Schularbeit

Normalverteilung

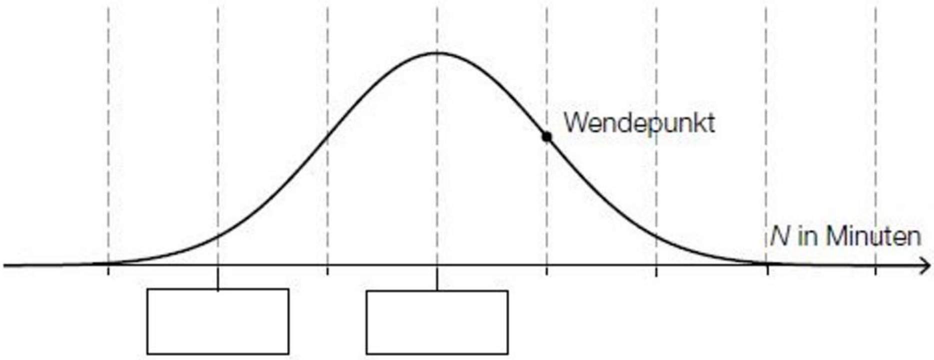
Die Mathago Schularbeit besteht aus 6 kurzen Aufgaben (Ankreuzaufgaben, Grundkompetenzen, etc.) und 2 bis 3 längeren Textaufgaben. Diese stammen aus dem Aufgabenpool und den Kompensationsprüfungen des BMBWF. Die Punkteverteilung sieht wie folgt aus:

22 – 24 Punkte	Sehr Gut
19 – 21 Punkte	Gut
16 – 18 Punkte	Befriedigend
12 – 15 Punkte	Genügend
0 – 11 Punkte	Nicht Genügend

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Eine Studie besagt, dass die durchschnittliche tägliche Internet-Nutzungsdauer N von Jugendlichen annähernd normalverteilt ist. Der Erwartungswert beträgt 180 Minuten und die Standardabweichung 20 Minuten. Der Graph der zugehörigen Dichtefunktion ist in der nachstehenden Abbildung dargestellt.

– Tragen Sie die fehlenden Zeiten in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

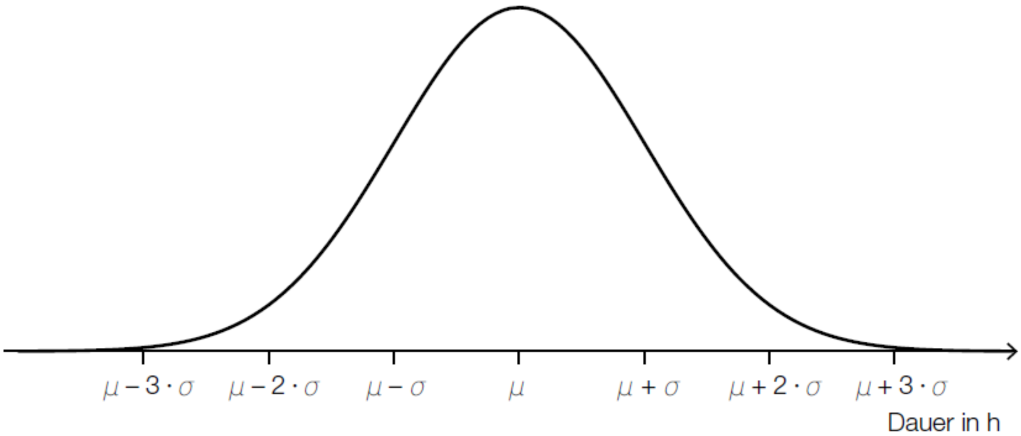


Aufgabe 2 (2 Punkte)

Der Montageprozess für ein Produkt besteht aus mehreren Fertigungsschritten.

Die Dauer des Montageprozesses ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Standardabweichung σ. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Montageprozess für ein zufällig ausgewähltes Produkt eine Dauer d nicht überschreitet, beträgt 93 %.

– Veranschaulichen Sie d und die beschriebene Wahrscheinlichkeit in der nachstehenden Abbildung des Graphen der zugehörigen Dichtefunktion.



Aufgabe 3 (2 Punkte)

Kreuzen Sie die falsche Aussage an. *[1 aus 5]*

Es werden die folgenden Bezeichnungen verwendet:

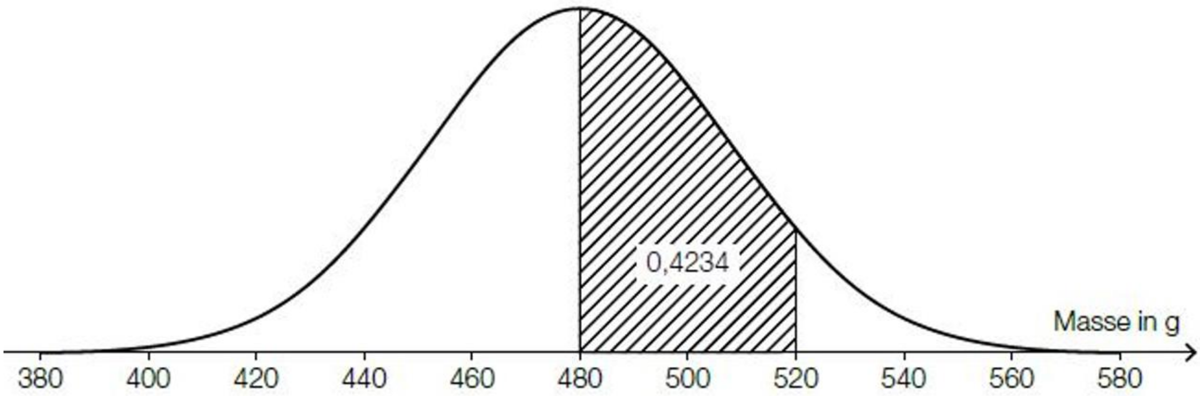
f ... Dichtefunktion der Normalverteilung
F ... zugehörige Verteilungsfunktion der Normalverteilung

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$	☐
Die Gleichung $f''(x) = 0$ hat zwei verschiedene Lösungen.	☐
Für immer größer werdende x nähert sich $F(x)$ dem Wert 1.	☐
$F(\mu + \sigma) = F(\mu - \sigma)$	☐
$\int_{-\infty}^{\mu} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\mu}^{+\infty} f(x)\,\mathrm{d}x$	☐

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Die Masse der Pizzen ist annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 480$ g.

In der nachstehenden Darstellung der Dichtefunktion ist diejenige Fläche markiert, die der Wahrscheinlichkeit entspricht, dass die Masse einer zufällig ausgewählten Pizza zwischen 480 g und 520 g liegt.



– Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Pizza eine Masse von mindestens 520 g hat.

Aufgabe 5 (2 Punkte)

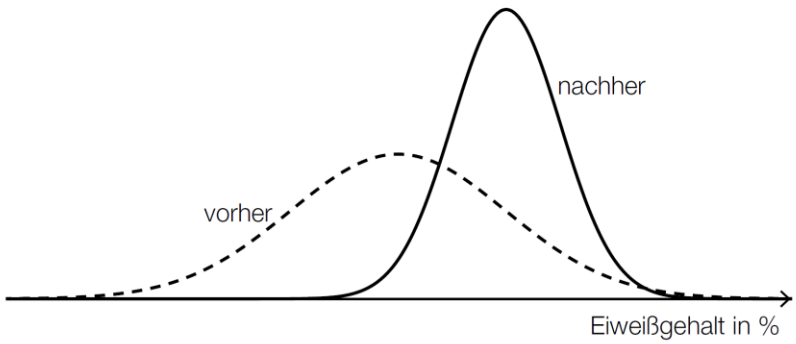
Bei einem Test wurde der Abrieb von Buntstiften getestet. Dabei malt eine Maschine mit jedem Buntstift ein bestimmtes Muster. Anschließend wird der Abrieb des Buntstifts in Milligramm bestimmt.

Der Abrieb ist dabei annähernd normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 7{,}2$ mg und der Standardabweichung $\sigma = 3{,}3$ mg.

1) Berechnen Sie denjenigen Abrieb, der von einem zufällig ausgewählten Buntstift mit einer Wahrscheinlichkeit von 75 % überschritten wird.

Aufgabe 6 (2 Punkte)

Das Futter für eine bestimmte Kuhherde wird umgestellt, wodurch sich in der Milch der Kühe dieser Herde der Eiweißgehalt ändert. Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen der Dichtefunktionen vor und nach der Futterumstellung.



Julian behauptet: „Durch die Futterumstellung sind der Erwartungswert und die Standardabweichung des Eiweißgehalts größer geworden."

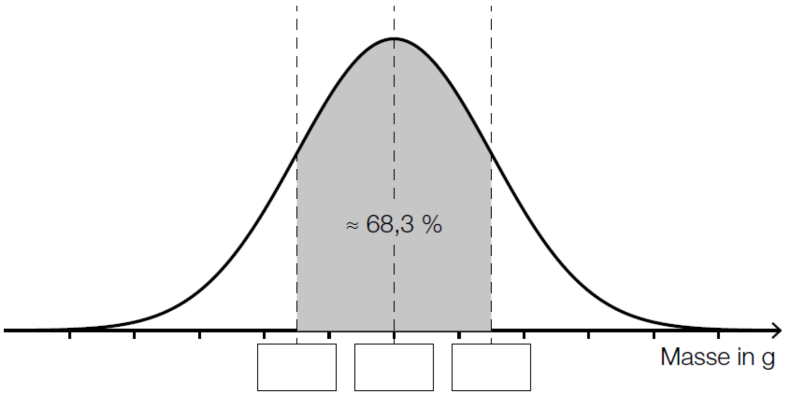
1) Begründen Sie anhand der obigen Abbildung, warum Julians Behauptung <u>nicht</u> zutrifft.

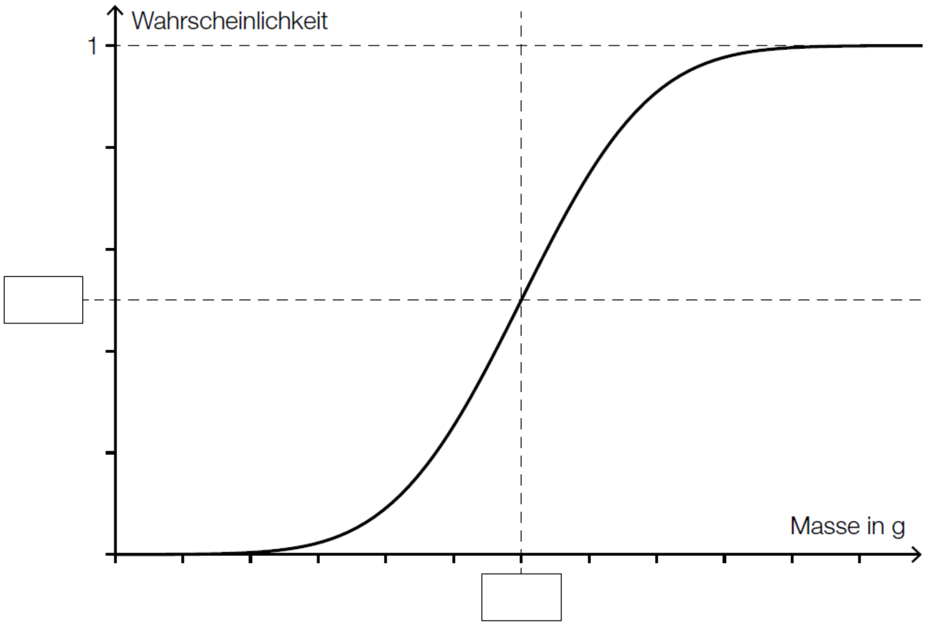
Aufgabe 7 (6 Punkte)

Die Masse von Reispackungen einer bestimmten Sorte ist näherungsweise normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 1\,000$ g und der Standardabweichung $\sigma = 15$ g.

In den nachstehenden beiden Abbildungen sind der Graph der zugehörigen Dichtefunktion f bzw. der Graph der Verteilungsfunktion F dargestellt.

– Tragen Sie die entsprechenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein. (A)





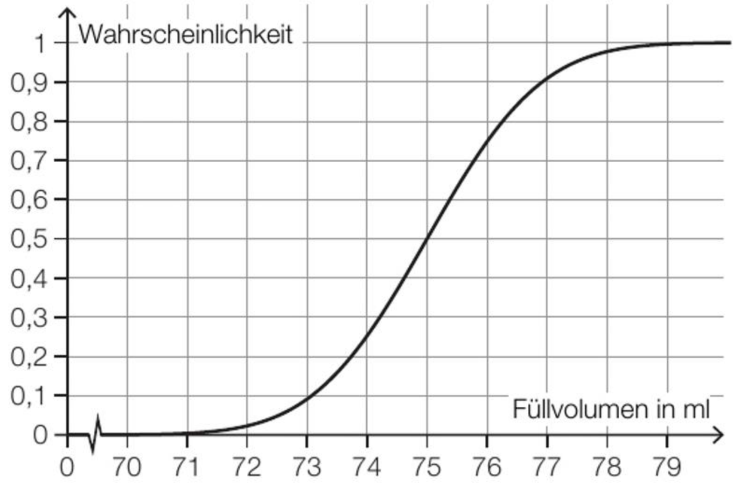
– Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Reispackung dieser Sorte eine Masse von weniger als 980 g hat. (B)

– Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$P(E) = 1 - \int_{990}^{1010} f(x)\,\mathrm{d}x$ (R)

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Ein Parfum wird in bestimmte Fläschchen abgefüllt. Das Füllvolumen wird dabei als annähernd normalverteilt mit der Standardabweichung $\sigma = 1{,}5$ ml angenommen. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der zugehörigen Verteilungsfunktion dargestellt.



1) Lesen Sie aus der obigen Abbildung den Erwartungswert μ des Füllvolumens ab.

$\mu =$ ____________________ ml

2) Ermitteln Sie dasjenige um μ symmetrische Intervall, in dem das Füllvolumen eines zufällig ausgewählten Fläschchens mit einer Wahrscheinlichkeit von 80 % liegt.

3) Veranschaulichen Sie in der obigen Abbildung die Wahrscheinlichkeit, dass das Füllvolumen eines zufällig ausgewählten Fläschchens höchstens 76 ml beträgt.