Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte

schriftliche Probereifeprüfung

AHS

2022

Mathematik

Typ-1 Aufgaben

MATHAGO

Aufgabe 1

Lösungsmenge

Gegeben ist die Gleichung $a \cdot x + b = 0$ mit $a, b \ \in \mathbb{Z}^{-}$. Die Gleichung wird auf x gelöst.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene beiden Mengen an, in denen die Lösung von x nur liegen kann.

$\mathbb{N}$	☐
$\mathbb{Z}^{+}$	☐
$\mathbb{Q}^{-}$	☐
$\mathbb{R}^{+}$	☐
$\mathbb{C}$	☐

Aufgabe 2

Videos auf Mathago

Alle Mathago Videos dauern insgesamt d Tage h Stunden und m Minuten. Durchschnittlich dauert ein Mathago Video x Minuten.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie eine Gleichung zur Berechnung der Anzahl A aller auf Mathago befindlichen Videos unter Verwendung von d, h, m und x auf.

Aufgabe 3

Leonhard Euler

Folgende Aufgabenstellung wird dem Mathematiker Leonhard Euler zugeschrieben (adaptiert):

20 Personen, m Männer und f Frauen, essen in einem Wirtshaus. Ein Mann isst für 8 Groschen, eine Frau aber für 7 Groschen, und die ganze Zeche beläuft sich auf 6 Reichstaler. Ein Reichstaler entspricht 24 Groschen.

Aufgabenstellung:

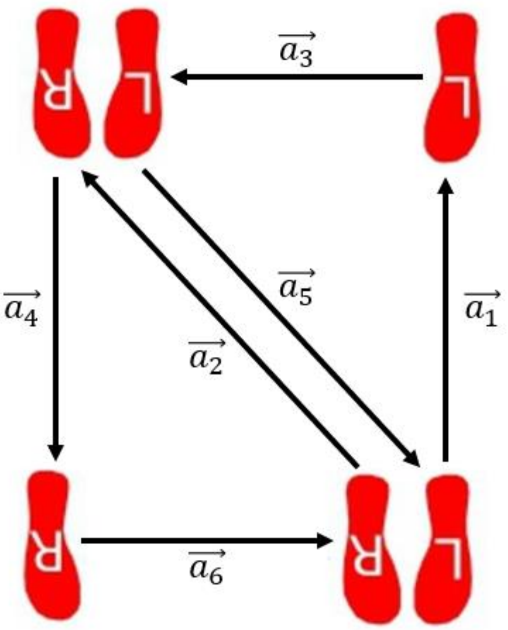
Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die für das Lösen eines linearen Gleichungssystems auf m und f notwendig sind.

$m + f = 20$	☐
$8 \cdot m + 7 \cdot f = 20$	☐
$m - 20 = f$	☐
$7 \cdot m + 8 \cdot f = 6 \cdot 24$	☐
$8 \cdot m + 7 \cdot f = 144$	☐

Aufgabe 4

Bälle bei Bridgerton

Auf den vielen Bällen in der Serie Bridgerton wird unter anderem auch der langsame Walzer getanzt. Die Grundschritte der Dame können vereinfacht als Vektoren dargestellt werden, wobei die Schrittabfolge von $\overrightarrow{a_1}$ bis $\overrightarrow{a_6}$ geht (siehe Skizze).



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene Aussage an, die nicht der Wahrheit entspricht.

$\overrightarrow{a_1} \parallel \overrightarrow{a_4}$	☐
$\overrightarrow{a_3} \cdot \overrightarrow{a_1} = 0$	☐
$\overrightarrow{a_3} + \overrightarrow{a_5} = -\overrightarrow{a_1}$	☐
$\overrightarrow{a_4} \cdot \overrightarrow{a_6} = 0$	☐
$\overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{a_5}$	☐
$\overrightarrow{a_1} + \overrightarrow{a_3} + \overrightarrow{a_4} + \overrightarrow{a_6} = 0$	☐

Aufgabe 5

Parallelogramm

Von einem gegen den Uhrzeigersinn beschrifteten Parallelogramm sind die Koordinaten der Eckpunkte A, B und C teilweise bekannt: $A(x_A|-1), B(5|-3), C(7|y_C)$

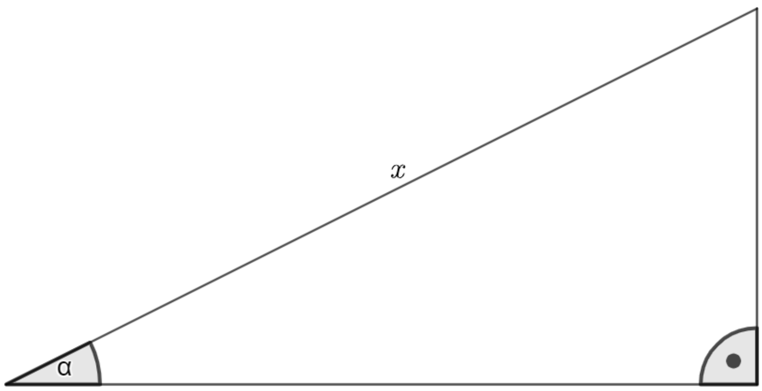
Aufgabenstellung:

Geben Sie Koordinaten des Eckpunktes D in Abhängigkeit von x_A und y_C an.

Aufgabe 6

Fluggasttreppen

Von einem rechtwinkeligen Dreieck sind die Hypotenuse x und der Winkel α bekannt (siehe Skizze).



Aufgabenstellung:

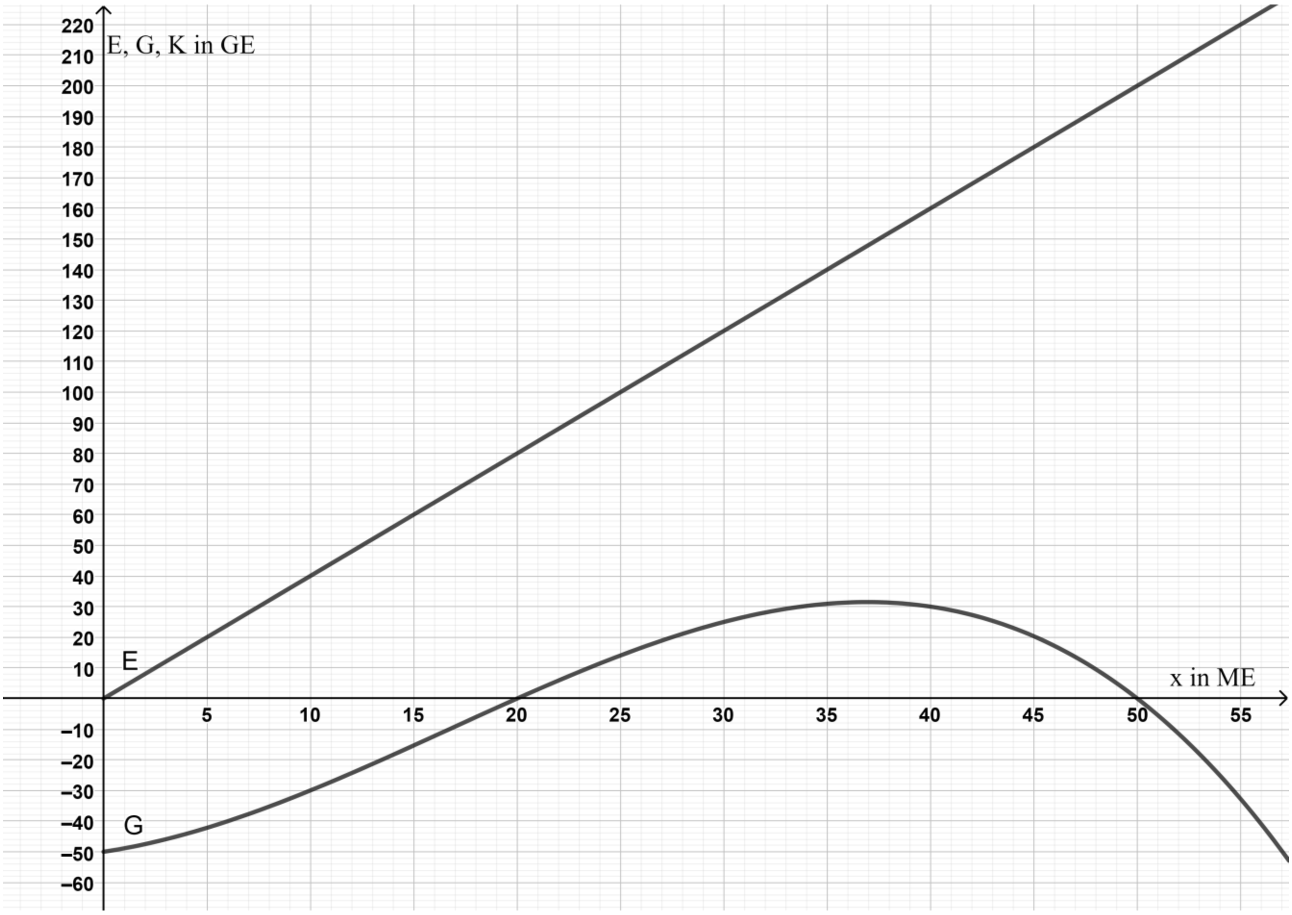
Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts A des Dreiecks in Abhängigkeit von der Seite x und dem Winkel α an.

$A =$ ________________________________

Aufgabe 7

Kostenfunktion

In folgender Abbildung sind die Erlös- als auch die Gewinnfunktion eines Produktionsprozesses abgebildet.



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der obigen Abbildung die dazu gehörige Kostenfunktion im Intervall $[0; 50]$.

Aufgabe 8

Mathago auf Instagram

Mathago ist auch auf Instagram sehr aktiv. Dabei steigt die Anzahl der Follower stetig an. Im Zeitintervall $[0; 10]$ eines Monats ist die Anzahl der Follower konstant gestiegen. Im Zeitintervall $[11; 30]$ ist das Wachstum der Anzahl der Follower konstant gestiegen.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Anzahl der Follower kann im Zeitintervall $[0; 10]$ durch eine ___①___ und im Zeitintervall $[11; 30]$ durch eine ___②___ modelliert werden.

①	
konstante Funktion	☐
lineare Funktion	☐
quadratische Funktion	☐

②	
konstante Funktion	☐
lineare Funktion	☐
quadratische Funktion	☐

Aufgabe 9

Ab Mathago condita

Mathago wurde am 1.8.2017 gegründet. Die lineare Funktion V beschreibt die Anzahl der Videos, die sich zum Zeitpunkt t auf Mathago befinden.

$$V(t) = 190 \cdot t + 1500$$

t…Zeit in Monaten mit $t = 0$ für 1.8.2017

$V(t)$…Anzahl an Videos auf Mathago zum Zeitpunkt t

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die Werte 190 und 1500 im gegebenen Sachzusammenhang. Geben Sie auch die dazugehörige Einheit an.

Aufgabe 10

Polynomfunktion vierten Grades

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c \cdot x$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Antwort so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Die Funktion f ___①___ und besitzt maximal ___②___ reelle Nullstellen

①	
kann keine reelle Nullstelle haben	☐
hat mindestens eine reelle Nullstelle	☐
hat mindestens zwei reelle Nullstellen	☐

②	
2	☐
3	☐
4	☐

Aufgabe 11

Stanitzel mit einer Kugel Eis

Im Jahr 1958 kostete ein Stanitzel mit einer Kugel Eis genau 1 Schilling. Im Jahr 2022 kostet im selben Eissalon ein Stanitzel mit einer Kugel Eis 1.90 Euro (1 Euro entspricht 13.7603 Schilling).

Man geht von einer exponentiellen Entwicklung des Preises für ein Stanitzel mit einer Kugel Eis aus. Diese Kann durch die Funktion S modeliert werden.

$S(t) = S_0 \cdot a^t$

t…Zeit seit 1958 in Jahren

$S(t)$…Preis für ein Stanitzel Eis mit einer Kugel zum Zeitpunkt t in Euro

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie mit Hilfe der Werte von 1958 und 2022 die Parameter S_0 und a. Wählen Sie für $t = 0$ das Jahr 1958.

Aufgabe 12

Doppelte Periodenlänge

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(t) = a \cdot \sin(b \cdot t)$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Antwort so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Verdoppelt man die Periodenlänge T der Funktion f, so ___①___ und ___②___ .

①	
halbiert sich a	☐
bleibt a gleich	☐
verdoppelt sich a	☐

②	
b halbiert sich	☐
b bleibt gleich	☐
b verdoppelt sich	☐

Aufgabe 13

Blähungen über den Wolken

Ab einer Flughöhe von 3500 Metern erhöht sich die Wahrscheinlichkeit für Blähungen. Dies liegt am verringerten Luftdruck und dem damit einhergehenden Ausdehnen der Gase im Darm. Dieses Phänomen wird auch „Boeing belly“ genannt. Die Wahrscheinlichkeit für Blähungen in einer bestimmten Flughöhe kann durch die Funktion P berechnet werden.

h…Höhenmeter über einer Flughöhe von 3500 Meter

$P(h)$…Wahrscheinlichkeit für Blähungen in einer Höhe h Meter über 3500 m in %

Aufgabenstellung:

Interprätieren Sie den Term $P(1500) - P(500)$ im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 14

Relative und mittlere Änderung

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3$. Es werden sowohl die relative Änderung R als auch der Differenzenquotient D der Funktion f jeweils im Intervall $[a; b]$ berechnet.

Aufgabenstellung:

Geben Sie b in Abhängigkeit von a an, sodass gilt: $R = D$.

$b =$ ________________________________

Aufgabe 15

Ableitungsfunktion

Gegeben sind vier Funktionen f_1 bis f_4 und sechs Ableitungsfunktionen f_1' bis f_6'.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie jeder Funktionsgleichung die passende erste Ableitung zu!

$f_1(x) = e^x$	
$f_2(x) = e^{-x}$	
$f_3(x) = e^{\frac{x}{2}}$	
$f_4(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$	

A	$f_1{}'(x) = 2e^{\frac{x}{2}}$
B	$f_2'(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{x}{2}}$
C	$f_3'(x) = 2e^{-2x}$
D	$f_4'(x) = e^x$
E	$f_5'(x) = e^{-2x}$
F	$f_6{}'(x) = -e^{-x}$

Aufgabe 16

Hoch- und Wendepunkt

Von einer Polynomfunktion dritten Grades sind die Koordinaten des Hochpunktes $H(x_H|y_H)$ sowie des Wendepunktes $W(x_W|y_W)$ bekannt. Außerdem weiß man, dass $f'(x_W) < 0$ ist.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken durch Ankreuzen der jeweils richtigen (Un)gleichung so, dass jeweils eine korrekte Aussage entsteht.

Für die x-Koordinaten der beiden Punkte gilt: ___①___

Für die y-Koordinaten der beiden Punkte gilt: ___②___

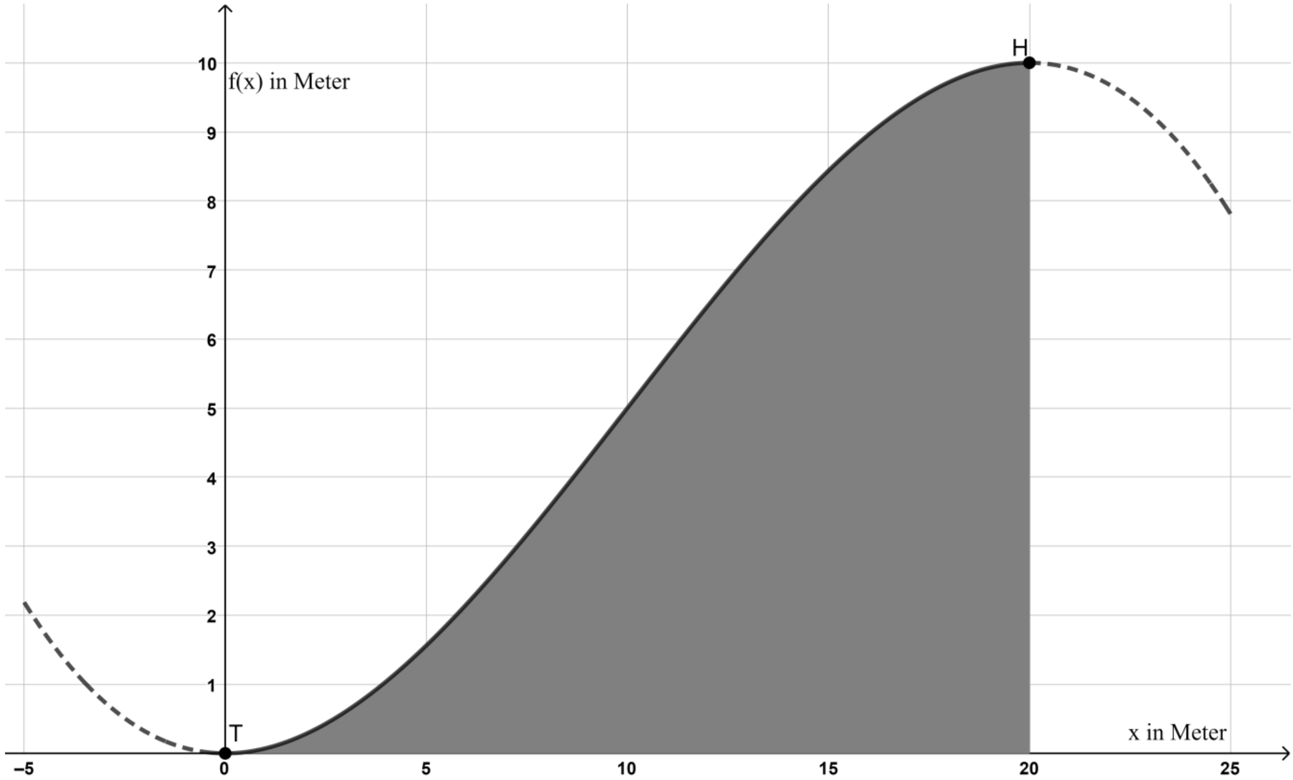
①	
$x_H < x_W$	☐
$x_H = x_W$	☐
$x_H > x_W$	☐

②	
$y_H < y_W$	☐
$y_H = y_W$	☐
$y_H > y_W$	☐

Aufgabe 17

Flächeninhalt

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2$. Dabei beschreiben sowohl x als auch f jeweils Längen in Meter. Im Intervall $[0; 20]$ schließt die Funktion f eine Fläche mit der x-Achse ein (siehe Skizze).



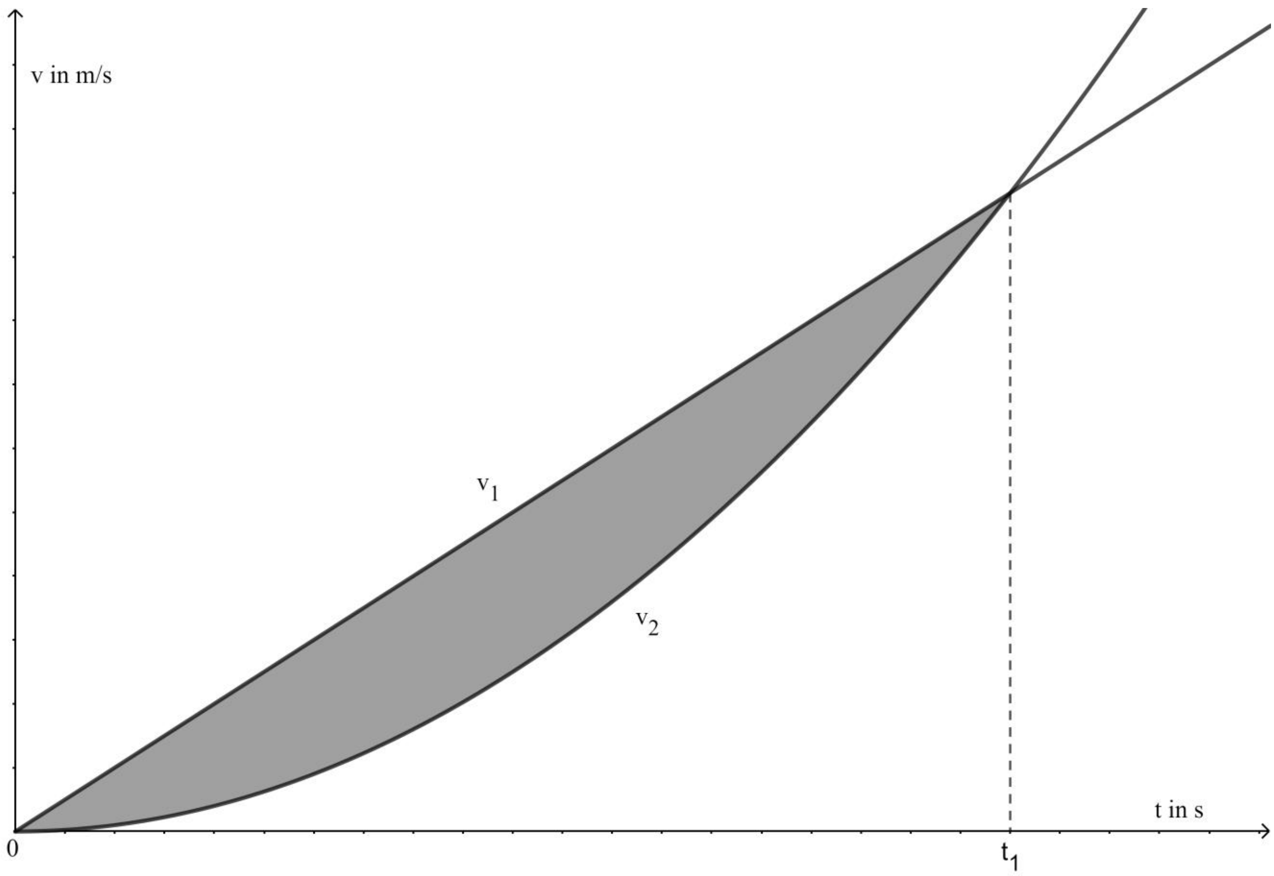
Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie den Flächeninhalt der grau markierten Fläche.

Aufgabe 18

Vizegraf Anthony Bridgerton und Lady Sharma

Vizegraf Anthony Bridgerton und Lady Sharma machen einen Ausritt: Die Geschwindigkeitsfunktion v_1 beschreibt die momentane Geschwindigkeit des Pferdes von Lady Sharma zum Zeitpunkt t, während die Funktion v_2 die momentane Geschwindigkeit des Hengstes von Vizegraf Bridgerton beschreibt. Beide reiten zum selben Zeitpunkt aus dem Stand los. Die folgende Abbildung stellt beide Geschwindigkeitsfunktionen grafisch dar.



Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die grau markierte Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Aufgabe 19

Gaming in Austria – Männer vs. Frauen

Der Österreichische Verband für Unterhaltungssoftware (OVUS) veröffentlichte 2019[1] eine Studie namens „Gaming in Austria“. Es wurden insgesamt 3017 Personen dabei befragt. Die durchschnittliche Spieldauer pro Woche lag insgesamt bei $11{,}5$ Stunden. Bei Männern war diese jedoch mit durchschnittlich $13{,}3$ Stunden pro Woche deutlich höher als jene bei Frauen mit durchschnittlich $9{,}5$ Stunden pro Woche.

Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie die Anzahl der Männer und Frauen, die an dieser Studie teilgenommen haben.

---

[1] https://www.ovus.at/news/ueber-fuenf-millionen-oesterreicher-spielen-videospiele/

Aufgabe 20

Lady Whistledown

Das Alter der Damen auf einem Ball der Bridgertons wird von Lady Whistledown statistisch erfasst. Sie möchte die Standardabweichung wie folgt berechnen, wobei sie eine Zahl in ihren Notizen nicht mehr lesen kann.

$$s = \sqrt{\frac{(15-16.575)^2 \cdot 9 + (16-16.575)^2 \cdot 11 + (17-16.575)^2 \cdot a + (18-16.575)^2 \cdot 12}{40}}$$

Aufgabenstellung:

Unterstützen Sie Lady Whistledown und ermitteln Sie den Wert der Zahl a.

$a =$ ______________________________

Aufgabe 21

Gaming in Austria – Konsolen

In einem Gymnasium in Niederösterreich gehen n Schülerinnen und Schüler in eine Klasse. 7 haben zu Hause eine Konsole zum Spielen. Bei einer Stundenwiederholung werden 3 Schülerinnen und Schüler ausgewählt.

Aufgabenstellung:

Stellen Sie einen Term auf, mit dem die Wahrscheinlichkeit berechnet werden kann, dass keiner der 3 ausgewählten Schülerinnen und Schüler eine Konsole zu Hause haben.

Aufgabe 22

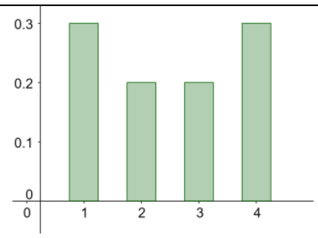
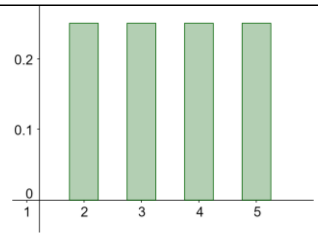
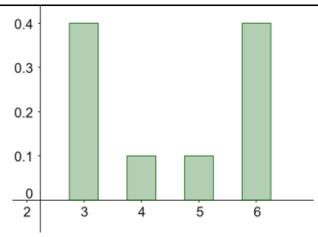
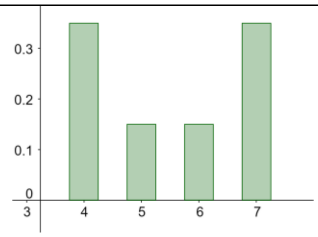
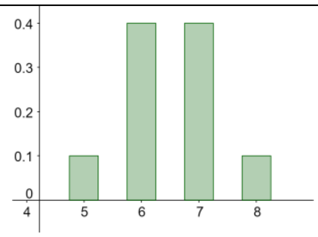
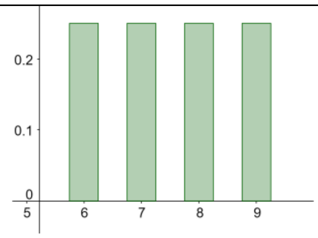
Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Gegeben sind 4 Aussagen und 6 graphische Darstellungen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den angeführten Aussagen die jeweils passende Abbildung aus A bis F zu.

Die gesuchte Verteilung hat den kleinsten Erwartungswert aller gegebenen Verteilungen.	
Die gesuchte Verteilung hat den größten Erwartungswert aller gegebenen Verteilungen.	
Die gesuchte Verteilung hat die kleinste Standardabweichung aller gegebenen Verteilungen.	
Die gesuchte Verteilung hat die größte Standardabweichung aller gegebenen Verteilungen.	

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Aufgabe 23

Gaming in Austria – gespielt wird (fast) täglich

Der Österreichische Verband für Unterhaltungssoftware (OVUS) veröffentlichte 2021[2] eine Studie namens „Gaming in Austria". Dabei gaben 32% der Befragten an (fast) täglich zu spielen. In ein bestimmtes Gymnasium in Wien gehen insgesamt w Schülerinnen und m Schüler.

Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie den nachfolgenden Term im gegebenen Sachzusammenhang.

$(m + w) \cdot 0{,}68$

[2] https://www.ovus.at/news/sieben-von-zehn-oesterreicherinnen-und-oesterreicher-spielen-videospiele/

Aufgabe 24

Tanzaufforderung bei den Bridgertons

Auf einem Ball können die Herren eine Dame zum Tanz auffordern. Ein bestimmter Graf weiß, dass 3 von 7 seiner Tanzaufforderungen zurückgewiesen werden. Auf einem der Bälle fordert er insgesamt 6 Damen zum Tanz auf.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als die Hälfte seiner Tanzaufforderungen nicht zurückgewiesen werden.

Aufgabe 1

	☐
	☐
$\mathbb{Q}^-$	X
	☐
$\mathbb{C}$	X

Aufgabe 2

$$A = \frac{d \cdot 24 \cdot 60 + h \cdot 60 + m}{x}$$

Aufgabe 3

$m + f = 20$	X
	☐
	☐
	☐
$8 \cdot m + 7 \cdot f = 144$	X

Aufgabe 4

	☐
	☐
	☐
	☐
$\overrightarrow{a_2} = \overrightarrow{a_5}$	X
	☐

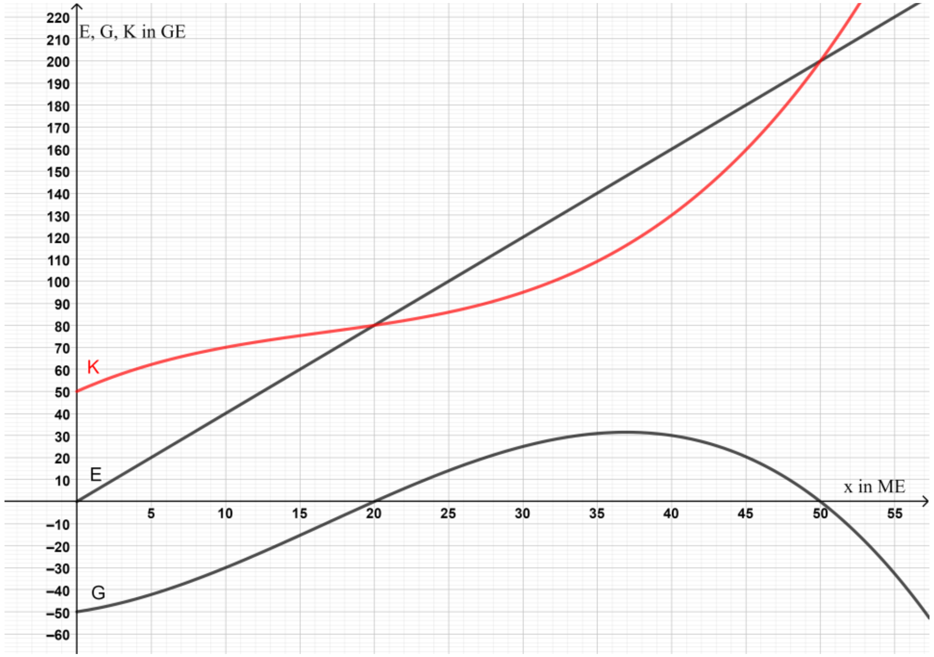
Aufgabe 5

$$D(x_A + 2 | y_C + 2)$$

Aufgabe 6

$$A = \frac{1}{2} \cdot x^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$$

Aufgabe 7



Aufgabe 8

①	
	☐
lineare Funktion	X
	☐

②	
	☐
	☐
quadratische Funktion	X

Aufgabe 9

Am 1.8.2017 ging Mathago mit 1500 Videos online. 190 Videos/Monat werden seither produziert.

Aufgabe 10

①	
	☐
	☐
hat mindestens zwei reelle Nullstellen	X

②	
	☐
	☐
4	X

Das ist kein Tippfehler, diese Lösung stimmt tatsächlich 😉

Aufgabe 11

$$S_0 = 0.07267 \quad a = 1.05232$$

Aufgabe 12

①	
	☐
bleibt a gleich	X
	☐

②	
b halbiert sich	X
	☐
	☐

Aufgabe 13

Die Absolute Änderung der Wahrscheinlichkeit für Blähungen von 4000 Meter Höhe auf 5000 Meter

Aufgabe 14

$$b = a^3 + a$$

Aufgabe 15

$f_1(x) = e^x$	D
$f_2(x) = e^{-x}$	F
$f_3(x) = e^{\frac{x}{2}}$	B
$f_4(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x}$	E

A	$f_1{}'(x) = 2e^{\frac{x}{2}}$
B	$f_2'(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{x}{2}}$
C	$f_3'(x) = 2e^{-2x}$
D	$f_4'(x) = e^x$
E	$f_5'(x) = e^{-2x}$
F	$f_6{}'(x) = -e^{-x}$

Aufgabe 16

①	
$x_H < x_W$	X
	☐
	☐

②	
	☐
	☐
$y_H > y_W$	X

Aufgabe 17

$$A = 100\ m^2$$

Aufgabe 18

Die grau markierte Fläche beschreibt den Vorsprung, den Lady Sharma vor Vizegraf Bridgerton zum Zeitpunkt t_1 hat

Aufgabe 19

Es haben gerundet 1588 Männer und 1429 Frauen an der Studie teilgenommen.

Aufgabe 20

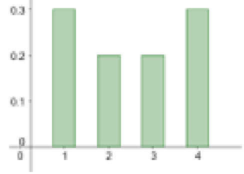
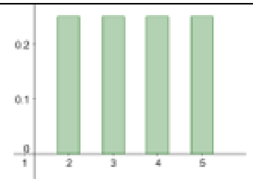
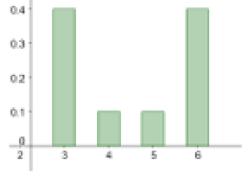
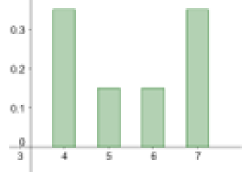
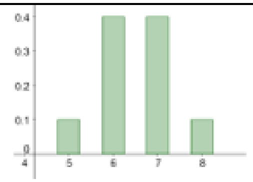
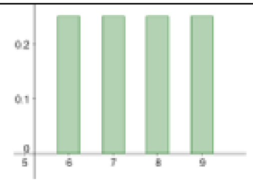
$$a = 8$$

Aufgabe 21

$$\frac{n-7}{n} \cdot \frac{n-8}{n-1} \cdot \frac{n-9}{n-2}$$

Aufgabe 22

Die gesuchte Verteilung hat den kleinsten Erwartungswert aller gegebenen Verteilungen.	A
Die gesuchte Verteilung hat den größten Erwartungswert aller gegebenen Verteilungen.	F
Die gesuchte Verteilung hat die kleinste Standardabweichung aller gegebenen Verteilungen.	E
Die gesuchte Verteilung hat die größte Standardabweichung aller gegebenen Verteilungen.	C

A	
B	
C	
D	
E	
F	

Aufgabe 23

Der Term berechnet den Erwartungswert für die Anzahl der Schülerinnen und Schüler, die nicht (fast) täglich spielen.

Aufgabe 24

$$P(X > 3) = 0.485$$