Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche

Probereife- und Diplomprüfung/Berufsreifeprüfung

AHS/BHS

2025

(Angewandte) Mathematik

MATHAGO

Vorwort

Auch die 6. Probematura von Mathago hält wieder einige sehr knifflige Aufgaben parat. Dennoch ist es mir wie jedes Jahr ein Bedürfnis ein hohes Niveau bei den Fragestellungen zu erreichen und solche zu finden, die so vielleicht noch nie zu einer Matura gekommen sind, um den Horizont der Schülerinnen und Schüler noch eine Spur mehr zu erweitern. Daher ist davon auszugehen, dass einem diese Probematura schwerer vorkommen mag, als die tatsächliche Mathematik Zentralmatura.

An dieser Stelle möchte ich auch wieder betonen, dass die Probematura von Mathago inhaltlich nichts mit der tatsächlichen Zentralmatura zu tun hat und es auch kein Zusammenhang zu den Vorhersagen zur Zentralmatura existiert. Es ist lediglich eine Ansammlung von bisher nicht dagewesenen Aufgaben und dient lediglich als zusätzliches kostenloses Übungsmaterial für alle Maturantinnen und Maturanten in Österreich.

Neu in diesem Jahr ist, dass es eine gemeinsame Mathago Probematura für AHS und alle BHS Schultypen gibt. Für die AHS ist es ein Mix aus Typ 1 und seit heuer neu auch Typ 2 Aufgaben. Für die BHS Cluster ist es mir eine besondere Freude dieses Jahr zum ersten Mal auch Aufgaben aus den jeweilegen Teil B Themengebieten präsentieren zu dürfen. Auch wenn nicht zu 100% alle Themengebiete abgedeckt sind, besteht die diesjährige Mathago Probematura aus insgesamt rekordverdächtigen 50 Fragestellungen. Um den Überblick zu bewahren, welche Fragestellungen für welchen Schultyp geeignet sind, findet ihr auf der übernächsten Seite eine Tabelle mit der Schultypenrelevanz.

Wie jedes Jahr findet ihr auf den letzten Seiten die Lösungen und auf YouTube wieder ein Lösungsvideo zu dieser Mathago Probematura. Außerdem sind ausführliche Lösungsvideos zu jeder Aufgabe mit GeoGebra, TI Nspire und Casio ClassPad auf app.mathago.at geplant. Ich wünsche euch mindestens genauso viel Spaß beim Lösen der Aufgaben, wie ich beim Erstellen der selbigen hatte.

Euer Deniz

Versionshistorie

Version	Datum	Inhalt
V1.0	28.04.2025	Probematura erstellt
V1.1	28.04.2025	Lösung 1)b) korrigiert, dx bei 8)b) hinzugefügt
V1.2	29.04.2025	Lösung 2)b)3 λ korrigiert

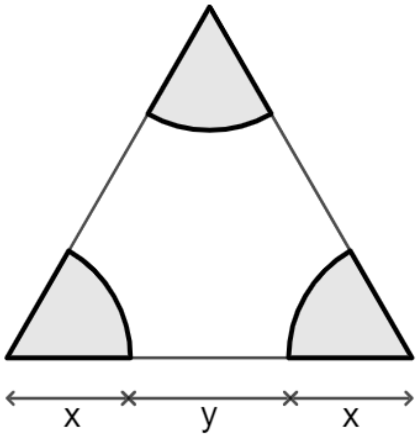
Schultypenrelevanz

Aufgabe	AHS	BHS Cluster				
		P (BAfEP/BASOP/BRP)	T1 (HTL1)	T2 (HTL2)	W1 (HLFS/HUM)	W2 (HAK)
1)a)	X	X	X	X	X	X
1)b)	X	X	X	X	X	X
1)c)	X	X	X	X	X	X
1)d)	X	X	X	X	X	X
1)e)	X	X	X	X	X	X
2)a)	X	X	X	X	X	X
2)b)	X	X	X	X	X	X
2)c)	X	X	X	X	X	X
3)a)	X	X	X	X	X	X
3)b)	X	X	X	X	X	X
3)c)		X	X	X	X	X
3)d)	X	X	X	X		
4)a)	X	X	X	X	X	X
4)b)					X	X
4)c)	X	X	X	X		
5)a)	X	X	X	X	X	X
5)b)	X	X	X	X	X	X
5)c)	X	X	X	X	X	X
5)d)		X	X	X	X	X
6)a)	X	X	X	X	X	X
6)b)	X	X	X	X	X	X
6)c)		X				
7)a)	X	X	X	X	X	X
7)b)					X	X
7)c)					X	X
7)d)					X	X
8)a)	X	X	X	X	X	X
8)b)	X	X	X	X	X	X
8)c)		X				

Aufgabe 1 – Dirty Dancing

Petra besucht mit 4 Freundinnen einen retro Kinoabend und sieht sich dort den Film Dirty Dancing an. Natürlich dürfen auch Snacks und Getränke dabei nicht fehlen.

a) Nachos werden im Kino in Schachteln in Form von gleichseitigen Dreiecken angeboten. In den Ecken befinden sich jeweils Kreisbögen mit dem Radius x, die für die Saucen gedacht sind (grau), die restliche Fläche (weiß) ist für die Nachos (siehe nicht Maßstabsgetäue Skizze).



1) Stellen Sie mit Hilfe von x und y eine Formel zur Berechnung der Fläche, welche für die Nachos gedacht ist, auf.

Es werden 400 Mililiter Käsesauce auf die drei Bereiche für Saucen gleichmäßig verteilt. Dabei gilt $x = 0.8\ dm$.

2) Berechnen Sie wie hoch die Käsesauce in den drei Bereichen für Saucen steht. Geben Sie das Ergebnis in mm an.

b) Wenn ein rohes Maiskorn mit dem Volumen V_M in mm^3 bei der Herstellung von Popcorn aufplatzt, nimmt sein Volumen um das k-Fache zu. Eine Mediumpackung Popcorn hat im besagten Kino eine Länge $l\ cm$, eine Breite $b\ cm$ und eine Höhe $h\ cm$. n gibt die Anzahl an rohen Maiskörnen an, welche notwendig ist um eine Mediumpackung zur Gänze mit Popcorn zu füllen.

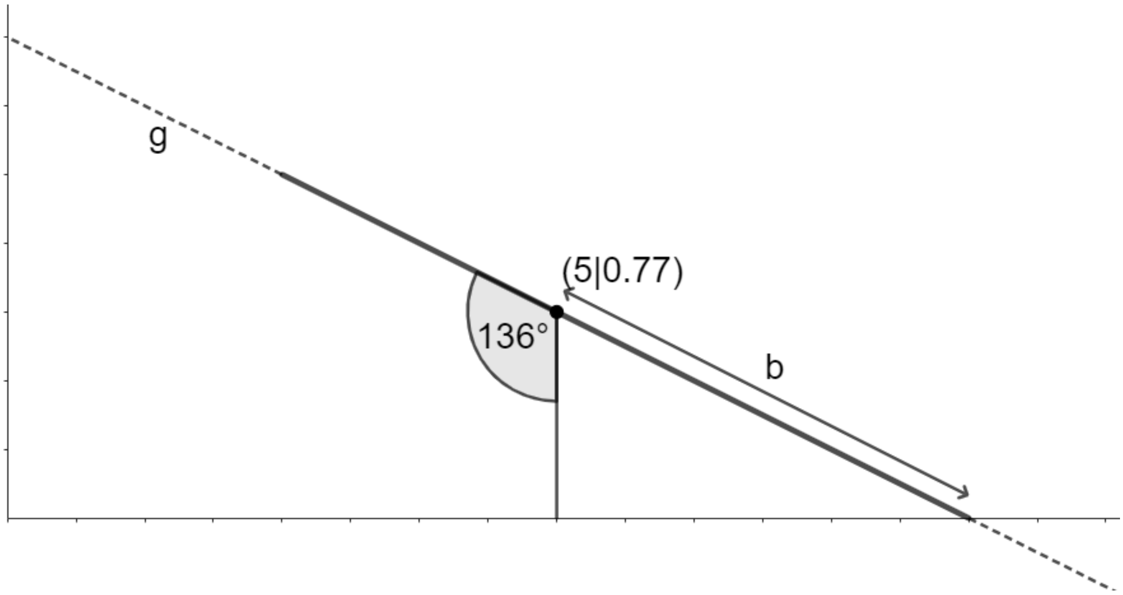
1) Stellen Sie mit Hilfe von V_M, k, l, b und h eine Formel zur Berechnung von n auf.

$n =$ ______________________________

c) Petra kauft für sich und ihre Freundinnen 3 Packungen Popcorn, 2 Portionen Nachos und 5 Softdrinks und zahlt dafür 52€. Als mathematisch versierte Person bemerkt sie sofort, dass der Preis P für eine Packung Popcorn 20% günstiger ist als der Preis N für eine Portion Nachos und dass der Preis S für einen Softdrink um 2€ höher ist als der Preis P für eine Packung Popcorn.

1) Stellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von N, P und S auf.

d) Während des Films Dirty Dancing bewundern Petra und ihre Freundinnen die weltberühmte Hebefigur. Wieder kommt Petras mathematischer Instinkt zum Vorschein und sie stellt sich die Hebefigur wie in folgender Skizze vor:



1) Stellen Sie die Gleichung der linearen Funktion g auf.

2) Berechnen Sie die Länge der Beine b.

e) Petra hat in einem Magazin gelesen, dass die Hebefigur öfters geübt werden musste und die Erfolgswahrscheinlichkeit dabei bei p lag ($0 < p < 1$ und $p \neq 0.5$). Bei einer bestimmten Trainingseinheit wurde die Hebefigur insgesamt 5 mal geübt.

1) Ordnen Sie den vier Wahrscheinlichkeiten jeweils die dazu äquivalente Wahrscheinlichkeit aus A bis F zu. [4 zu 6]

P(„Die Hebefigur gelingt weniger als zweimal“)	
P(„Die Hebefigur gelingt mindestens zweimal“)	
P(„Die Hebefigur gelingt höchstens dreimal“)	
P(„Die Hebefigur gelingt mehr als dreimal“)	

A	1 – P(„Die Hebefigur gelingt höchstens dreimal“)
B	1 – P(„Die Hebefigur gelingt kein einziges Mal“)
C	1 – P(„Die Hebefigur gelingt mindestens viermal“)
D	P(„Die Hebefigur gelingt mehr als viermal nicht“)
E	P(„Die Hebefigur gelingt mindestens viermal nicht“)
F	P(„Die Hebefigur gelingt höchstens dreimal nicht“)

Aufgabe 2 – Marktwerte von Fußballspielern

Je nach Alter und Erfolgen haben Fußballspieler einen gewissen Marktwert, welcher online beispielsweise auf der Seite transfermarkt.at eingesehen werden kann.

a) Der Marktwert von David Alaba lässt sich für den Zeitraum 2019 bis 2023 näherungsweise durch die Polynomfunktion a angeben.

$a(t) = -1.875 \cdot t^4 + 17.5 \cdot t^3 - 56.25 \cdot t^2 + 67.5 \cdot t + 38.125$
$a(t)$ … Marktwert von David Alaba zum Zeitpunkt t in Mio. Euro
t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für 2019 und $0 \leq t \leq 4$

1) Geben Sie an, welchen Marktwert David Alaba laut diesem Modell 2023 hatte.

Zu einem bestimmten Zeitpunkt t_1 stagnierte der Marktwert von David Alaba, sodass der Graph der Funktion a zu diesem Zeitpunkt eine waagrechte Tangente besitzt, aber sein Krümmungsverhalten ändert.

2) Berechnen Sie den Zeitpunkt t_1.

3) Berechnen Sie den maximalen Marktwert von David Alaba im Zeitraum 2019 bis 2023.

b) Der Marktwert von Marko Arnautovic stieg von 5 Mio. Euro im Jahr 2015 auf 35 Mio. Euro im Jahr 2018. Die Funktion M_1 beschreibt diesen Marktwertverlauf.

$M_1(t) = M_0 \cdot a^t$
$M_1(t)$ … Marktwert von Marko Arnautovic zum Zeitpunkt t in Mio. Euro
t … Zeit in Jahren mit $t = 0$ für 2015 und $0 \leq t \leq 3$

1) Stellen Sie die Funktion M_1 auf.

Für den Zeitraum von 2019 bis 2022 lässt sich der Marktwert von Marko Arnautovic durch die Funktion $M_2(t) = 35 \cdot 0.5^{\frac{t}{1.18}}$ darstellen.

2) Interpretieren Sie die Zahl 1.18 im gegebenen Sachzusammenhang.

Man möchte die Funktion M_2 in folgender Form darstellen: $M_2(t) = M_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

3) Berechnen Sie λ.

c) Das arithmetische Mittel der Marktwerte der zehn teuersten Fußballspieler Österreichs lautet $\overline{x_1}$. Betrachtet man nur die Plätze 4 bis 10 auf der Liste der zehn teuersten Fußballspieler Österreichs, so liegt das arithmetische Mittel ihrer Marktwerte bei $\overline{x_2}$. Mit $\overline{x_3}$ wird das arithmetische Mittel der Marktwerte der Top 3 Spieler auf der Marktwertliste bezeichnet.

1) Stellen Sie mit Hilfe von $\overline{x_1}$ und $\overline{x_2}$ eine Formel zur Berechnung von $\overline{x_3}$ auf.

$\overline{x_3} =$ ________________

Aufgabe 3 – Straßenverkehr in Mexiko

a) Der Bürgermeister einer Stadt in Mexiko plant an einer Straße, deren Verlauf einer Polynomfunktion 6. Grades ähnelt, bei jeder Wendestelle, die diese Polynomfunktion hätte, einen Zebrastreifen zu errichten. In der Pressekonferenz, in der der Bürgermeister sein Vorhaben präsentiert, stellt die Journalistin Miranda Veracruz de la Jolla Cardinal, ohne die Gleichung der Polynomfunktion selbst zu kennen, folgende Behauptung auf:

„Die Straße wird entweder keinen, ____①____ oder ____②____ Zebrastreifen haben.“

1) Ergänzen Sie die Textlücken im Satz von Miranda Veracruz de la Jolla Cardinal durch Ankreuzen der jeweils richtigen Zahl so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

①	
1	☐
2	☐
3	☐

②	
4	☐
5	☐
6	☐

b) In einer anderen Stadt in Mexiko plant deren Bürgermeisterin das Bußgeld für zu schnell fahrende Autofahrerinnen und Autofahrer mit Hilfe der Funktion B_1 zu berechnen.

$B_1(v) = 2000 - 3000 \cdot a^v$ mit $0 < a < 1$

$B_1(v)$ … Bußgeld in Abhängigkeit der Geschwindigkeit in mexikanischen Pesos

v … Geschwindigkeit in km/h mit $v > 50$

Sie plant für eine Geschwindigkeit von 70 km/h ein Bußgeld von umgerechnet 54€. Dabei entspricht 1 mexikanischer Peso genau 0.045€.

1) Geben Sie das maximal mögliche Bußgeld an.

2) Berechnen Sie den fehlenden Parameter a.

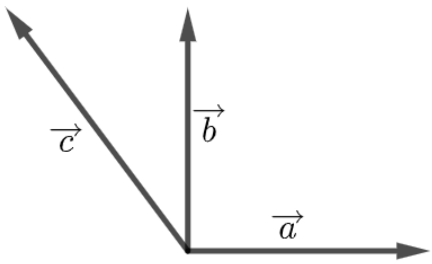
c) Die Bürgermeisterin einer dritten Stadt in Mexiko lässt die Bußgelder für zu schnelles Fahren ebenfalls durch eine Funktion, nämlich B_2 berechnen.

$B_2(v) = 0.4 \cdot v^2 - 30 \cdot v + 500$
$B_2(v)$ … Bußgeld in Abhängigkeit der Geschwindigkeit in mexikanischen Pesos
v … Geschwindigkeit in km/h mit $v > 50$

Auf einer bestimmten Straße, auf der alle zu schnell fahrenden Autos geblitzt werden, ist die Geschwindigkeit der zu schnell fahrenden Autos näherungsweise normalverteilt mit $\mu = 81$ km/h und $\sigma = 10$ km/h

1) Berechnen Sie wie viel Prozent der geblitzten Fahrerinnen und Fahrer ein Bußgeld von mindestens 1500 Pesos zu zahlen haben.

d) In einer vierten Stadt in Mexiko steht ein Wegweiser mit drei Pfeilen, von denen jeweils einer in eine der drei zuvor erwähnten Städte zeigt. Betrachtet man diesen Wegweiser aus der Vogelperspektive, ergibt sich folgendes Bild, welches durch die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ dargestellt werden kann.



Es werden folgende drei Skalarprodukte berechnet: $s_1 = \vec{a} \cdot \vec{b}$, $s_2 = \vec{a} \cdot \vec{c}$ und $s_3 = \vec{b} \cdot \vec{c}$.

1) Ordnen Sie s_1, s_2 und s_3 der Größe nach. Beginnen sie mit dem Kleinsten.

______ < ______ < ______

Aufgabe 4 – Die Medici

Die Familie der Medici aus Florenz bildete vom 15. bis ins 18. Jahrhundert eine einflussreiche italienische Dynastie, aus der Großherzöge der Toskana, drei Päpste und zwei Königinnen von Frankreich hervorgingen. Die Medici erwarben ihren Reichtum überwiegend im Textilhandel. Sie gründeten ein Bankwesen und dominierten – auch durch ihre Beziehungen zum Papsttum – die europäische Finanzwelt der frühen Neuzeit. Ihr Mäzenatentum ermöglichte und prägte die Renaissance in Florenz. Eine der gängisten Geldeinheiten der damaligen Zeit war der Florin.

a) Beim Handel mit Textilwaren setzte einer der Medici folgende Liefergebühren fest. Bis zu einem Warenwert von weniger als 500 Florin fielen 200 Florin Liefergebühr an. Für einen Warenwert von mindestens 500 und weniger als 1000 Florin, verrechnete man 100 Florin Liefergebühr. Ab einem Warenwert von 1000 Florin fielen gar keine Liefergebühren mehr an. Je 100 Gramm der Textilware kostete dem Käufer 20 Florin. Die Gesamtkosten, also Warenwert inklusive der Liefergebühr, für den Käufer der Textilwaren konnte durch die Funktion K dargestellt werden.

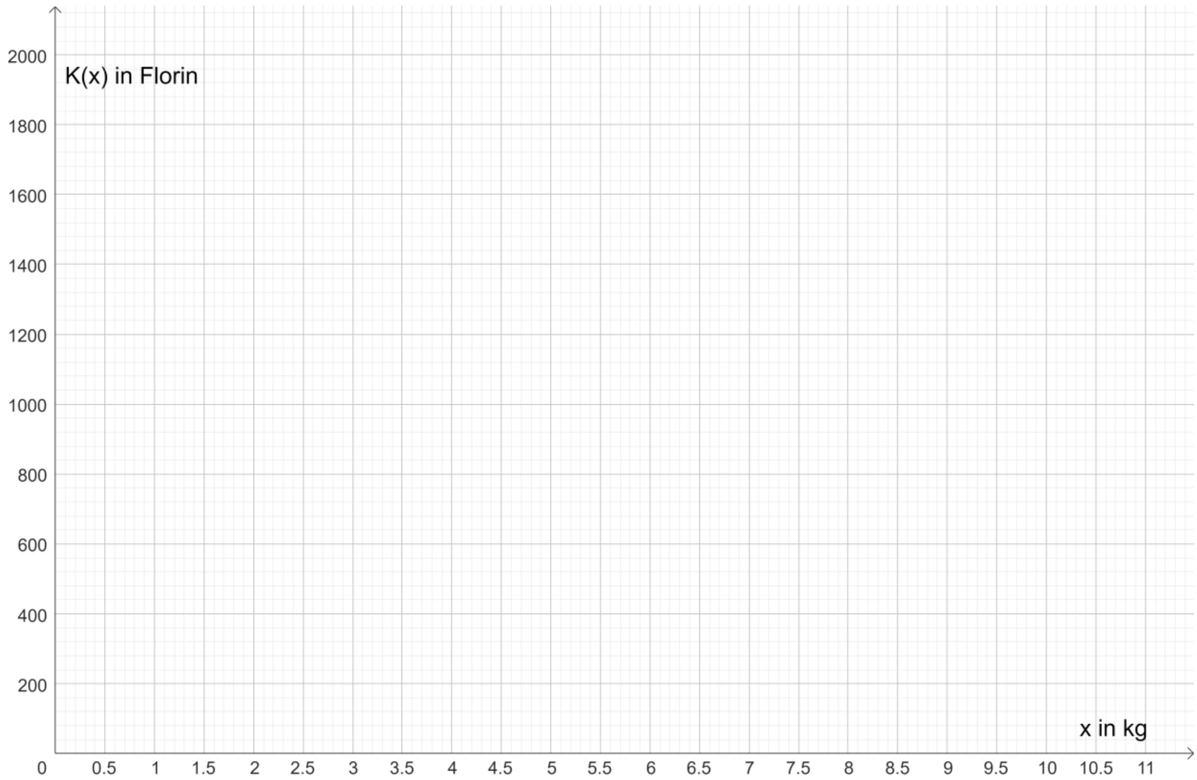
$$K(x) = \begin{cases} 200 \cdot x + 200 & 0 \leq x < \_\_ \\ 200 \cdot x + 100 & \_\_ \leq x < \_\_ \\ 200 \cdot x & x \geq \_\_ \end{cases}$$

$K(x)$ … Gesamtkosten in Abhängkeit der Masse der Textilware in Florin

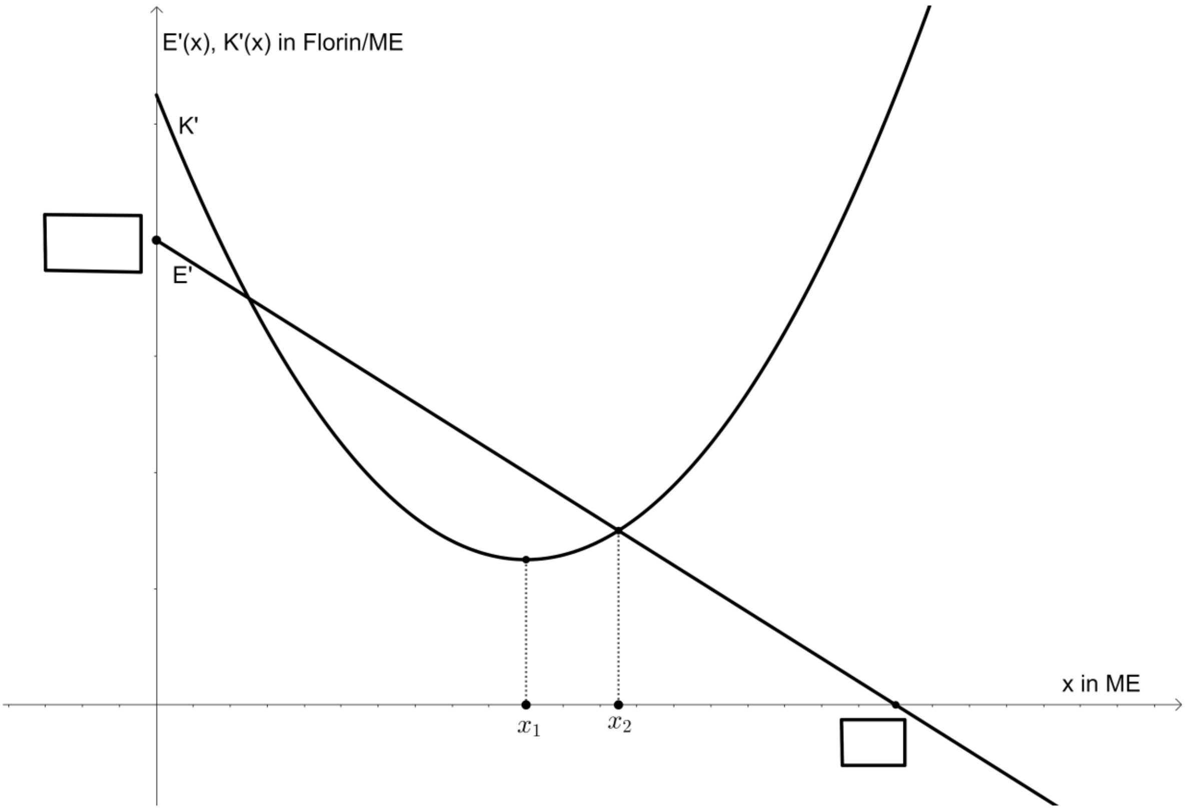
x … Masse der Textilware in kg

1) Vervollständigen Sie die Definitionsbereiche von K.

2) Zeichnen Sie die Funktion K im Intervall $[0; 10]$.



b) In der Nachstehenden Abbildung sind die Grenzerlös- und die Grenzkostenfunktion für eine bestimmte Textilware dargestellt. Man kennt die Sättigungsmenge mit 800 ME und den maximalen Erlös mit 10000 Florin.



1) Tragen Sie die fehlenden Werte auf den Achsen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

2) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Wortes so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Bei x_1 liegt ____①____ , bei x_2 liegt ____②____.

①	
die Kostenkehre	☐
das Betriebsoptimum	☐
das Betriebsminimum	☐

②	
der Break-Even-Point	☐
die Cournot'sche Menge	☐
die obere Gewinngrenze	☐

c) Florenz und Mailand waren nicht unbedingt immer beste Freunde. Würde man eine Karte von Italien mit einem Koordinatensystem überlappen und Florenz den Punkt F zuweisen, so könnte man die Koordinaten des Punktes M für Mailand durch folgende Gleichung berechnen:

$$M = F + k \cdot \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$

Der Vektor $\vec{a}$ stellt jenen Vektor zwischen Florenz und Piacenza, einer Stadt auf der Luftlinie zwischen Florenz und Mailand, dar.

1) Interpretieren Sie k im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 5 – Marie Curie

Marie Curie war eine Physikerin und Chemikerin polnischer Herkunft, die in Frankreich lebte und wirkte. Im Rahmen ihrer Forschungen, für die ihr 1903 ein anteiliger Nobelpreis für Physik und 1911 der Nobelpreis für Chemie zugesprochen wurde, entdeckte sie gemeinsam mit ihrem Ehemann Pierre Curie die chemischen Elemente Polonium und Radium. Marie Curie ist die einzige Frau unter den fünf Personen, denen bisher mehrfach ein Nobelpreis verliehen wurde, und neben Linus Pauling die einzige Person, die Nobelpreise auf zwei unterschiedlichen Fachgebieten erhielt.

a) Das Radium Isotop ^{223}Ra hat eine Halbwertszeit von 11.43 Tagen, das Radium Isotop ^{226}Ra hingegen eine Halbwertszeit von 1602 Jahren. Es werden folgende 2 Funktionen aufgestellt:

$N_{223}(t) = 2 \cdot N_0 \cdot 0.9411\ldots^t$

$N_{223}(t)$ … Vorhandene Menge des Radium Isotop ^{223}Ra in Abhängigkeit der Zeit t (in Tagen)

$N_{226}(t) = N_0 \cdot 0.9995\ldots^t$

$N_{226}(t)$ … Vorhandene Menge des Radium Isotop ^{226}Ra in Abhängigkeit der Zeit t (in Jahren)

1) Tragen Sie in der folgenden Gleichung die fehlende Zahl ein, sodass die Gleichung eine wahre Aussage ergibt.

$$N_{223}(\underline{\qquad}) = N_{226}(3204)$$

Das Radium Isotop ^{216}Ra hat eine Halbwertszeit von 182 Nanosekunden.

2) Berechnen Sie nach welcher Zeit 97% einer ursprünglich vorhandenen Menge des Radium Isotop ^{216}Ra abgebaut wurden. Geben Sie das Ergebnis in Mikrosekunden an.

3) Tragen Sie in folgender Umrechnung die fehlende Hochzahl ein.

$$182\ Nanosekunden = 1.82 \cdot 10^{\square}\ Sekunden$$

b) Während des ersten Weltkriegs entwickelte Marie Curie mobile Röntgenwagen, um vorort an der Front Untersuchungen durchführen zu können. An einem bestimmten Tag sprang sie zum Zeitpunkt t_0 bei einem Schlachtfeld in einen mit konstanter positiver Beschleunigung bereits in Schritttempo fahrenden Röntgenwagen auf und kam zum Zeitpunkt t_1 bei einem anderen Schlachtfeld an. Die Geschwindigkeit des Röntgenwagens zu beiden Zeitpunkten wird mit $v(t_0)$ bzw. $v(t_1)$ angegeben.

1) Stellen Sie mit Hilfe von t_0, t_1, $v(t_0)$ und $v(t_1)$ eine Formel zur Berechnung der Distanz d zwischen den beiden Schlachtfeldern auf.

$d =$ ______________________

c) 1921 reiste Marie Curie mit dem Schiff Olympic, einem Schwesternschiff der Titanic, von der französischen Hafenstadt Cherbourg nach New York. Die Länge der Strecke Cherbourg – New York beträgt 5533 km. Sie benötigte für die Überfahrt 7 Tage. Geschwindigkeiten von Schiffen werden gerne in Knoten angegeben. 1 Koten entspricht einer Geschwindigkeit von 1.852 km/h.

1) Geben Sie die die durchschnittliche Geschwindigkeit der Olympic bei dieser Überfahrt in Knoten an.

d) Die Dauer der Telefongespräche von Marie Curie mit ihrer besten Freundin in Minuten ist annähernd normalverteilt, wobei [30;50] ein symmetrisches Intervall von 68.3% rund um den Erwartungswert der Dauer ihrer Telefongespräche ist. Für ihren Ehemann Pierre gilt für die Dauer der Telefongespräche mit seinem besten Freund ebenfalls eine annähernde Normalverteilung. Bei ihm ist [2;56] ein symmetrisches Intervall von 99.7% rund um den Erwartungswert der Dauer seiner Telefongespräche. Man kennt die Koordinaten des jeweiligen Hochpunkts der Dichtefunktionen. Für Marie gilt $H_M(x_M|y_M)$, für Pierre $H_P(x_P|y_P)$.

1) Ergänzen Sie die nachstehenden Lücken mit den Rechenoperatoren $<$, $=$ und $>$.

x_M ____ x_P

y_M ____ y_P

Aufgabe 6 – Johann Strauß Sohn

Johann Baptist Strauss war ein österreichischer Kapellmeister und Komponist und wurde als „Walzerkönig“ international geschätzt. Zur Unterscheidung von seinem gleichnamigen Vater wird er auch als Johann Strauss (Sohn) bezeichnet. Er feiert 2025 seinen 200. Geburtstag.

a) Ein Markenzeichen von Johann Strauß Sohn war sein Backenbart. Der Verlauf des Backenbarts kann vereinfacht durch die Funktion $B(x) = \frac{1}{81} \cdot (8 \cdot x^4 - 144 \cdot x^2 + 648)$ dargestellt werden.

   1) Zeigen Sie mit Hilfe der Differentialrechnung, dass die Funktion B im Intervall $[-1.5; 1.5]$ durchgehend rechts gekrümmt ist.

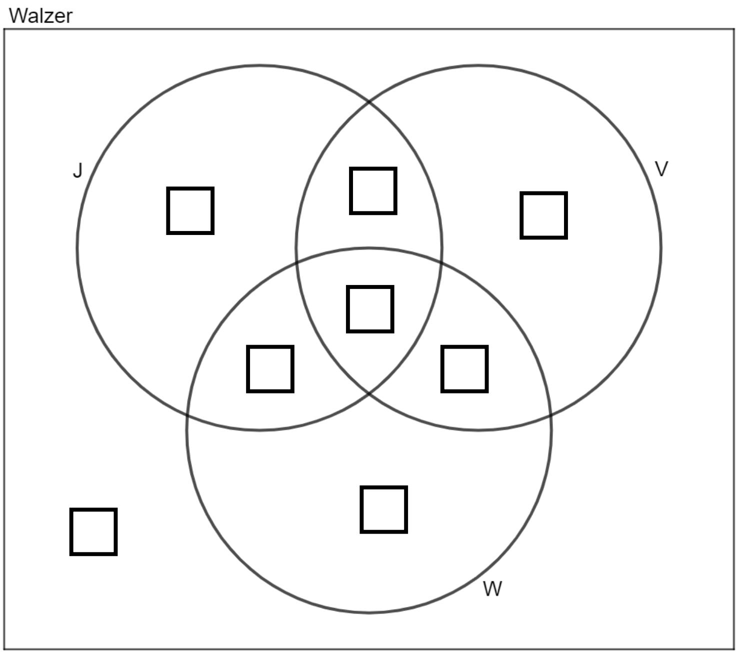
b) Johann Strauß Sohn war zu seiner Zeit ein richtiger Popstar. Seine Verehrerinnen verlangten immer wieder nach Locken seiner Frisur. Um den Verlust der eigenen Haarpracht in Grenzen zu halten, schnitt er kurzerhand seinem Pudel Haare ab und schenkte sie als seine eigenen Locken seinen Verehrerinnen.
   Pro cm^2 Haut hatte sein Pudel x Haare. Außerdem besaß der Pudel insgesamt $y\ dm^2$ Haut an dem ihm Haare wuchsen. Johann Strauß Sohn schenkte seinen Verehrerinnen stets genau z Pudelhaare. n gibt die Anzahl von Verehrerinnen an, welche Johann Strauß Sohn maximal beschenken konnte, bis der Pudel komplett kahlgeschoren war.

   1) Stellen Sie mit Hilfe von x, y und z eine Formel zur Berechnung von n auf.

   $n =$ ________________________

c) Johann Strauß Sohn hat alleine in Summe 167 Walzer komponiert. 151 davon wurden in Wien, 86 vor dem Jahr 1859 und 45 im Monat Januar uraufgeführt. 77 seiner Walzer wurden in Wien vor 1859 uraufgeführt. 44 seiner Walzer wurden in Wien im Januar uraufgeführt. 21 seiner Walzer wurden im Januar vor 1859 uraufgeführt. Insgesamt gibt es 20 Walzer von Johann Strauß Sohn, welche in Wien im Januar vor 1859 uraufgeführt wurden. Nachstehend ist ein Venn Diagramm mit folgenden Mengen abgebildet:

J … Menge aller Walzer, die im Januar uraufgeführt wurden
V … Menge aller Walzer, die vor dem Jahr 1859 uraufgeführt wurden
W … Menge aller Walzer, die in Wien uraufgeführt wurden



1) Tragen Sie in das Venn Diagramm die jeweilige Anzahl der Walzer ein.

2) Geben Sie an, wie viel Prozent aller Walzer von Johann Strauß Sohn in der Menge $W \setminus J$ liegen.

3) Kennzeichnen Sie im Venn Diagramm die Menge $(V \cup J) \setminus W$

4) Vervollständigen Sie die folgenden Sätze mit den entsprechenden Zahlen:

Ab 1859 wurden außerhalb Wiens ___ Walzer im Januar Uraufgeführt. Vor 1859 wurden insgesamt ___ außerhalb von Wien uraufgeführt. ___ Walzer wurden in Wien weder vor 1859 noch im Januar uraufgeführt. Es gibt nur ___ Walzer, die ab 1859 in den Monaten Februar bis Dezember außerhalb von Wien uraufgeführt wurden.

Aufgabe 7 – Leibrente

Eine Leibrente ist eine lebenslange Rente, die der Verkäufer einer Immobilie vom Käufer erhält, anstatt eines sofortigen Kaufpreises. Fridolin, 58 Jahre alt, verkauft sein Haus, welches einen heutigen Wert von 400.000€ hat, für eine Leibrente an die dubiose Immobilien Investment Firma Schein & Heilig GmbH.

a) Um ihr Risiko abschätzen zu können, erstellt die Schein & Heilig GmbH eine Funktion P.

$P(t)$ … Sterbewahrscheinlichkeit einer Person in Abhängigkeit des Alters t.
t … Alter in Jahren mit $t = 0$ für das Alter von 58 Jahren

1) Ordnen Sie den beiden Wahrscheinlichkeiten den zutreffenden Term aus A bis D zu. [2 zu 4]

P(„Fridolin wird höchstens 60 Jahre alt")	
P(„Fridolin wird mehr als 60 Jahre alt")	

A	$P(0) \cdot P(1) \cdot P(2)$
B	$\big(1 - P(0)\big) \cdot \big(1 - P(1)\big) \cdot \big(1 - P(2)\big)$
C	$1 - P(0) \cdot P(1) \cdot P(2)$
D	$1 - \big(1 - P(0)\big) \cdot \big(1 - P(1)\big) \cdot \big(1 - P(2)\big)$

Da das Risiko, Fridolin könnte zu lange leben und sie durch eine zu lange Leibrente ein Minusgeschäft machen würden, beschließt die Schein & Heilig GmbH Fridolin zu beseitigen. Sie planen drei von einander unabhängige Attentatsversuche auf Fridolin. Zuerst einen Giftanschlag mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit von 40%, dann eine Messerattacke mit einer Erfolgswahrscheinlichkeit p und zu guter letzt einen Drohnenangriff, dessen Erfolgswahrscheinlichkeit um 20% höher ist als jene einer Messerattacke.

2) Stellen Sie mit Hilfe von p einen Term zur Berechnung folgender Wahrscheinlichkeit auf:

$P(\text{"Fridolin überlebt alle 3 Attentate"}) =$ __________________________

Die Wahrscheinlichkeit, dass Fridolin nach der Serie der drei Attentate das Zeitliche gesegnet hat liegt bei 88%.

3) Berechnen Sie p.

b) Fridolin möchte, dass er innerhalb von 10 Jahren bei einem Zinssatz $i = 4\%\ p.a.$ durch eine monatliche nachschüssige Leibrente den heutigen Wert des Hauses erhalten hat.

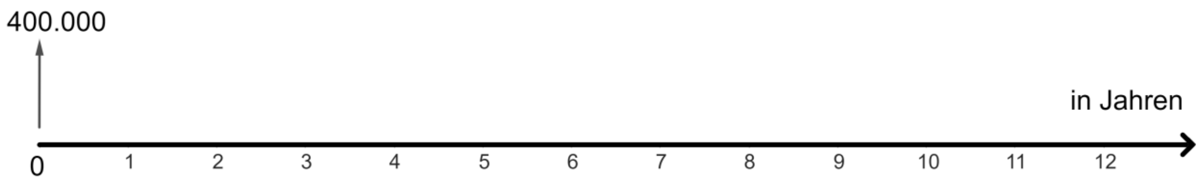
1) Berechnen Sie die Höhe der monatlichen Leibrente.

c) Die Schein & Heilig GmbH bietet Fridolin eine nachschüssige Leibrente von 10.000€ pro Quartal und einen Zinsatz $i_4 = 1.1\%\ p.q.$ an.

1) Berechnen Sie, wie alt Fridolin werden muss, damit sich dieses Modell für ihn lohnt.

d) Schlußendlich einigen sich Fridolin und die Schein & Heilig GmbH auf folgende Rechnung:

$$400000 \cdot (1+i)^4 = 100000 \cdot (1+i)^2 + 150000 + 50000 \cdot \frac{(1+i)^5 - 1}{i} \cdot \frac{1}{(1+i)^7}$$



1) Tragen Sie alle Geldbeträge auf der Zeitachse ein.

2) Berechnen Sie i.

Aufgabe 8 – Instrumente

a) Die Schallgeschwindigkeit beeinflusst die Tonhöhe der Blockflöte. Der Zusammenhang zwischen der Schallgeschwindigkeit und der Temperatur kann durch die folgende Funktion c dargestellt werden:

$$c(T) = 331.5 \cdot \sqrt{1 + \frac{T}{273.15}}$$

$c(T)$ … Schallgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Temperatur T in m/s

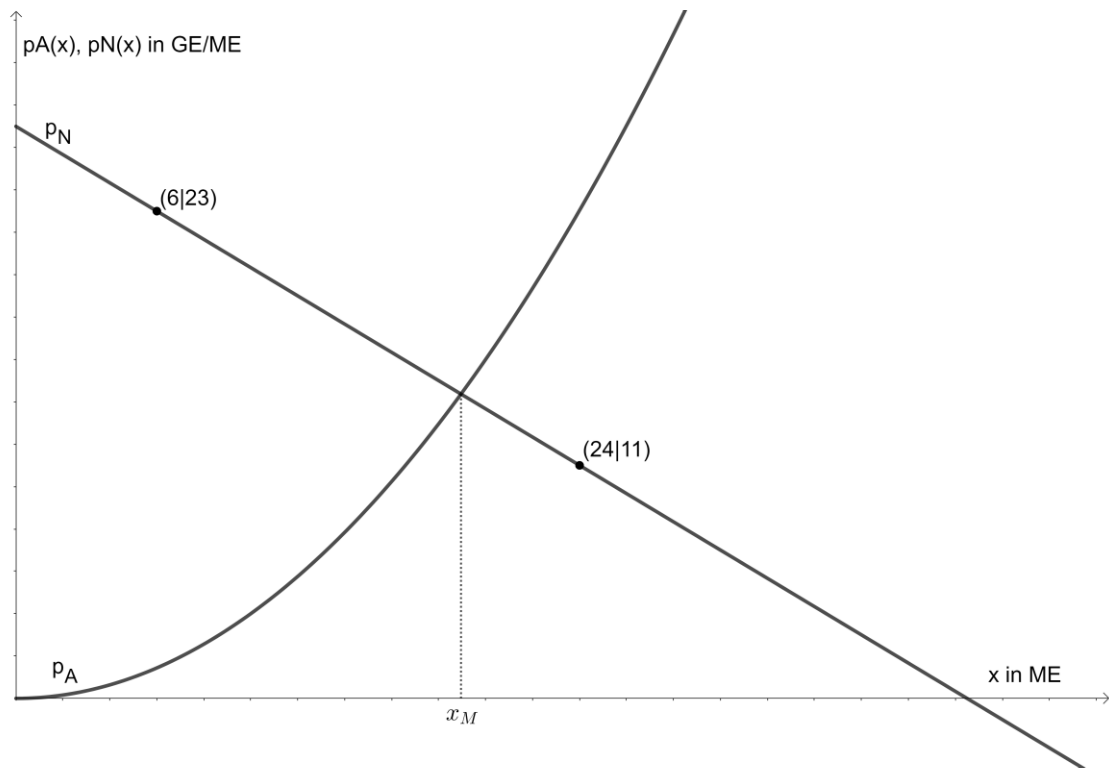
T … Temperatur in °C

1) Berechnen Sie, bei welcher Temperatur die Schallgeschwindigkeit 350 m/s beträgt.

Melissa spielt bei 25 °C im Garten ihre Blockflöte und ihre 17 Meter entfernte Nachbarin Andromeda lauscht ihren Klängen.

2) Ermitteln Sie, wie viel Zeit der Schall von Melissa zu Andromeda benötigt. Geben Sie den Wert in Millisekunden an.

b) Der Geigenbauer Castro‘s Fidel hat den Geigenmarkt beobachtet und folgende Grafik mit der Angebotsfunktion p_A und der Nachfragefunktion p_N erstellt.



1) Stellen Sie die lineare Nachfragefunktion p_N auf.

2) Berechnen Sie die Sättigungsmenge.

Die Produzentenrente ist in der Ökonomie der Vorteil, den Produzenten aus dem Verkauf ihrer Waren ziehen, wenn der Marktpreis über dem Preis liegt, den sie mindestens erzielen müssten, um ihre Waren anzubieten. Castros Fidel weiß, dass man die Produzentenrente durch folgenden Ausdruck darstellen kann:

$$\int_0^{x_M} \left(p_N(x_M) - p_A(x)\right) dx$$

3) Zeichnen Sie die Produzentenrente in der obigen Abbildung ein.

c) Mit einer klassischen Gitarre lassen sich bis zu 43 Töne, welche unterschiedliche Frequenzen besitzen, anstimmen. Die mathematische Vorschrift zur Bestimmung der Frequenz f_n der Töne auf der gesamten Tonleiter kann durch eine geometrische Folge dargestellt werden. Der dritte Ton hat eine Frequenz von 98 Hz (Hertz), der 26. Ton eine Frequenz von 370 Hz.

1) Stellen Sie das explizite Bildungsgesetz für die Frequenz f_n einer klassischen Gitarre auf.

Der gemeinsame Ton, auf den die Instrumente eines Ensembles gestimmt werden, ist das eingestrichene „a“ mit einer Frequenz von 440 Hz, welcher auch Kammerton genannt wird.

2) Bestimmen Sie, der wie vielte Ton der geometrischen Folge der Kammerton ist.

Lösungen Aufgabe 1

a) 1) $A = \frac{(2 \cdot x + y)^2}{4} \cdot \sqrt{3} - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot x^2$

2) 39.8 mm

b) 1) $n = \frac{l \cdot b \cdot h}{k \cdot V_M} \cdot 1000$

c) 1) $3 \cdot P + 2 \cdot N + 5 \cdot S = 52$

$P = 0.8 \cdot N$

$S = P + 2$

d) 1) $g(x) = -\tan(46°) \cdot x + 5.9$ bzw. $g(x) = -1.0355 \cdot x + 5.9$

2) $b = 107\ cm$

e) 1)

P(„Die Hebefigur gelingt weniger als zweimal“)	E
P(„Die Hebefigur gelingt mindestens zweimal“)	F
P(„Die Hebefigur gelingt höchstens dreimal“)	C
P(„Die Hebefigur gelingt mehr als dreimal“)	A

A	1 – P(„Die Hebefigur gelingt höchstens dreimal“)
B	1 – P(„Die Hebefigur gelingt kein einziges Mal“)
C	1 – P(„Die Hebefigur gelingt mindestens viermal“)
D	P(„Die Hebefigur gelingt mehr als viermal nicht“)
E	P(„Die Hebefigur gelingt mindestens viermal nicht“)
F	P(„Die Hebefigur gelingt höchstens dreimal nicht“)

Lösungen Aufgabe 2

a) 1) $a(4) = 48.125\ Mio\ €$

2) $t_1 = 3$ (2022)

3) 65 Mio. €

b) 1) $M_1(t) = 5 \cdot 1.913^t$

2) Der Marktwert von Marko Arnautovic halbierte sich im Zeitraum von 2019 bis 2022 binnen 1.18 Jahren.

3) $\lambda = 0.58741$

c) 1) $\overline{x_3} = \frac{\overline{x_1} \cdot 10 - \overline{x_2} \cdot 7}{3}$

Lösungen Aufgabe 3

a) 1)

①	
1	☐
2	X
3	☐

②	
4	X
5	☐
6	☐

b) 1) 2000 mexikanische Pesos

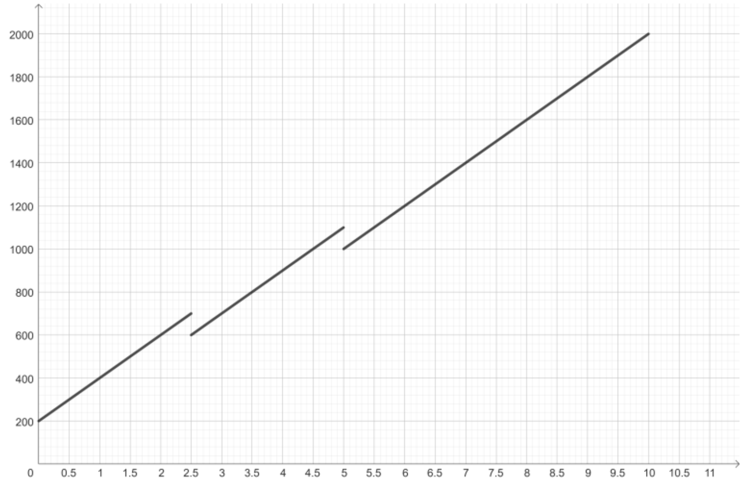
2) $a = 0.98129$

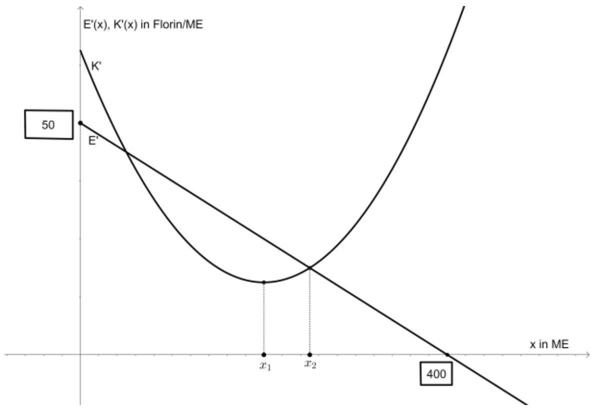
c) 1) 2.87 %

d) 1) $s_2 < s_1 < s_3$

Lösungen Aufgabe 4

a) 1) $K(x) = \begin{cases} 200 \cdot x + 200 & 0 \leq x < 2.5 \\ 200 \cdot x + 100 & 2.5 \leq x < 5 \\ 200 \cdot x & x \geq 5 \end{cases}$

2) 

b) 1) 

2)

①	
die Kostenkehre	X
das Betriebsoptimum	☐
das Betriebsminimum	☐

②	
der Break-Even-Point	☐
die Cournot'sche Menge	X
die obere Gewinngrenze	☐

c) 1) k ist die Länge der Luftlinie zwischen Florenz und Mailand

Lösungen Aufgabe 5

a) 1) $N_{223}(34.29) = N_{226}(3204)$

2) $0.92\ \mu s$

3) $182\ Nanosekunden = 1.82 \cdot 10^{-7} Sekunden$

b) 1) $d = \frac{v(t_0)+v(t_1)}{2} \cdot (t_1 - t_0)$

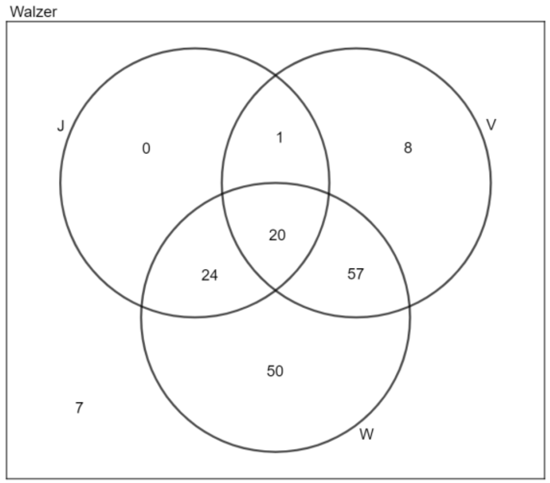
c) 1) 17.78 Knoten

d) 1) $x_M > x_P$ und $y_M < y_P$

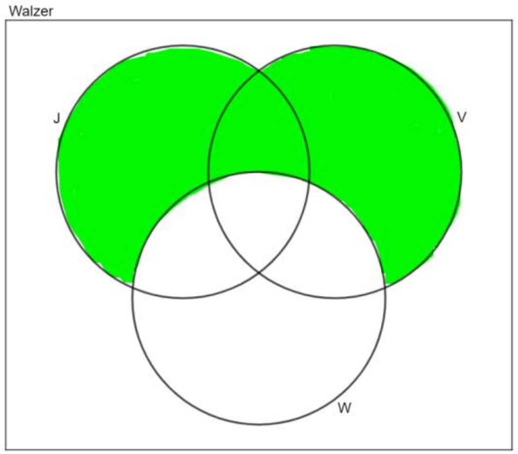
Lösungen Aufgabe 6

a) 1) $B''(x) = 0, \rightarrow x = \pm 1.73$, z.B. $B''(0) = -\frac{32}{9} < 0$

b) 1) $n = \frac{100 \cdot x \cdot y}{z}$

c) 1) 

2) $\frac{50+57}{167} = 0.641 = 64.1\ \%$

3) 

4) Ab 1859 wurden außerhalb Wiens _0_ Walzer im Januar Uraufgeführt. Vor 1859 wurden insgesamt _9_ außerhalb von Wien uraufgeführt. _50_ Walzer wurden in Wien weder vor 1859 noch im Januar uraufgeführt. Es gibt nur _7_ Walzer, die ab 1859 in den Monaten Februar bis Dezember außerhalb von Wien uraufgeführt wurden.

Lösungen Aufgabe 7

a) 1)

P(„Fridolin wird höchstens 60 Jahre alt")	D
P(„Fridolin wird mehr als 60 Jahre alt")	B

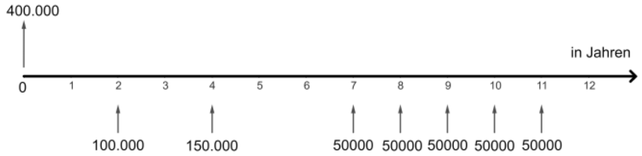
A	$P(0) \cdot P(1) \cdot P(2)$
B	$(1 - P(0)) \cdot (1 - P(1)) \cdot (1 - P(2))$
C	$1 - P(0) \cdot P(1) \cdot P(2)$
D	$1 - (1 - P(0)) \cdot (1 - P(1)) \cdot (1 - P(2))$

2) $0.6 \cdot (1 - p) \cdot (1 - 1.2 \cdot p)$

3) $p = 0.5$

b) 1) $R = 4036.22$

c) 1) 71.25 Jahre

d) 1) 

2) $i = 3.845\ \%$

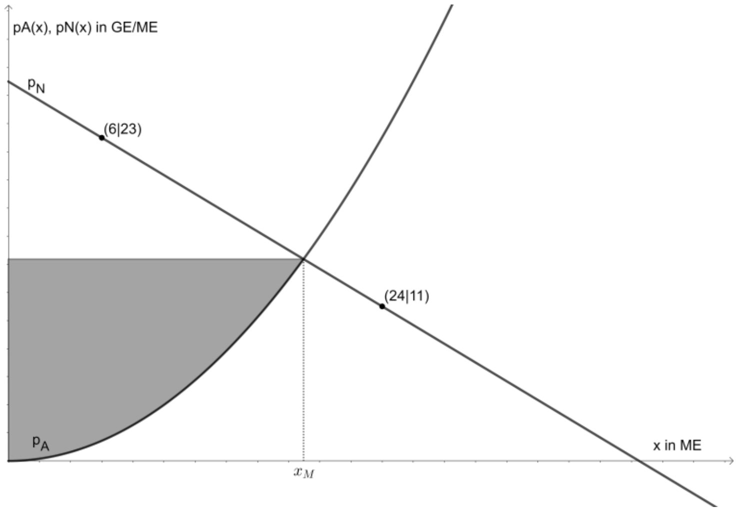
Lösungen Aufgabe 8

a) 1) $T = 31.34\ °C$

2) 49 ms

b) 1) $p_N(x) = -\frac{2}{3} \cdot x + 27$

2) $x = 40.5\ ME$

3) 

c) 1) $f_n = 87.308 \cdot 1.05946^{n-1}$

2) $n = 29$