Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte

schriftliche Probereifeprüfung

AHS

2023

Mathematik

Typ-1 Aufgaben

MATHAGO

An dieser Stelle sei nochmals darauf hingewiesen, dass diese Probematura in keinerlei Zusammenhang mit der Matura am 03. Mai 2023 steht. Sie ist lediglich ein zusätzliches kostenloses Übungsmaterial, das von Mathago zur Verfügung gestellt wird. Des weiteren sei erwähnt, dass die Probematura als „schwer“ empfunden werden könnte. Das ist OK und auch Absicht. Ich versuche so gut es geht neuartige Fragestellungen zu finden, die so bisher (noch) nicht gekommen sind. D.h. primäres Ziel der Probematura ist es nicht bekannte Fragemuster zu wiederholen, sondern etwas über den Tellerrand zu schauen und auf neuartige Fragen besser vorzubereiten.

Rellevanz der vorliegenden Aufgaben für die unterschiedlichen Schultypen

	AHS	Cluster P	Cluster T1	Cluster T2	Cluster W1	Cluster W2
Aufgabe 1	X					
Aufgabe 2	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 3	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 4	X	X	X	X		
Aufgabe 5	X			X		
Aufgabe 6	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 7	X				X	X
Aufgabe 8	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 9	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 10	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 11	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 12	X			X		
Aufgabe 13	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 14	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 15	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 16	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 17	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 18	X				X	X
Aufgabe 19	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 20	X					
Aufgabe 21	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 22	X	X	X	X	X	X
Aufgabe 23	X	X				
Aufgabe 24	X	X	X	X	X	X

Aufgabe 1

Zahlenmengen

Gegeben sind Aussagen über Zahlenmengen.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene Aussage an, die nicht richtig ist.

Jede Primzahl ist eine ganze Zahl	☐
Jede rationale Zahl ist eine reelle Zahl	☐
Jede Irrationale Zahl ist eine reelle Zahl	☐
Jede ganze Zahl ist keine irrationale Zahl	☐
Jede natürliche Zahl ist eine Primzahl	☐
Jede reelle Zahl ist eine komplexe Zahl	☐

Aufgabe 2

Schleife um den Flughafen

Auf einem Flughafen landen täglich n Flugzeuge. p % dieser Flugzeuge müssen eine zusätzliche Schleife um den Flughafen drehen. Bei jeder Schleife werden x Liter Kerosin zusätzlich verbraucht.

Aufgabenstellung:

Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Gesamtverbrauchs G an zusätzlichem Kerosin auf Grund von Schleifen in einem Jahr in m^3 an.

$G =$ ____

Aufgabe 3

Soldatinnen und Soldaten

Ein Artikel auf orf.at (https://orf.at/stories/3307988/) berichtet Folgendes:

Derzeit sind 645 Soldatinnen bei der Truppe, der Frauenanteil liege damit bei 4.3 %. Vor zehn Jahren waren es noch 350 Soldatinnen, was einem Anteil von 2.3 % entsprach.

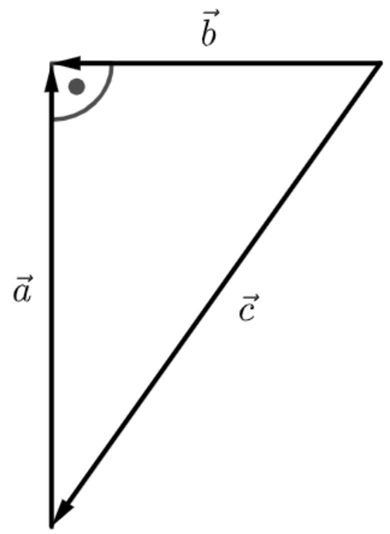
Aufgabenstellung:

Geben Sie an, um wie viele Personen sich die Anzahl der Soldatinnen und Soldaten in diesen 10 Jahren insgesamt verändert hat.

Aufgabe 4

Skalarprodukte

Gegeben ist eine Skizze mit drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$.



Aufgabenstellung:

Ordnen Sie die Ergebnisse der drei Skalarprodukte $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$ und $\vec{b} \cdot \vec{c}$ der Größe nach und beginnen Sie beim Kleinsten.

___________<___________<___________

Aufgabe 5

Ballonfahrt

Ein Heißluftballon startet vom Ausgangsort A (0|0|150) und somit in 150 Meter Seehöhe und begibt sich geradlinig in Richtung des Punktes P (300|400|600), welchen er nach 6 Minuten erreicht.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene beiden Aussagen, die der Wahrheit entsprechen, an.

Der Ballon hat seit dem Start 600 Meter an Höhe gewonnen.	☐
Der Ballon ist mit einer mittleren Geschwindigkeit von ca. 1.87 m/s unterwegs.	☐
Der Ballon hat nach 6 Minuten eine horizontale Entfernung von 500 m vom Ausgangsort A.	☐
Fliegt der Ballon vom Punkt P aus entlang des Vektors $\begin{pmatrix} -300 \\ -400 \\ -600 \end{pmatrix}$, so landet er wieder am Ausgangsort A.	☐
Pro Minute steigt der Ballon um 100 m.	☐

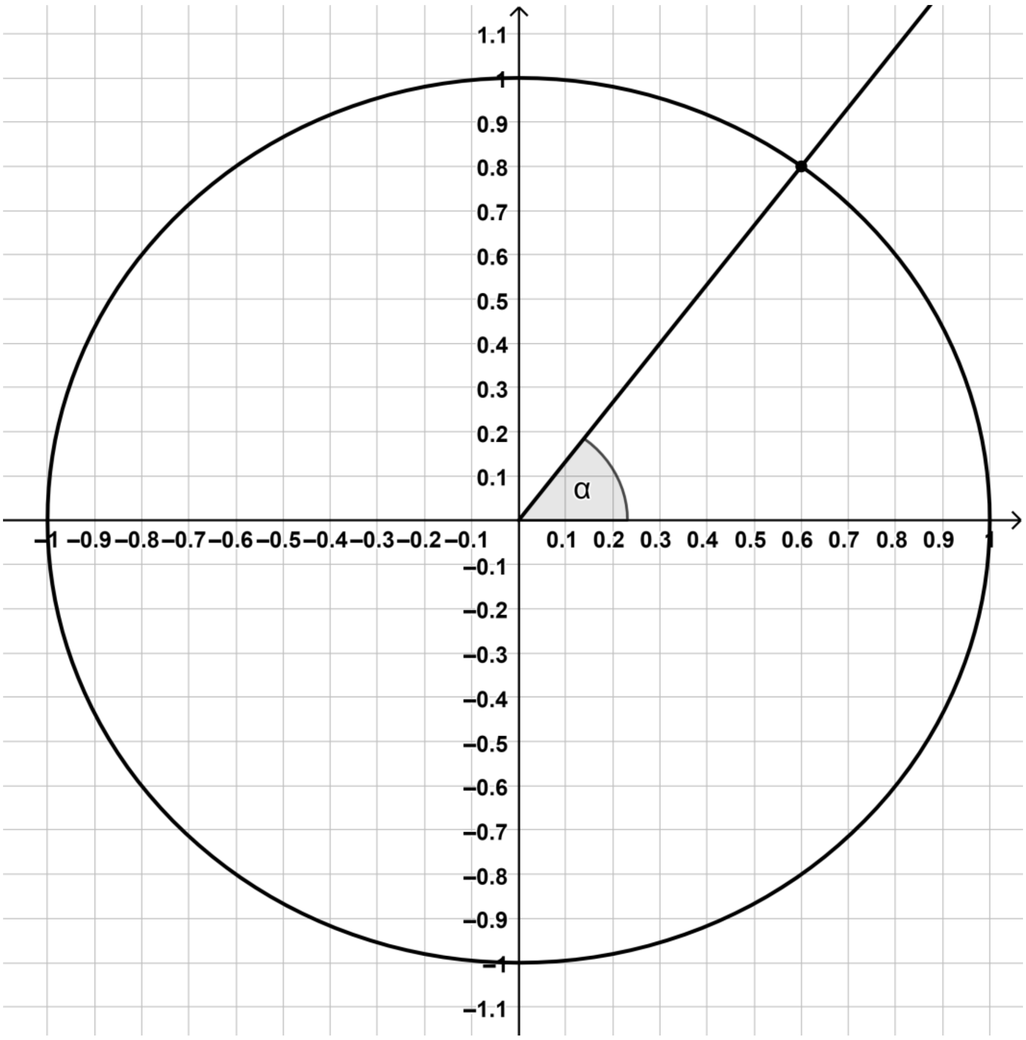
Aufgabe 6

Einheitskreis

In der nachstehenden Abbildung ist ein Einheitskreis gegeben. In diesen wurde der Winkel α eingezeichnet. Des Weiteren gilt $\cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha)$.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie einen möglichen Winkel β in den Einheitskreis ein.



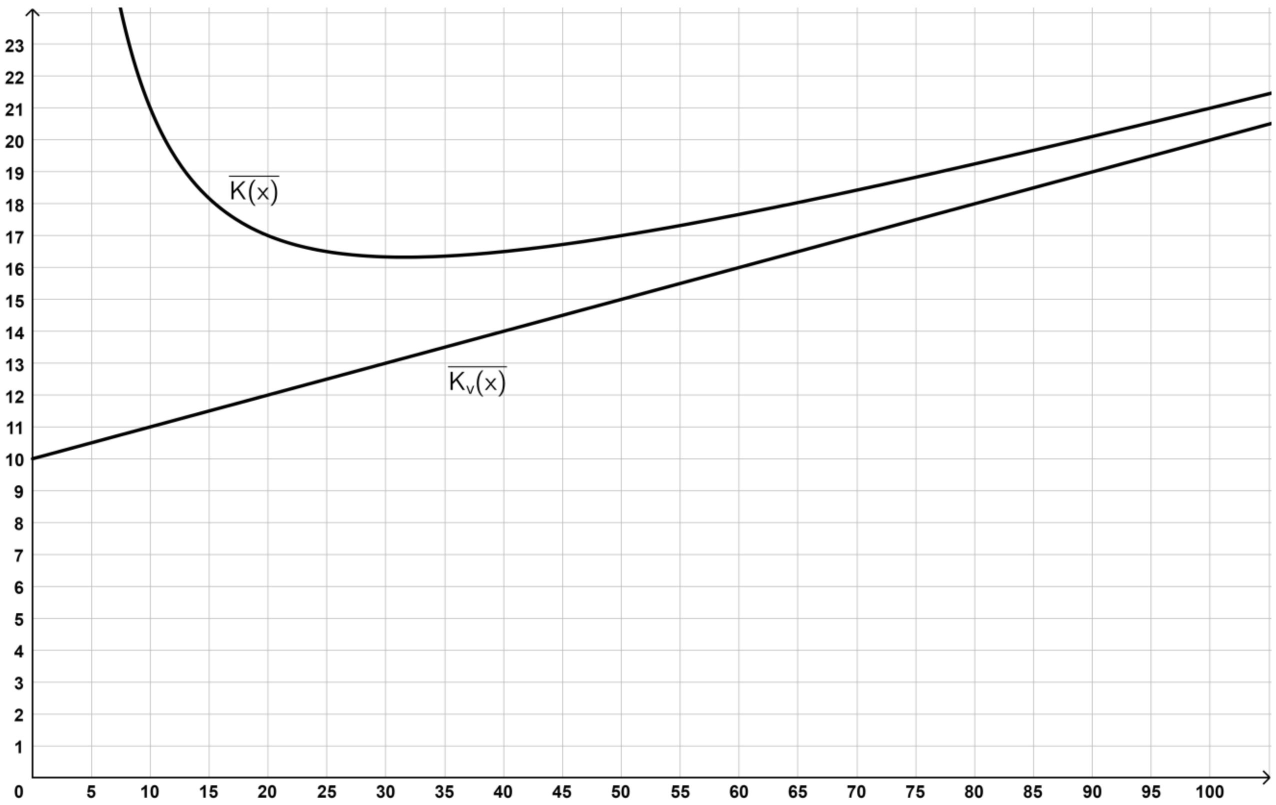
Aufgabe 7

Fixkosten

Im nachstehenden Koordinatensystem ist die Durchschnittskostenfunktion $\overline{K(x)}$ und die dazugehörige variable Durchschnittskostenfunktion $\overline{K_v(x)}$ eingezeichnet.

Aufgabenstellung:

Lesen Sie die Fixkosten der dazugehörigen Kostenfunktion $K(x)$ ab.



Aufgabe 8

Pinguine

Die Funktion P ordnet modellhaft dem südlichen Breitengrad die Körpergröße der dort lebenden Pinguine zu.

$P(x) = 0.024 \cdot x - 0.4$ mit $35 \leq x \leq 65$

x… südlicher Breitengrad

$P(x)$… Körpergröße eines Pinguins in Abhängigkeit des Breitegrades ihres Lebensraums in m

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie auf welchem südlichen Breitengrad gemäß diesem Modell ein 80 cm großer Pinguin lebt.

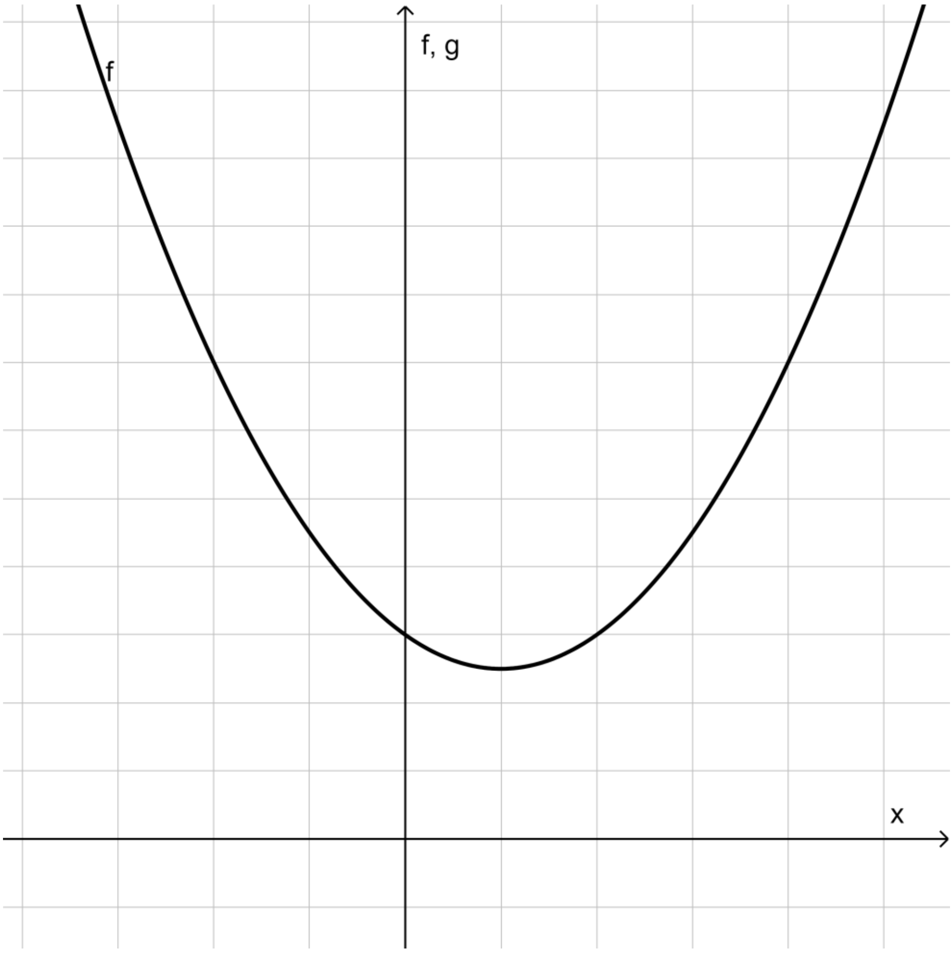
Aufgabe 9

Diskriminante

Gegeben sind die Funktionen $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ & $g(x) = k \cdot x + d$ mit $a, b, c, d, k \in \mathbb{R}^+$. Dabei ist f im nachstehenden Koordinatensystem eingezeichnet.

Aufgabenstellung:

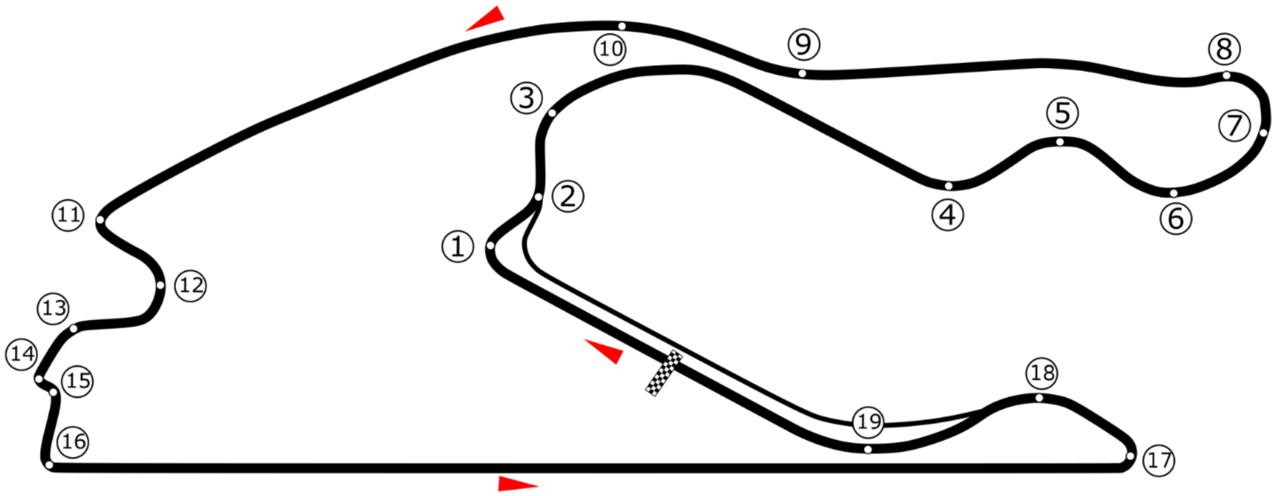
Zeichnen Sie einen möglichen Graphen von g in das untenstehende Koordinatensystem, sodass beim Lösen der Gleichung $f(x) = g(x)$ die dazugehörige Diskriminante den Wert 0 annimmt.



Aufgabe 10

Formel 1 Grand Prix in Miami

In der nachstehenden Abbildung ist das Strecken Layout für den Großen Preis von Miami abgebildet.



Großer Preis von Miami Layout (Miami International Autodrome) Von GabrielStella - Eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=103863916

Man möchte den Bereich zwischen Kurve 4 und Kurve 6 durch eine Polynomfunktion modellieren.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an, welchen Grad diese Polynomfunktion mindestens haben muss.

Aufgabe 11

Halbwertszeit und Co.

Gegeben sind die Exponentialfunktionen $f(t) = a \cdot b^t$ und $g(t) = c \cdot b^t$ mit $a > 0$, $c > a$ und $0 < b < 1$ sowie $d < a$. Folgende Gleichungen sind bekannt:

$f(t_1) = \frac{a}{2}$

$f(t_2) = d$

$g(t_3) = \frac{c}{2}$

$g(t_4) = d$

Aufgabenstellung:

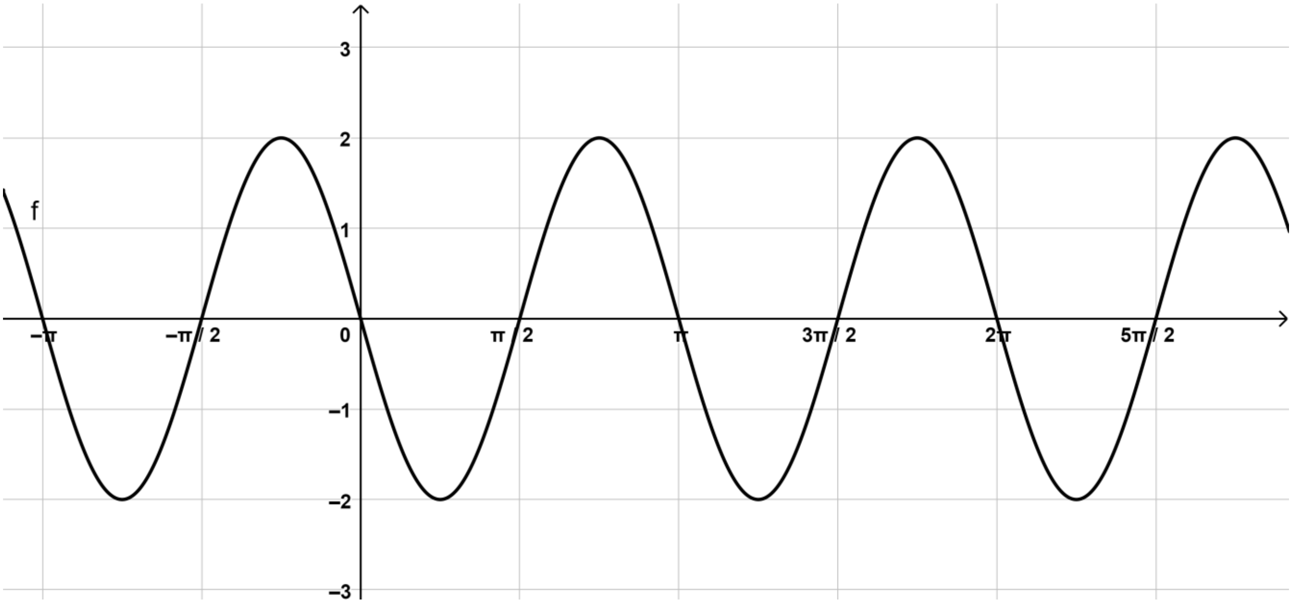
Kreuzen Sie jene Aussage an, die einen korrekten Zusammenhang wiedergibt.

$t_1 > t_3$ und $t_2 > t_4$	☐
$t_1 > t_3$ und $t_2 < t_4$	☐
$t_1 = t_3$ und $t_2 > t_4$	☐
$t_1 = t_3$ und $t_2 < t_4$	☐
$t_1 < t_3$ und $t_2 > t_4$	☐
$t_1 < t_3$ und $t_2 < t_4$	☐

Aufgabe 12

Trigonometrische Funktion

Gegeben ist die Funktion $f(x) = -2 \cdot \cos\left(2 \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene beiden Funktionsgleichungen an, deren Graph ebenfalls jenem von f entspricht.

$f_1(x) = -2 \cdot \sin(2 \cdot x)$	☐
$f_2(x) = 2 \cdot \sin(2 \cdot x)$	☐
$f_3(x) = 2 \cdot \sin(2 \cdot x + \pi)$	☐
$f_4(x) = 2 \cdot \cos\left(2 \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$	☐
$f_5(x) = -2 \cdot \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)$	☐

Aufgabe 13

Absolute und relative Änderung

Gegeben ist die Funktion $f(t) = a \cdot b^t$ mit $a > 0$ und $b > 1$. Außerdem sind die Zeitpunkte t_1, t_2, t_3 bekannt. Hierbei gilt $t_2 - t_1 = t_3 - t_2$ und $0 < t_1 < t_2 < t_3$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Für die absolute Änderung gilt: ___①___

Für die relative Änderung gilt: ___②___

①	
$f(t_2) - f(t_1) < f(t_3) - f(t_2)$	☐
$f(t_2) - f(t_1) = f(t_3) - f(t_2)$	☐
$f(t_2) - f(t_1) > f(t_3) - f(t_2)$	☐

②	
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)} < \frac{f(t_3) - f(t_2)}{f(t_2)}$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)} = \frac{f(t_3) - f(t_2)}{f(t_2)}$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)} > \frac{f(t_3) - f(t_2)}{f(t_2)}$	☐

Aufgabe 14

Formel 1 Grand Prix in Großbritannien

Für den Formel 1 Grand Prix in Großbritannien können Tickets online in der Landeswährung Pfund (£) oder in Euro (€) gekauft werden. Tickets für einen Sitzplatz einer bestimmten Kategorie werden dabei für 300 £ oder 349 € online angeboten. Der tatsächliche Umrechnungskurs (Stand 20.04.2023) besagt, dass 1 £ aktuell 1.13 € wert ist.

Aufgabenstellung:

Geben Sie an um wie viel Pfund es günstiger ist die Tickets in Pfund, statt in Euro online zu kaufen.

Aufgabe 15

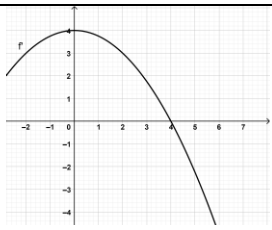
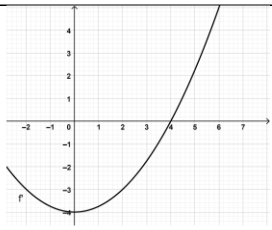
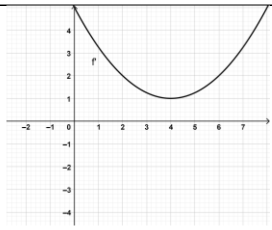
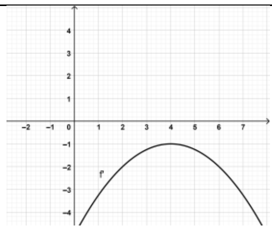
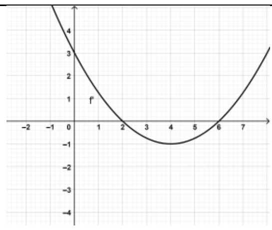
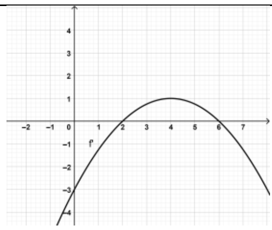
Steigung und Gefälle

Gegeben ist f, eine Polynomfunktion dritten Grades.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeder Aussage den passenden Graphen der ersten Ableitung zu!

f hat an der Stelle $x = 4$ ein maximales Gefälle	
f hat an der Stelle $x = 4$ ein minimales Gefälle	
f hat an der Stelle $x = 4$ eine maximale Steigung	
f hat an der Stelle $x = 4$ eine minimale Steigung	

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Aufgabe 16

Extrem- und Wendestellen

Gegeben ist die Polynomfunktion f. Von ihr sind für die Stellen x_1 und x_2 mit $x_1 < x_2$ folgende Informationen bekannt:

$f'(x_1) = 0$ und $f'(x_2) = 0$ sowie $f''(x_1) < 0$ und $f''(x_2) < 0$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Funktion f hat im Intervall $[x_1; x_2]$ ___①___ lokale Minimumstelle(n)
und ___②___ Wendestelle(n).

①	
keine	☐
mindestens eine	☐
mindestens zwei	☐

②	
keine	☐
mindestens eine	☐
mindestens zwei	☐

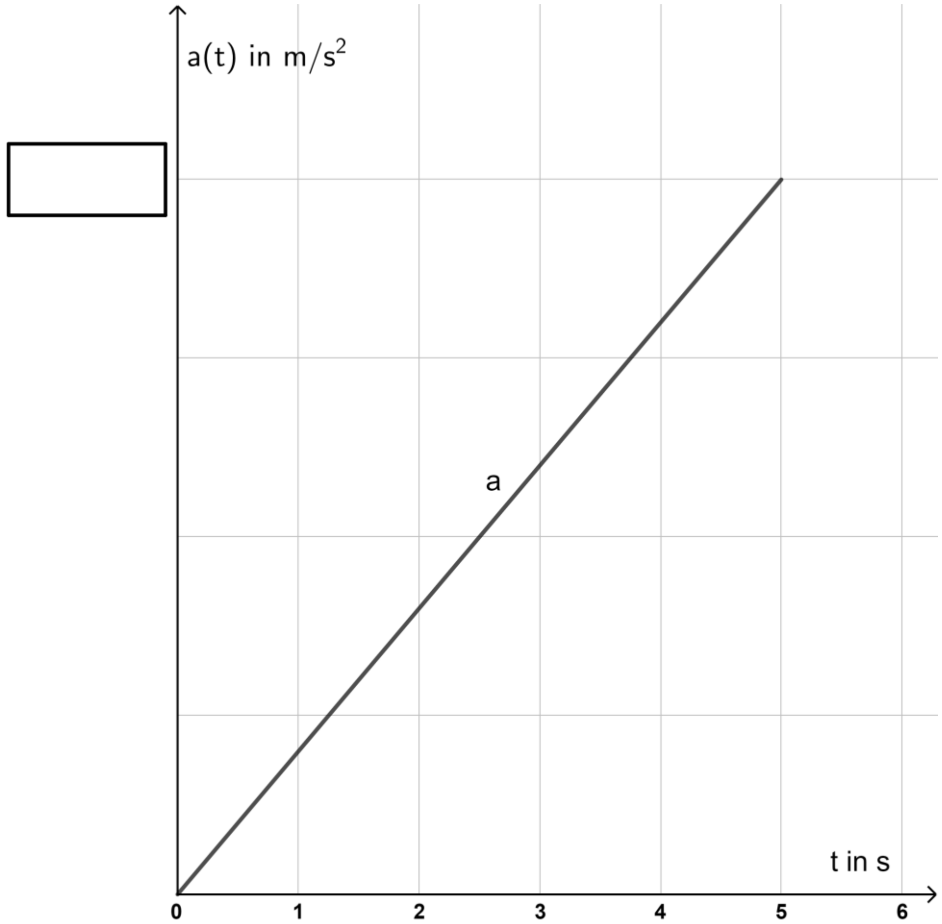
Aufgabe 17

Formel 1

Ein bestimmtes Formel 1 Auto beschleunigt von 0 auf 216 km/h innerhalb von 5 Sekunden. Es wird von einem konstanten Anstieg der Beschleunigung ausgegangen. Der Graph der Beschleunigungs-Zeit-Funktion ist im nachstehenden Koordinatensystem eingezeichnet. Dabei fehlt die Skalierung der vertikalen Achse.

Aufgabenstellung:

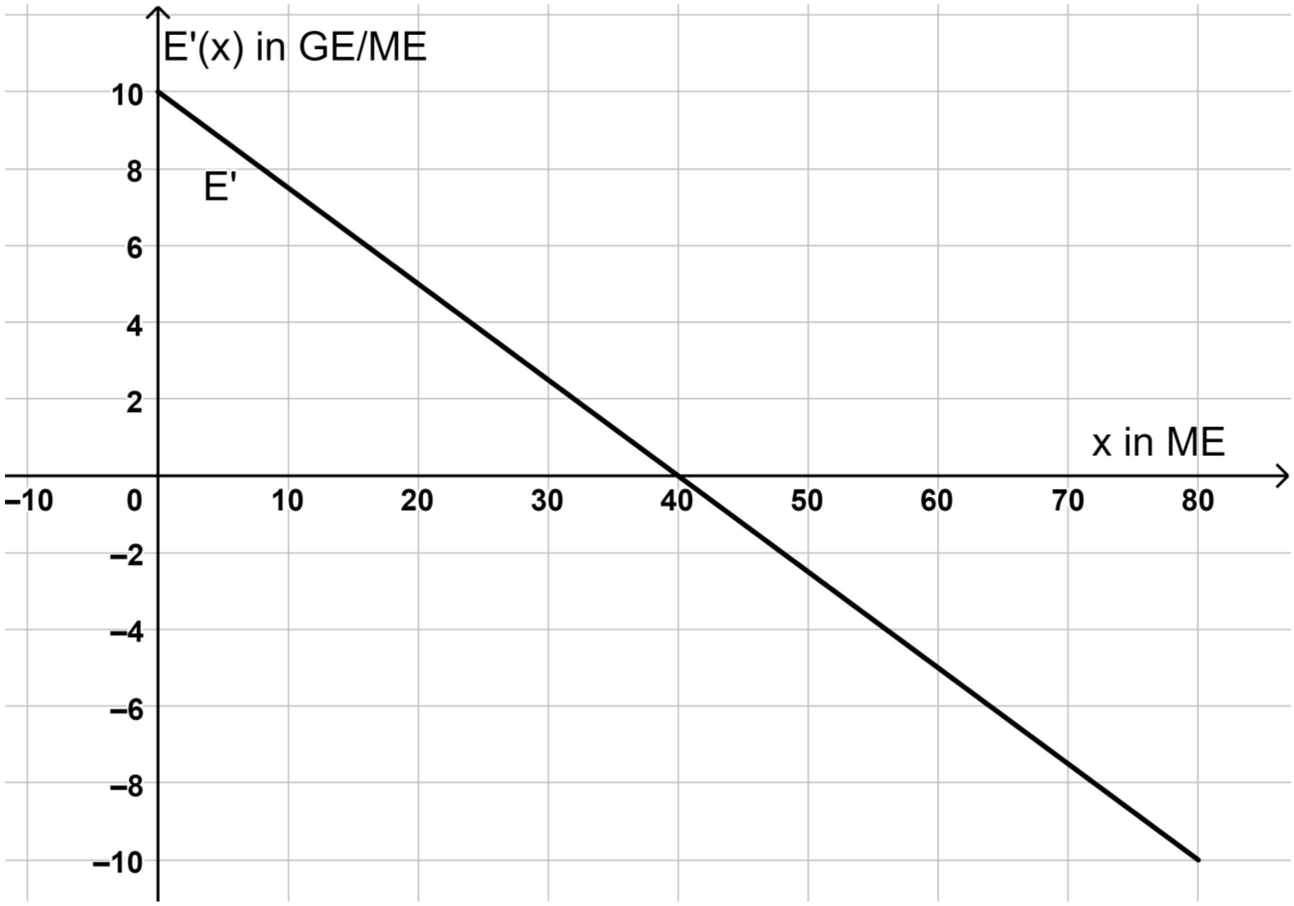
Tragen Sie den fehlenden Wert in das dafür vorgesehene Kästchen ein.



Aufgabe 18

Maximaler Erlös

Gegeben ist im nachfolgenden Koordinatensystem die Grenzerlösfunktion E'.



Aufgabenstellung:

Geben Sie die erlösmaximierende Menge und den maximalen Erlös mit ihrer jeweiligen Einheit an.

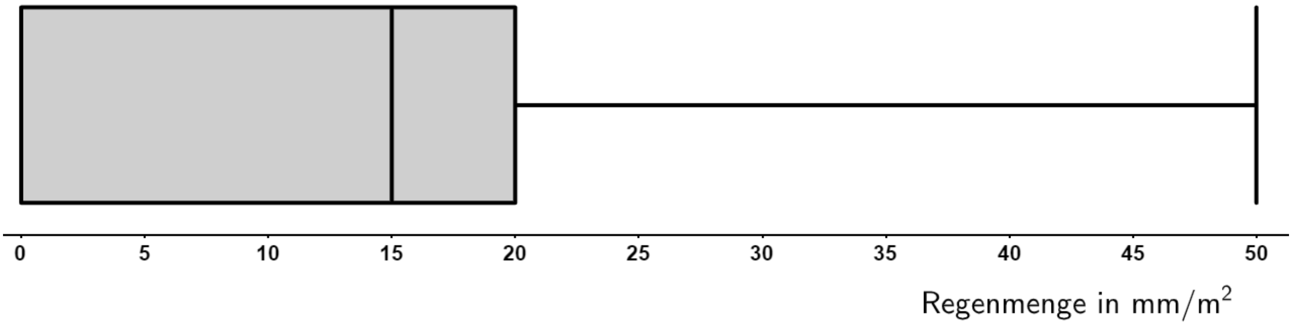
Erlösmaximierende Menge: ___________________________

Maximaler Erlös: ________________________

Aufgabe 19

Regentage

Im folgenden Boxplot wurden die Regenmengen im Juni des Vorjahres in einem bestimmten Ort dargestellt.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Im Juni hat es an mindesten ____①____ Tagen und an maximal ____②____ Tagen nicht geregnet.

①	
7	☐
8	☐
9	☐

②	
14	☐
15	☐
16	☐

Aufgabe 20

Pandabär

In einem Naturschutzgebiet wurde das Gewicht von 70 Pandabären ermittelt und im folgenden Stängelblattdiagramm festgehalten.

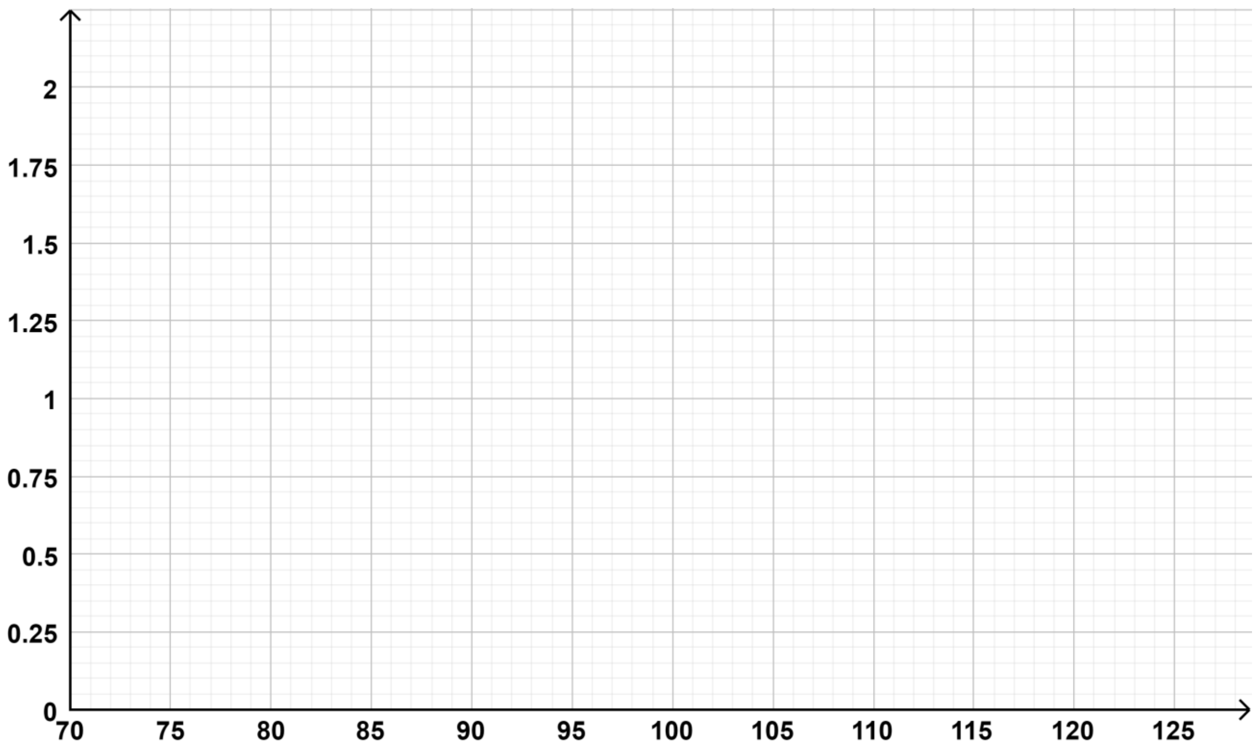
7	5, 6, 6, 8, 8, 8, 9
8	0, 0, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 9, 9
9	0, 0, 0, 3, 4, 6, 7, 7, 7, 9, 9, 9
10	1, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 8, 8, 8, 8, 9, 9
11	2, 4, 5, 5, 5, 6, 8, 9, 9, 9, 9
12	0, 0, 0, 3, 3, 5

Ein Forscherteam unterteilt die Pandabären in drei Gewichtskategorien in kg:

Leichtgewichtig [75;85), Normalgewichtig [85;115) und Schwergewichtig [115;125]

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in das folgende Koordinatensystem ein Histogramm, welches diese drei Kategorien wiedergibt.



Aufgabe 21

Mohnnudeln vs. Kaiserschmarrn

Bei einer repräsentativen Umfrage des Instituts Lecker-Schmecker-Zuckerbäcker GmbH gaben 45% der befragten an, Mohnnudeln ohne Apfelmus zu essen, 30% sagten aus, dass sie die Mohnnudeln mit Apfelmus verspeisen. Der Rest mag keine Mohnnudeln. In einer zweiten Frage dieser Umfrage gaben 50% an, einen Kaiserschmarrn ohne Rosinen zu essen, während 40% meinten ihn mit Rosinen zu lieben. Die restlichen 10% leiden offensichtlich an einer Geschmacksverirrung, denn sie mögen keinen Kaiserschmarrn 😉.

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - 0.25 \cdot 0.1$

Aufgabe 22

Hannah Montana

16 Personen wissen bis zur Folge „Die große Enthüllung“ in der vierten Staffel vom Doppelleben der Hauptdarstellerin. Bei einer Veranstaltung sind diese 16 Personen und 44 Weitere anwesend. Es werden zufällig, ohne die 16 Personen selbst zu kennen, drei Personen ausgewählt.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine dieser drei Personen vom Doppelleben der Hauptdarstellerin Bescheid weiß.

Aufgabe 23

Torwandschießen

Franz, Paul und Uli treten für den guten Zweck beim Torwandschießen an. Dabei schießt jeder einmal auf eine Torwand mit mehreren Löchern. Geht der Fußball durch eines der Löcher in der Wand, so zählt dies als Treffer. Der Fernsehsender, welcher dieses Torwandschießen live überträgt, verspricht 5000€ zu spenden, sollte genau einer der drei treffen, 10000€ zu spenden, wenn genau zwei der drei treffen und 20000€ zu spenden, wenn alle drei treffen. Trifft keiner der drei, werden vom Fernsehsender als Trost 1000€ gespendet. Franz hat einer Trefferwahrscheinlichkeit von 60%, Paul von 70% und Uli von 80%.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie den zu erwartenden Spendenbetrag.

Aufgabe 24

Binomialverteilte Zufallsvariable

Es werden zwei binomialverteilte Zufallsexperimente durchgeführt. Für die Zufallsvariable X gibt es eine Stichprobe n_1 mit $n_1 \geq 2$ und eine Erfolgswahrscheinlichkeit p_1 mit $0 < p_1 < 1$.

Die Zufallsvariable Y besitzt die Stichprobe n_2 mit $n_2 \geq 2$ und die Erfolgswahrscheinlichkeit p_2 mit $0 < p_2 < 1$.

Folgende Information ist weiters bekannt: $P(X \leq 1) < P(Y \leq 1)$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Unter der Voraussetzung, dass $n_1 = n_2$ ist gilt ____①____

Unter der Voraussetzung, dass $p_1 = p_2$ ist gilt ____②____

①	
$p_1 < p_2$	☐
$p_1 = p_2$	☐
$p_1 > p_2$	☐

②	
$n_1 < n_2$	☐
$n_1 = n_2$	☐
$n_1 > n_2$	☐

Aufgabe 1

Jede Primzahl ist eine ganze Zahl	☐
Jede rationale Zahl ist eine reelle Zahl	☐
Jede Irrationale Zahl ist eine reelle Zahl	☐
Jede ganze Zahl ist keine irrationale Zahl	☐
Jede natürliche Zahl ist eine Primzahl	X
Jede reelle Zahl ist eine komplexe Zahl	☐

Aufgabe 2

$$G = n \cdot \frac{p}{100} \cdot x \cdot 365 \cdot 10^{-3}$$

Aufgabe 3

Um 217 Soldatinnen und Soldaten weniger

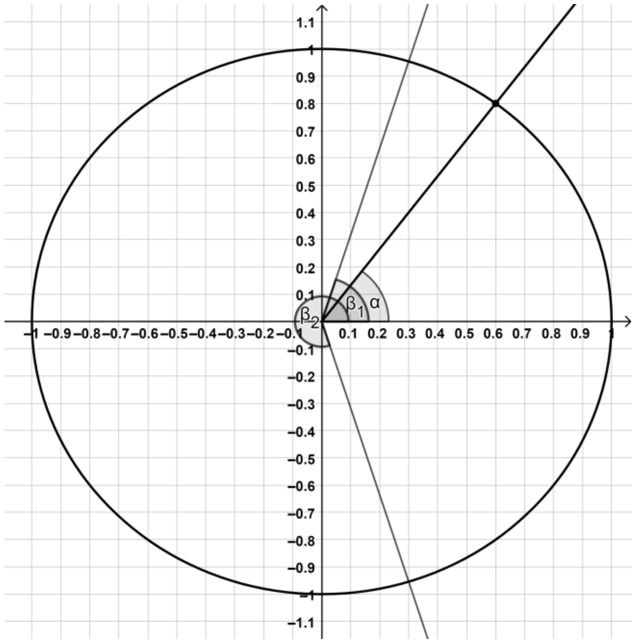
Aufgabe 4

$$\vec{a} \cdot \vec{c} < \vec{a} \cdot \vec{b} < \vec{b} \cdot \vec{c}$$

Aufgabe 5

Der Ballon hat seit dem Start 600 Meter an Höhe gewonnen.	☐
Der Ballon ist mit einer mittleren Geschwindigkeit von ca. 1.87 m/s unterwegs.	X
Der Ballon hat nach 6 Minuten eine horizontale Entfernung von 500 m vom Ausgangsort A.	X
Fliegt der Ballon vom Punkt P aus entlang des Vektors $\begin{pmatrix} -300 \\ -400 \\ -600 \end{pmatrix}$, so landet er wieder am Ausgangsort A.	☐
Pro Minute steigt der Ballon um 100 m.	☐

Aufgabe 6



Aufgabe 7

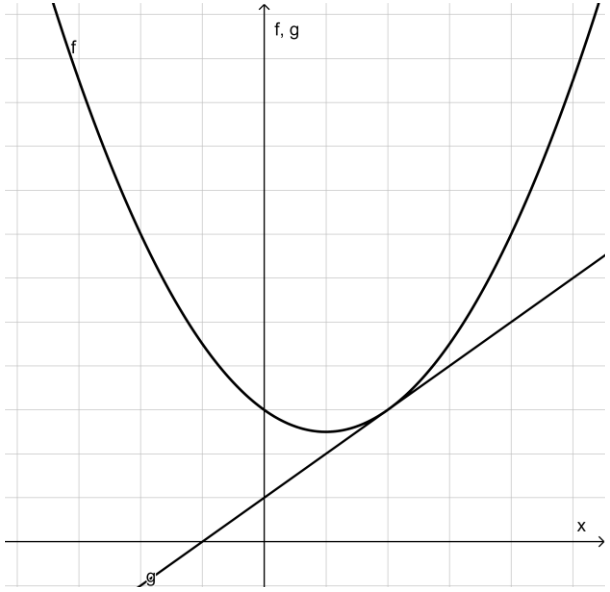
Fixkosten sind 100 GE

Aufgabe 8

50. Breitengrad

Aufgabe 9

eine mögliche Lösung



Aufgabe 10

mindestens 4. Grades

Aufgabe 11

$t_1 > t_3$ und $t_2 > t_4$	☐
$t_1 > t_3$ und $t_2 < t_4$	☐
$t_1 = t_3$ und $t_2 > t_4$	☐
$t_1 = t_3$ und $t_2 < t_4$	X
$t_1 < t_3$ und $t_2 > t_4$	☐
$t_1 < t_3$ und $t_2 < t_4$	☐

Aufgabe 12

$f_1(x) = -2 \cdot \sin(2 \cdot x)$	X
$f_2(x) = 2 \cdot \sin(2 \cdot x)$	☐
$f_3(x) = 2 \cdot \sin(2 \cdot x + \pi)$	X
$f_4(x) = 2 \cdot \cos\left(2 \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$	☐
$f_5(x) = -2 \cdot \cos\left(2 \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)$	☐

Aufgabe 13

①	
$f(t_2) - f(t_1) < f(t_3) - f(t_2)$	X
$f(t_2) - f(t_1) = f(t_3) - f(t_2)$	☐
$f(t_2) - f(t_1) > f(t_3) - f(t_2)$	☐

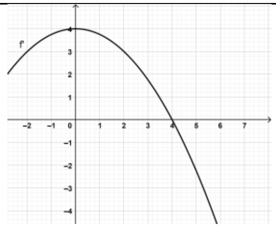
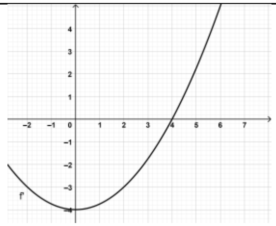
②	
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)} < \frac{f(t_3) - f(t_2)}{f(t_2)}$	☐
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)} = \frac{f(t_3) - f(t_2)}{f(t_2)}$	X
$\frac{f(t_2) - f(t_1)}{f(t_1)} > \frac{f(t_3) - f(t_2)}{f(t_2)}$	☐

Aufgabe 14

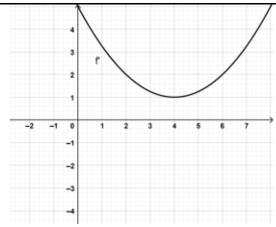
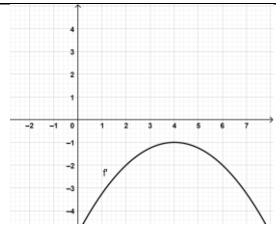
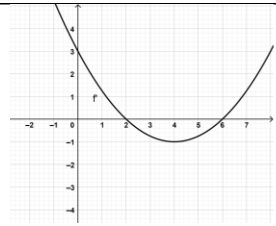
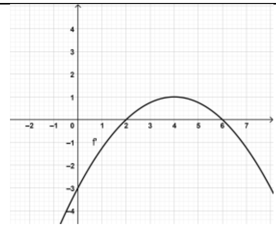
um 8.85 £ günstiger

Aufgabe 15

f hat an der Stelle $x = 4$ ein maximales Gefälle	**E**
f hat an der Stelle $x = 4$ ein minimales Gefälle	**D**

A	
B	

f hat an der Stelle $x = 4$ eine maximale Steigung	**F**
f hat an der Stelle $x = 4$ eine minimale Steigung	**C**

C	
D	
E	
F	

Aufgabe 16

①	
keine	☐
mindestens eine	X
mindestens zwei	☐

②	
keine	☐
mindestens eine	☐
mindestens zwei	X

Aufgabe 17

24

Aufgabe 18

Erlösmaximierende Menge: 40 ME

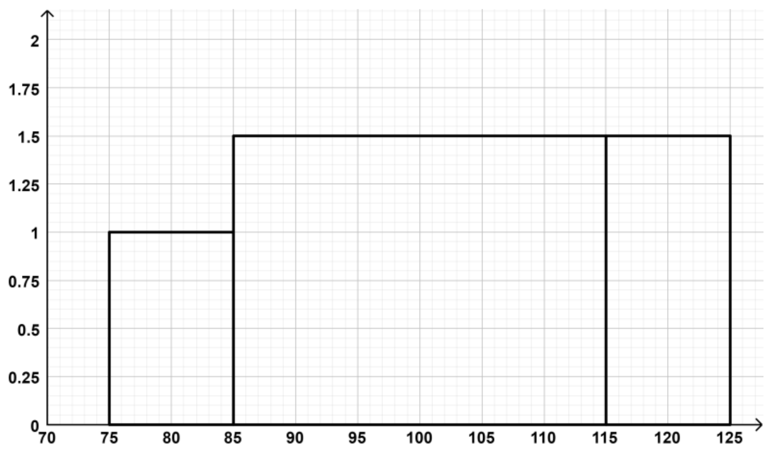
Maximaler Erlös: 200 GE

Aufgabe 19

①	
7	☐
8	X
9	☐

②	
14	X
15	☐
16	☐

Aufgabe 20



Aufgabe 21

Das Ereignis, dass man mindestens eine der beiden Mehlspeisen mag.

Aufgabe 22

61.3%

Aufgabe 23

12204 €

Aufgabe 24

①	
$p_1 < p_2$	☐
$p_1 = p_2$	☐
$p_1 > p_2$	X

②	
$n_1 < n_2$	☐
$n_1 = n_2$	☐
$n_1 > n_2$	X