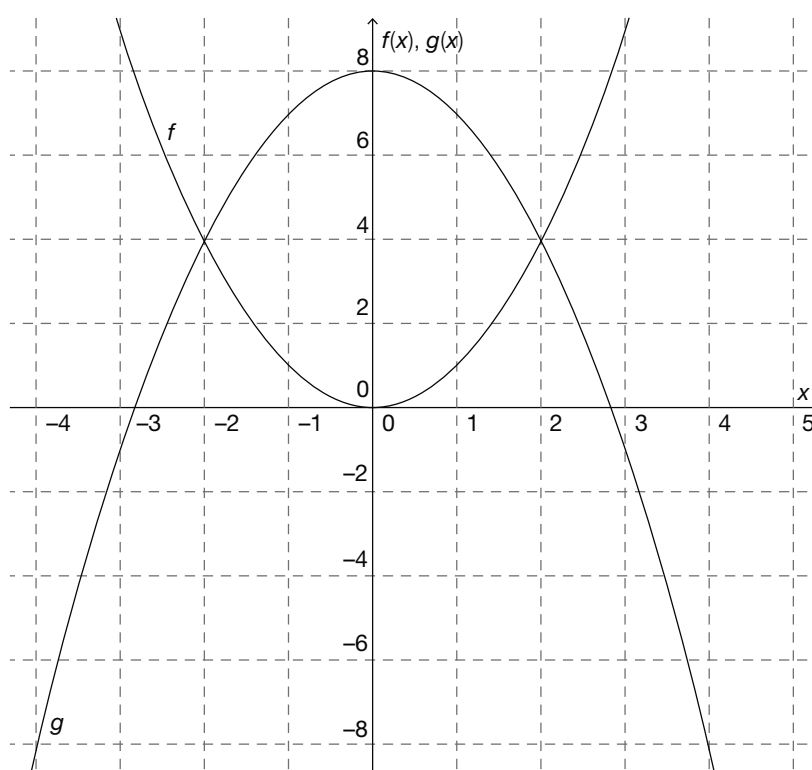
Aufgabe 17

Schnitt zweier Funktionen

Gegeben sind die beiden reellen Funktionen f und g mit den Gleichungen $f(x) = x^2$ und $g(x) = -x^2 + 8$.

Aufgabenstellung:

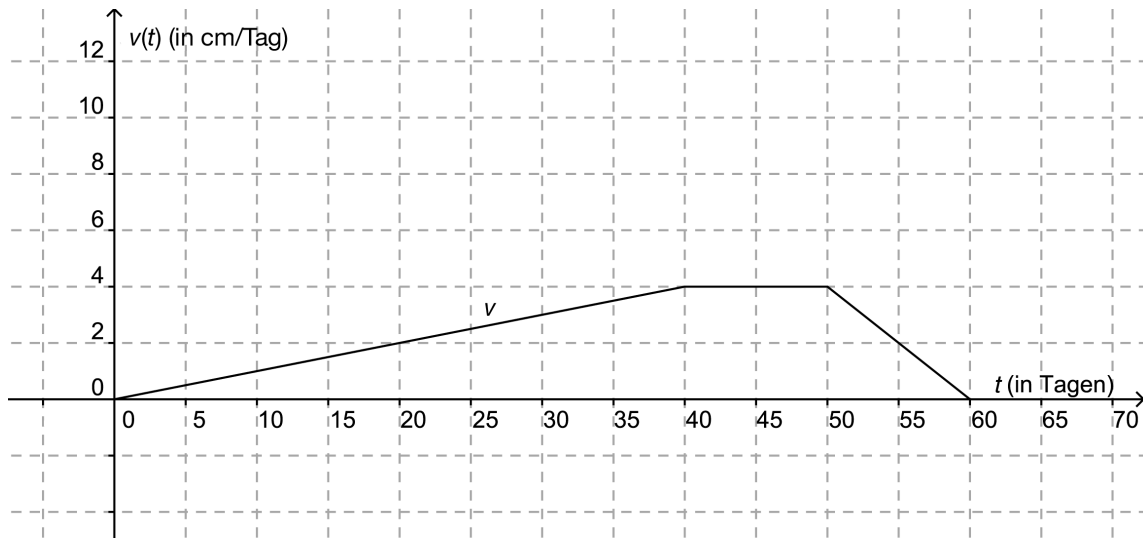
Im nachstehenden Koordinatensystem sind die Graphen der beiden Funktionen f und g dargestellt. Schraffieren Sie jene Fläche, deren Größe A mit $A = \int_0^1 g(x)dx - \int_0^1 f(x)dx$ berechnet werden kann!



Aufgabe 18

Pflanzenwachstum

Die unten stehende Abbildung beschreibt näherungsweise das Wachstum einer schnellwüchsigen Pflanze. Sie zeigt die Wachstumsgeschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Zeit t während eines Zeitraums von 60 Tagen.



Aufgabenstellung:

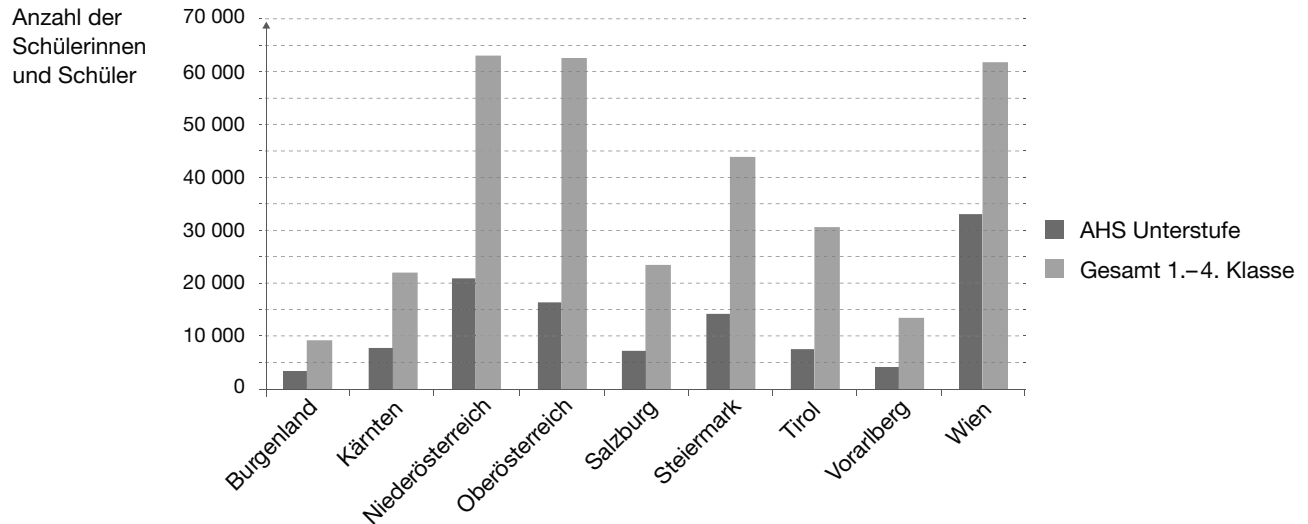
Geben Sie an, um wie viel cm die Pflanze in diesem Zeitraum insgesamt gewachsen ist!

Aufgabe 19

Schulstatistik

Das nachstehende Diagramm stellt für das Schuljahr 2009/10 folgende Daten dar:

- die Anzahl der Schüler/innen nur aus der AHS-Unterstufe
- die Gesamtanzahl der Schüler/innen der 1.–4. Klasse (Hauptschule und AHS-Unterstufe)



Quelle: <http://www.bmukk.gv.at/schulstatistik>

Aufgabenstellung:

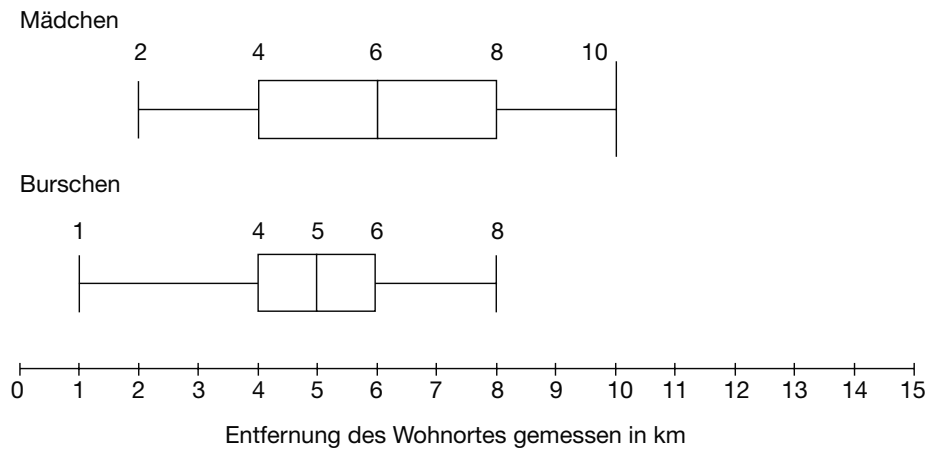
Kreuzen Sie jene beiden Aussagen an, die aus dem Diagramm gefolgert werden können!

In Kärnten ist der Anteil an AHS-Schülerinnen und -Schülern größer als in Tirol.	<input type="checkbox"/>
In Wien gibt es die meisten Schüler/innen in den 1.–4. Klassen.	<input type="checkbox"/>
Der Anteil an AHS-Schülerinnen und -Schülern ist in Wien höher als in allen anderen Bundesländern.	<input type="checkbox"/>
Es gehen in Salzburg mehr Schüler/innen in die AHS als im Burgenland in die 1.–4. Klasse insgesamt.	<input type="checkbox"/>
In Niederösterreich gehen ca. 3-mal so viele Schüler/innen in die Hauptschule wie in die AHS.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 20

Boxplot-Analyse

Alle Mädchen und Burschen einer Schulklasse wurden über die Länge ihres Schulweges befragt. Die beiden Kastenschaubilder (Boxplots) geben Auskunft über ihre Antworten.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Mehr als 60 % der befragten Mädchen haben einen Schulweg von mindestens 4 km.	<input type="checkbox"/>
Der Median der erhobenen Daten ist bei Burschen und Mädchen gleich.	<input type="checkbox"/>
Mindestens 50 % der Mädchen und mindestens 75 % der Burschen haben einen Schulweg, der kleiner oder gleich 6 km ist.	<input type="checkbox"/>
Höchstens 40 % der befragten Burschen haben einen Schulweg zwischen 4 km und 8 km.	<input type="checkbox"/>
Die Spannweite ist bei den Umfragedaten der Burschen genauso groß wie bei den Umfragedaten der Mädchen.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 21

Arithmetisches Mittel

Neun Athleten eines Sportvereins absolvieren einen Test. Der arithmetische Mittelwert der neun Testergebnisse x_1, x_2, \dots, x_9 ist $\bar{x} = 8$. Ein zehnter Sportler war während der ersten Testdurchführung abwesend. Er holt den Test nach, sein Testergebnis ist $x_{10} = 4$.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie das arithmetische Mittel der ergänzten Liste x_1, x_2, \dots, x_{10} !

Aufgabe 22

Hausübungskontrolle

Eine Lehrerin wählt am Beginn der Mathematikstunde nach dem Zufallsprinzip 3 Schüler/innen aus, die an der Tafel die Lösungsansätze der Hausübungsaufgaben erklären müssen. Es sind 12 Burschen und 8 Mädchen anwesend.

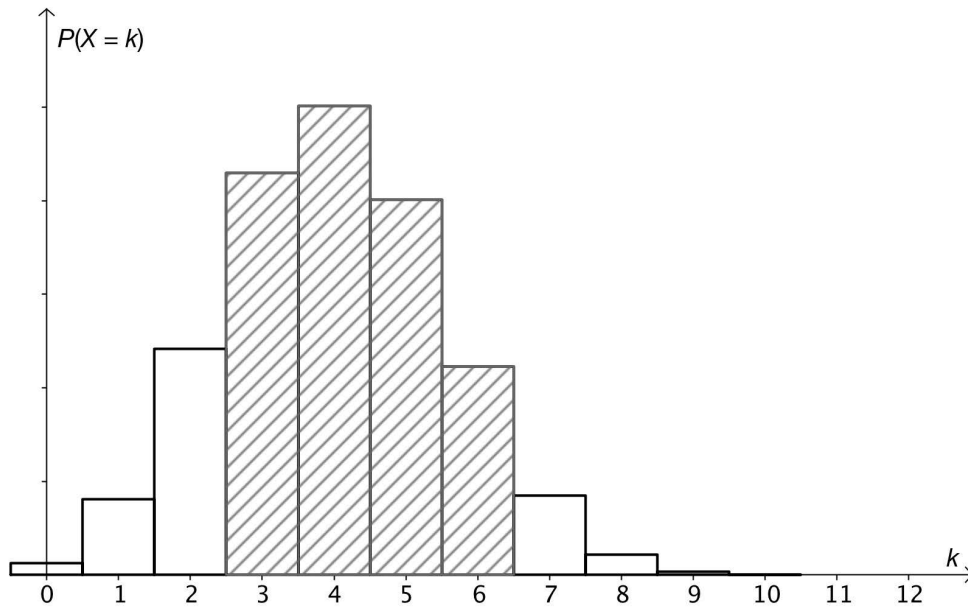
Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für das Erklären der Lösungsansätze 2 Burschen und 1 Mädchen ausgewählt werden!

Aufgabe 23

Diskrete Zufallsvariable

Die unten stehende Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X .



Aufgabenstellung:

Welcher der folgenden Ausdrücke beschreibt die Wahrscheinlichkeit, die dem Inhalt der schraffierten Fläche entspricht?

Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck an!

$1 - P(X \leq 2)$	<input type="checkbox"/>
$P(X \leq 6) - P(X \leq 3)$	<input type="checkbox"/>
$P(X \geq 3) + P(X \leq 6)$	<input type="checkbox"/>
$P(3 \leq X \leq 6)$	<input type="checkbox"/>
$P(X \leq 6) - P(X < 2)$	<input type="checkbox"/>
$P(3 < X < 6)$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 24

Multiple-Choice-Antwort

Bei einer schriftlichen Prüfung werden der Kandidatin/dem Kandidaten fünf Fragen mit je vier Antwortmöglichkeiten vorgelegt. Genau eine der Antworten ist jeweils richtig.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Kandidatin/der Kandidat bei zufälligem Ankreuzen mindestens viermal die richtige Antwort kennzeichnet!

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

Mathematik

9. Mai 2014

Teil-2-Aufgaben



Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft zu Teil 2 enthält fünf Aufgaben mit je zwei bis drei Teilaufgaben, wobei alle Teilaufgaben unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Ihnen stehen dafür insgesamt *150 Minuten* an reiner Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie einen nicht radierbaren, blau oder schwarz schreibenden Stift! Bei Konstruktionsaufgaben ist auch die Verwendung eines Bleistifts möglich.

Verwenden Sie zur Bearbeitung dieser Aufgaben dieses Aufgabenheft und die Ihnen zur Verfügung gestellten Blätter! Schreiben Sie Ihren Namen auf der ersten Seite des Aufgabenheftes in das dafür vorgesehene Feld und auf jedes verwendete Blatt! Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung an!

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist. Streichen Sie Notizen durch!

Sie dürfen eine approbierte Formelsammlung sowie die aus dem Unterricht gewohnten technologischen Hilfsmittel verwenden.

Abzugeben sind das Aufgabenheft und alle von Ihnen verwendeten Blätter.

Beurteilung

Jede Aufgabe in Teil 1 wird mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet, jede Teilaufgabe in Teil 2 mit 0, 1 oder 2 Punkten. Die mit **A** gekennzeichneten Aufgabenstellungen werden mit 0 Punkten oder 1 Punkt bewertet.

- Werden im Teil 1 mindestens 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
- Werden im Teil 1 weniger als 16 von 24 Aufgaben richtig gelöst, werden mit **A** markierte Aufgabenstellungen aus Teil 2 zum Ausgleich (für den laut LBVO „wesentlichen Bereich“) herangezogen.
Werden unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 mindestens 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit positiv bewertet.
Werden auch unter Berücksichtigung der mit **A** markierten Aufgabenstellungen aus Teil 2 weniger als 16 Aufgaben richtig gelöst, wird die Arbeit mit „Nicht genügend“ beurteilt.
- Werden im Teil 1 mindestens 16 Punkte (mit Berücksichtigung der Ausgleichspunkte **A**) erreicht, so gilt folgender Beurteilungsschlüssel:

Genügend	16–23 Punkte
Befriedigend	24–32 Punkte
Gut	33–40 Punkte
Sehr gut	41–48 Punkte

Erläuterung der Antwortformate

Die Aufgaben haben einerseits *freie Antwortformate*, die Sie aus dem Unterricht kennen. Dabei schreiben Sie Ihre Antwort direkt unter die jeweilige Aufgabenstellung in das Aufgabenheft. Die darüber hinaus zum Einsatz kommenden Antwortformate werden im Folgenden vorgestellt:

Zuordnungsformat: Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der **entsprechenden Buchstaben** den jeweils zutreffenden Aussagen zuordnen!

Beispiel:

Gegeben sind zwei Gleichungen.

$1 + 1 = 2$	A
$2 \cdot 2 = 4$	C

A	Addition
B	Division
C	Multiplikation
D	Subtraktion

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den Gleichungen die entsprechenden Bezeichnungen zu!

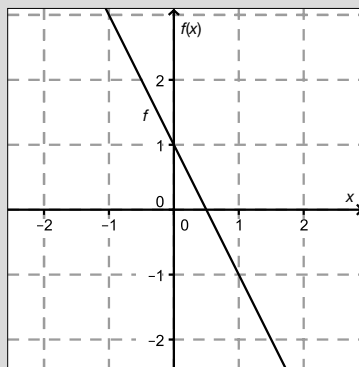
Konstruktionsformat: Eine Aufgabe und deren Aufgabenstellung sind vorgegeben. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven im Aufgabenheft.

Beispiel:

Gegeben ist eine lineare Funktion f mit $f(x) = k \cdot x + d$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie den Graphen einer linearen Funktion mit den Bedingungen $k = -2$ und $d > 0$ in das vorgegebene Koordinatensystem ein!



Multiple-Choice-Format in der Variante „1 aus 6“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine Antwortmöglichkeit** auszuwählen ist. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die einzige zutreffende Antwortmöglichkeit ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichung ist korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die zutreffende Gleichung an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 2$	<input type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>
$6 + 6 = 6$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „2 aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **zwei Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:

Welche Gleichungen sind korrekt?

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Gleichungen an!

$1 + 1 = 1$	<input type="checkbox"/>
$2 + 2 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/>
$3 + 3 = 3$	<input type="checkbox"/>
$4 + 4 = 8$	<input checked="" type="checkbox"/>
$5 + 5 = 5$	<input type="checkbox"/>

Multiple-Choice-Format in der Variante „x aus 5“: Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei **eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten** auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung finden Sie stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n)/ Gleichung(en)/... an!“. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die zutreffende Antwortmöglichkeit/die zutreffenden Antwortmöglichkeiten ankreuzen!

Beispiel:
Welche der gegebenen Gleichungen ist/sind korrekt?

1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 6	<input checked="" type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 10	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabenstellung:
Kreuzen Sie die zutreffende(n) Gleichung(en) an!

Lückentext: Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, das heißt, im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Bearbeiten Sie Aufgaben dieses Formats korrekt, indem Sie die Lücken durch Ankreuzen der **beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten** füllen!

Beispiel:
Gegeben sind 3 Gleichungen.

Aufgabenstellung:
Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine mathematisch korrekte Aussage entsteht!

Die Gleichung _____ ① _____ wird als Zusammenzählung oder _____ ② _____ bezeichnet.

①	
1 - 1 = 0	<input type="checkbox"/>
1 + 1 = 2	<input checked="" type="checkbox"/>
1 · 1 = 1	<input type="checkbox"/>

②	
Multiplikation	<input type="checkbox"/>
Subtraktion	<input type="checkbox"/>
Addition	<input checked="" type="checkbox"/>

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input checked="" type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

- Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
- Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

1 + 1 = 3	<input type="checkbox"/>
2 + 2 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
3 + 3 = 5	<input type="checkbox"/>
4 + 4 = 4	<input checked="" type="checkbox"/>
5 + 5 = 9	<input type="checkbox"/>

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalte und dann wieder gewählt.

Wenn Sie jetzt noch Fragen haben, wenden Sie sich bitte an Ihre Lehrerin/Ihren Lehrer!
Arbeiten Sie möglichst zügig und konzentriert!

Viel Erfolg bei der Bearbeitung!

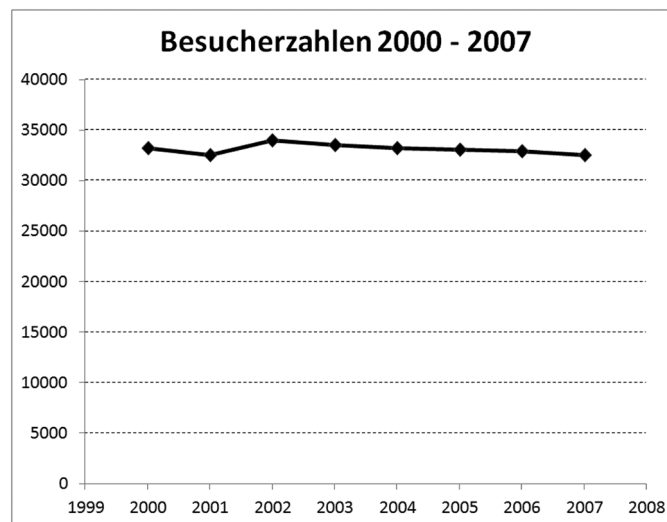
Aufgabe 1

Hallenbad

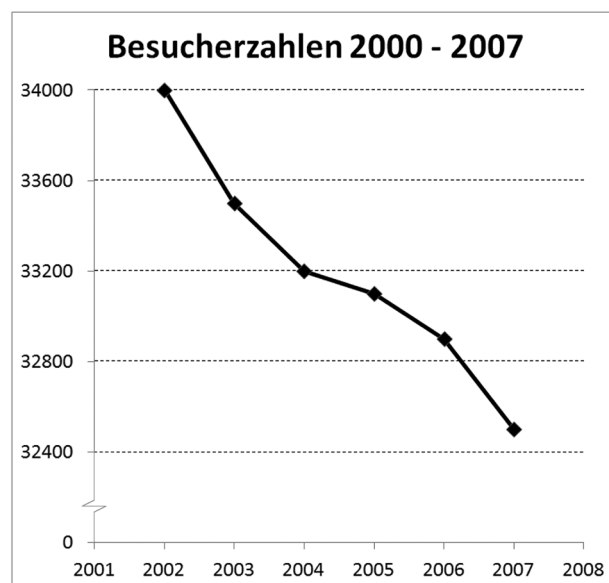
Das örtliche Hallenbad einer kleinen Gemeinde veröffentlicht Anfang 2008 in der Gemeindezeitung eine Statistik über die jährlichen Besucherzahlen und die Anzahl der offenen Tage für die letzten acht Jahre:

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Besucherzahlen	33 200	32 500	34 000	33 500	33 200	33 100	32 900	32 500
offene Tage	197	192	200	195	193	190	186	180

Das Hallenbad bedarf einer Renovierung. Im Gemeinderat steht nun die Entscheidung an, ob Geld in das Hallenbad investiert oder das Hallenbad geschlossen werden soll. Im Vorfeld der Entscheidung veröffentlichen zwei örtliche Gemeinderatsparteien – Partei A und Partei B – folgende Diagramme in ihren Parteizeitschriften:



Partei A



Partei B

Aufgabenstellung:

- a) Geben Sie für jede Partei eine passende Botschaft an, die mit dem jeweiligen Diagramm bezogen auf die Entwicklung der Besucherzahlen transportiert werden soll!

Partei A: _____

Partei B: _____

- b) Partei B hat bei der grafischen Darstellung verschiedene Manipulationen eingesetzt, um die Entwicklung der Besucherzahlen aus ihrer Sicht darzustellen.

Beschreiben Sie zwei dieser angewandten Manipulationen!

- c) A Ermitteln Sie die Besucherzahlen pro Öffnungstag (gerundet auf eine Nachkommastelle) für die entsprechenden Jahre!

Jahr	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Besucher/innen pro Tag								

Formulieren Sie eine dazu passende Aussage in Bezug auf die bevorstehende Entscheidung im Gemeinderat!

Aufgabe 2

Zustandsgleichung idealer Gase

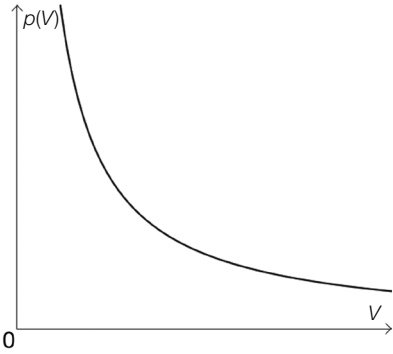
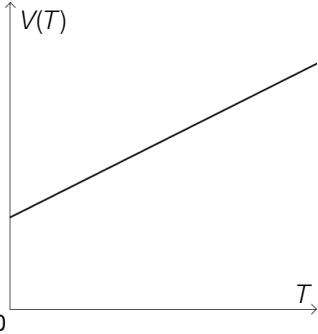
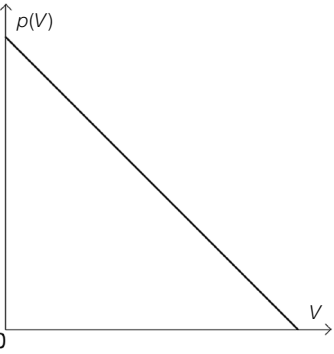
Die Formel $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ beschreibt modellhaft den Zusammenhang zwischen dem Druck p , dem Volumen V , der Stoffmenge n und der absoluten Temperatur T eines idealen Gases und wird *thermische Zustandsgleichung idealer Gase* genannt. R ist eine Konstante.

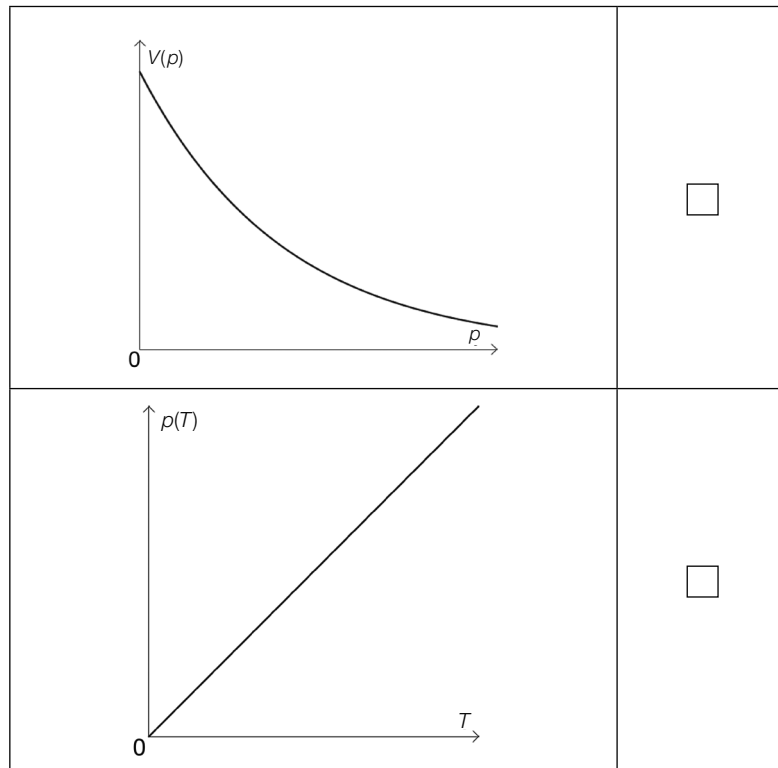
Das Gas befindet sich in einem geschlossenen Gefäß, in dem die Zustandsgrößen p , V und T verändert werden können. Die Stoffmenge n bleibt konstant.

Aufgabenstellung:

- a) Führen Sie alle Möglichkeiten an, die zu einer Verdopplung des Drucks führen, wenn jeweils eine der Zustandsgrößen verändert wird und die anderen Größen konstant bleiben!

Genau zwei der folgenden Graphen stellen die Abhängigkeit zweier Zustandsgrößen gemäß dem oben genannten Zusammenhang richtig dar. Kreuzen Sie diese beiden Graphen an!
Beachten Sie: Die im Diagramm nicht angeführten Größen sind jeweils konstant.

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>



- b) Bei gleichbleibender Stoffmenge und gleichbleibender Temperatur kann das Volumen des Gases durch Änderung des Drucks variiert werden.

Begründen Sie, warum die *mittlere* Änderung des Drucks in Abhängigkeit vom Volumen

$$\frac{p(V_2) - p(V_1)}{V_2 - V_1}$$

für jedes Intervall $[V_1; V_2]$ mit $V_1 \neq V_2$ ein negatives Ergebnis liefert!

Ermitteln Sie jene Funktionsgleichung, die die *momentane* Änderung des Druckes in Abhängigkeit vom Volumen des Gases beschreibt!

Aufgabe 3

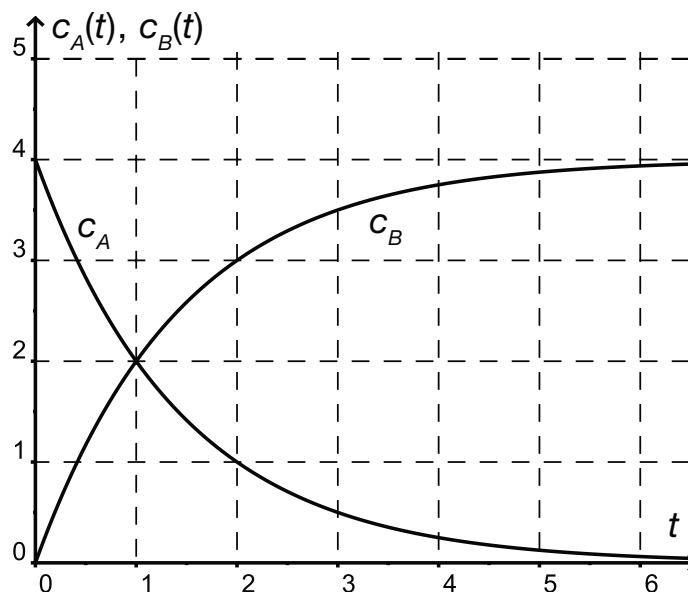
Chemische Reaktionsgeschwindigkeit

Die Reaktionsgleichung $A \rightarrow B + D$ beschreibt, dass ein Ausgangsstoff A zu den Endstoffen B und D reagiert, wobei aus einem Molekül des Stoffes A jeweils ein Molekül der Stoffe B und D gebildet wird.

Die Konzentration eines chemischen Stoffes in einer Lösung wird in Mol pro Liter (mol/L) angegeben. Die Geschwindigkeit einer chemischen Reaktion ist als Konzentrationsänderung eines Stoffes pro Zeiteinheit definiert.

Die unten stehende Abbildung zeigt den Konzentrationsverlauf der Stoffe A und B bei der gegebenen chemischen Reaktion in Abhängigkeit von der Zeit t .

$c_A(t)$ beschreibt die Konzentration des Stoffes A , $c_B(t)$ die Konzentration des Stoffes B . Die Zeit t wird in Minuten angegeben.



Aufgabenstellung:

- a) A Ermitteln Sie anhand der Abbildung die durchschnittliche Reaktionsgeschwindigkeit des Stoffes B im Zeitintervall $[1; 3]$!

Für die gegebene Reaktion gilt die Gleichung $c_A'(t) = -c_B'(t)$. Interpretieren Sie diese Gleichung im Hinblick auf den Reaktionsverlauf!

- b) Bei der gegebenen Reaktion kann die Konzentration $c_A(t)$ des Stoffes A in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine Funktion mit der Gleichung $c_A(t) = c_0 \cdot e^{k \cdot t}$ beschrieben werden.

Geben Sie die Bedeutung der Konstante c_0 an!

Argumentieren Sie anhand des Verlaufs des Graphen von c_A , ob der Parameter k positiv oder negativ ist!

Leiten Sie eine Formel für jene Zeit τ her, nach der sich die Konzentration des Ausgangsstoffes halbiert hat! Geben Sie auch den entsprechenden Ansatz an!

Aufgabe 4

Grenzkosten

Unter den Gesamtkosten eines Betriebes versteht man alle Ausgaben (z. B. Löhne, Miete, Strom, Kosten für Rohstoffe usw.), die für die Produktion anfallen.

Mit mathematischen Mitteln können die Kostenverläufe beschrieben werden, die für Betriebe strategische Entscheidungshilfen sind.

Die Gleichung der Gesamtkostenfunktion K eines bestimmten Produkts lautet:

$$K(x) = 0,001x^3 - 0,09x^2 + 2,8x + 5$$

x ... produzierte Stückanzahl

Aufgabenstellung:

- a) Die Stückkostenfunktion \bar{K} beschreibt die Gesamtkosten pro Stück bei einer Produktionsmenge von x Stück.

A Geben Sie eine Gleichung der Stückkostenfunktion \bar{K} für das oben beschriebene Produkt an! Berechnen Sie die Stückkosten bei einer Produktion von 100 Stück!

- b) Der Wert der Grenzkostenfunktion K' an einer bestimmten Stelle x wird als Kostenzuwachs bei der Steigerung der Produktion um ein Stück interpretiert. Diese betriebswirtschaftliche Interpretation ist im Allgemeinen mathematisch nicht exakt.

Geben Sie das mathematisch korrekte Änderungsmaß an, das der angestrebten Interpretation entspricht!

Für welche Art von Kostenfunktionen ist die betriebswirtschaftliche Interpretation der Grenzkostenfunktion gleichzeitig auch mathematisch exakt? Geben Sie diesen Funktionstyp an!

Aufgabe 5

Sportwagen

Ein Sportwagen wird von 0 m/s auf 28 m/s (≈ 100 km/h) in ca. 4 Sekunden beschleunigt. $v(t)$ beschreibt die Geschwindigkeit in Metern/Sekunde während des Beschleunigungsvorganges in Abhängigkeit von der Zeit t in Sekunden. Die Geschwindigkeit lässt sich durch die Funktionsgleichung $v(t) = -0,5t^3 + 3,75t^2$ angeben.

Aufgabenstellung:

- A) Geben Sie die Funktionsgleichung zur Berechnung der momentanen Beschleunigung $a(t)$ zum Zeitpunkt t an!
Berechnen Sie die momentane Beschleunigung zum Zeitpunkt $t = 2$!
- Geben Sie einen Ausdruck zur Berechnung des in den ersten 4 Sekunden zurückgelegten Weges an! Ermitteln Sie diesen Weg $s(4)$ (in Metern)!
- Angenommen, dieser Sportwagen beschleunigt – anders als ursprünglich angegeben – gleichmäßig in 4 Sekunden von 0 m/s auf 28 m/s. Nun wird mit $v_1(t)$ die Geschwindigkeit des Sportwagens nach t Sekunden bezeichnet.

Geben Sie an, welcher funktionale Zusammenhang zwischen v_1 und t vorliegt!
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung für v_1 !

