MATHAGO

Schularbeit

Differentialrechnung

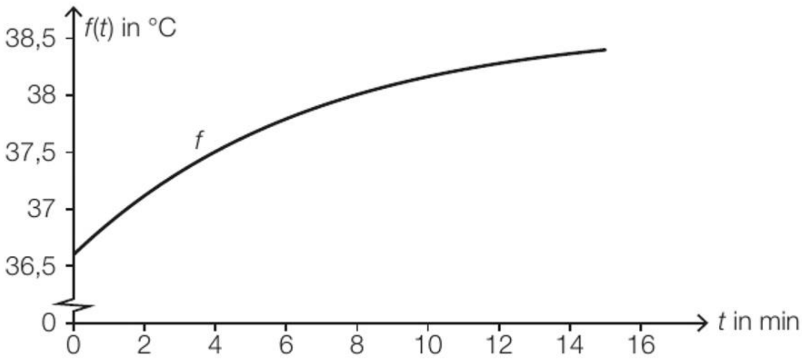
Die Mathago Schularbeit besteht aus 6 kurzen Aufgaben (Ankreuzaufgaben, Grundkompetenzen, etc.) und 2 bis 3 längeren Textaufgaben. Diese stammen aus dem Aufgabenpool und den Kompensationsprüfungen des BMBWF. Die Punkteverteilung sieht wie folgt aus:

22 – 24 Punkte	Sehr Gut
19 – 21 Punkte	Gut
16 – 18 Punkte	Befriedigend
12 – 15 Punkte	Genügend
0 – 11 Punkte	Nicht Genügend

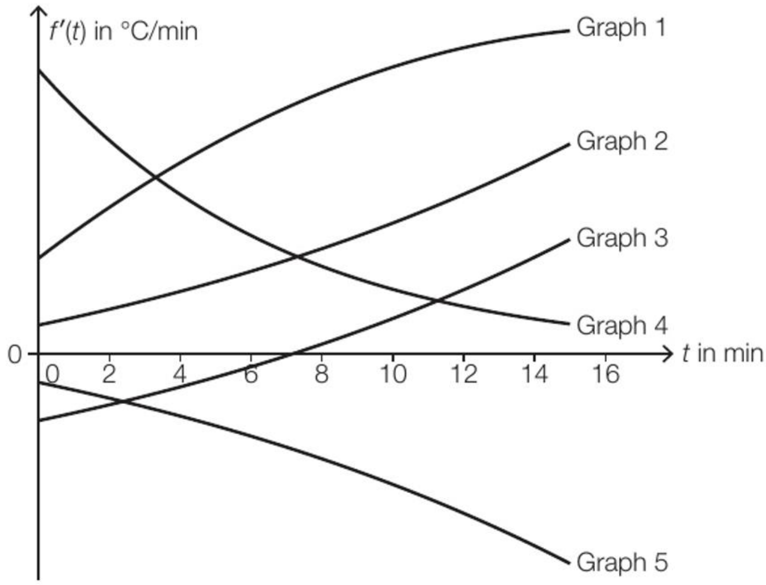
Aufgabe 1 (2 Punkte)

Der Graph der Funktion f in der nachstehenden Abbildung zeigt die Körpertemperatur eines Saunagasts während eines Saunagangs.

t ... Zeit seit Betreten der Sauna in min
$f(t)$ ... Körpertemperatur zur Zeit t in °C



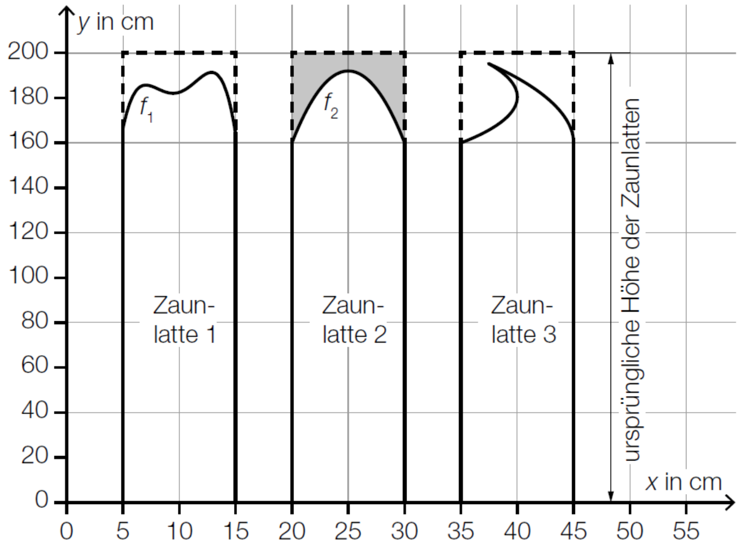
1) Kreuzen Sie den zutreffenden Graphen der zugehörigen Ableitungsfunktion f' an. *[1 aus 5]*



Graph 1	☐
Graph 2	☐
Graph 3	☐
Graph 4	☐
Graph 5	☐

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Die ursprünglichen Zaunlatten sind rechteckig mit einer Höhe von 200 cm und einer Breite von 10 cm. Nach der Bearbeitung ergeben sich die in der nachstehenden Abbildung dargestellten drei Modelle von Zaunlatten.



Zaunlatte 1: Die obere Begrenzungslinie wird durch den Graphen der Funktion f_1 beschrieben.

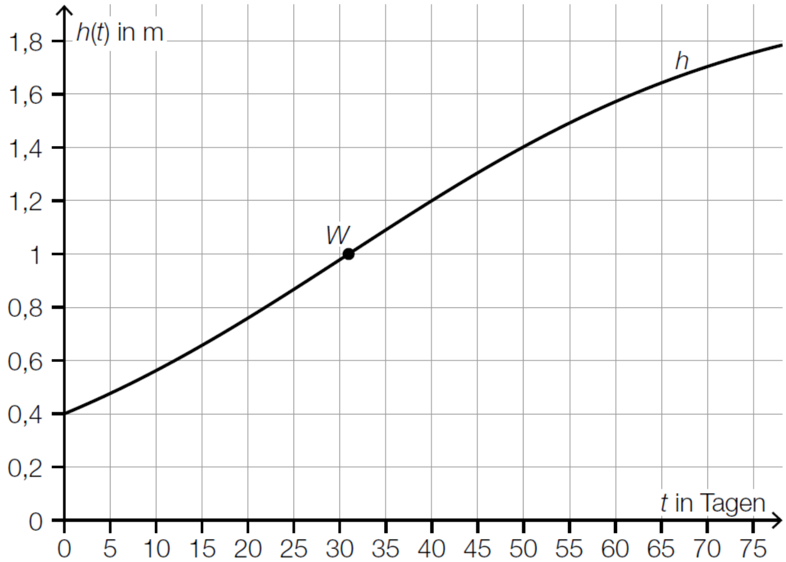
$$f_1(x) = -\frac{4}{47} \cdot x^4 + \frac{10}{3} \cdot x^3 - \frac{95}{2} \cdot x^2 + 292 \cdot x - 470 \quad \text{mit} \quad 5 \leq x \leq 15$$

x, $f_1(x)$ ... Koordinaten in cm

1) Ermitteln Sie die maximale Höhe dieser Zaunlatte.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

In der nachstehenden Abbildung ist die Höhe einer bestimmten Pflanze in Abhängigkeit von der Zeit t durch den Graphen der Funktion h modellhaft dargestellt.



Die Funktion h hat den Wendepunkt $W = (31 \mid 1)$.

1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung die Steigung der Tangente im Wendepunkt.

Aufgabe 4 (2 Punkte)

In Wien gibt es immer weniger Würstelstände. Waren es im Jahr 2010 noch 790, so waren es im Jahr 2017 nur mehr 274.

In einer anderen Modellierung wird die Anzahl der Würstelstände in Wien durch eine quadratische Funktion f beschrieben.

Dabei wird davon ausgegangen, dass die Anzahl der Würstelstände in Wien im Jahr 2017 ihren tiefsten Stand erreicht hatte und seither wieder ansteigt.

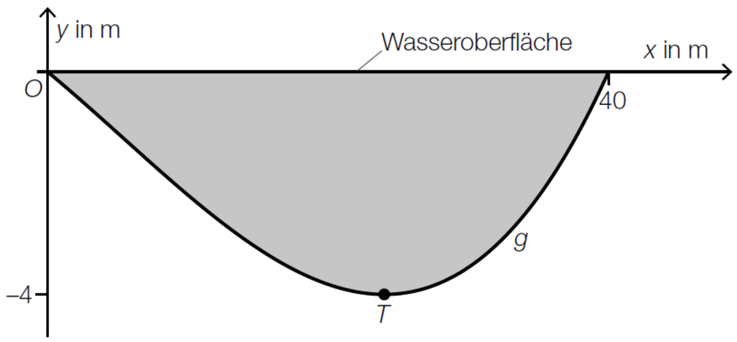
1) Ergänzen Sie die beiden fehlenden Zahlen. Es gilt $t = 0$ für das Jahr 2010.

$f'(7) =$ ___________

$f(14) =$ ___________

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Die nachstehende Abbildung zeigt einen Querschnitt eines Schotterteichs. Die untere Begrenzungslinie dieses Querschnitts lässt sich näherungsweise durch den Graphen der Funktion g beschreiben.



Für die Funktion g gilt:

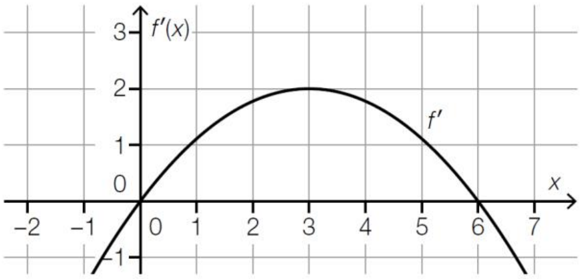
$$g(x) = \frac{1}{4608} \cdot x^3 - \frac{1}{288} \cdot x^2 - \frac{5}{24} \cdot x \quad \text{mit} \quad 0 \leq x \leq 40$$

x, $g(x)$ ... Koordinaten in m

Zeigen Sie, dass das Gefälle der Funktion g im gesamten Intervall [0; 24] kleiner als 15° ist.

Aufgabe 6 (2 Punkte)

Die Funktion f ist eine Polynomfunktion 3. Grades. Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f'.



Das Intervall $(m; n)$ ist das größtmögliche Intervall, in dem für alle $x \in (m; n)$ gilt:
$f'(x) > 0$
$f''(x) < 0$

– Geben Sie die Intervallgrenzen m und n an.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Die Körpergröße von Rindern wird durch die sogenannte *Widerristhöhe* beschrieben.

Eine Landwirtin züchtet eine Rinderrasse, für die die Widerristhöhe in Abhängigkeit vom Alter modellhaft durch die Funktion h beschrieben wird.

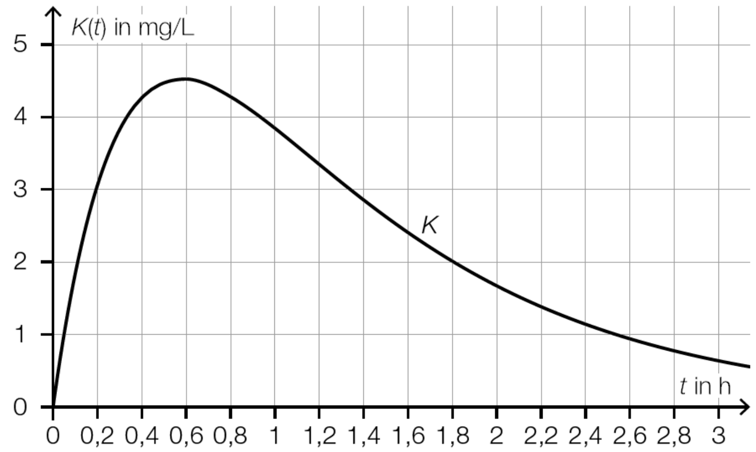
$h(t) = 0{,}0024 \cdot t^3 - 0{,}19 \cdot t^2 + 5{,}73 \cdot t + 73$ mit $1 \leq t \leq 24$

t … Alter in Monaten
$h(t)$ … Widerristhöhe eines Rindes im Alter t in cm

1) Berechnen Sie das Alter, in dem gemäß diesem Modell eine Widerristhöhe von 115 cm erreicht wird.
2) Weisen Sie mithilfe der 2. Ableitung von h nach, dass der Graph von h im gesamten Definitionsbereich [1; 24] negativ gekrümmt ist.

Aufgabe 8 (4 Punkte)

Lea trinkt eine Tasse Kaffee. In der nachstehenden Abbildung ist der Graph der Funktion K dargestellt, die modellhaft die Konzentration $K(t)$ von Koffein in Leas Blut in Abhängigkeit von der Zeit t nach dem Trinken des Kaffees beschreibt (t in h, $K(t)$ in mg/L).



1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung, wie viele Minuten nach dem Trinken des Kaffees die maximale Konzentration von Koffein im Blut auftritt.

____ min *[0/1 P.]*

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

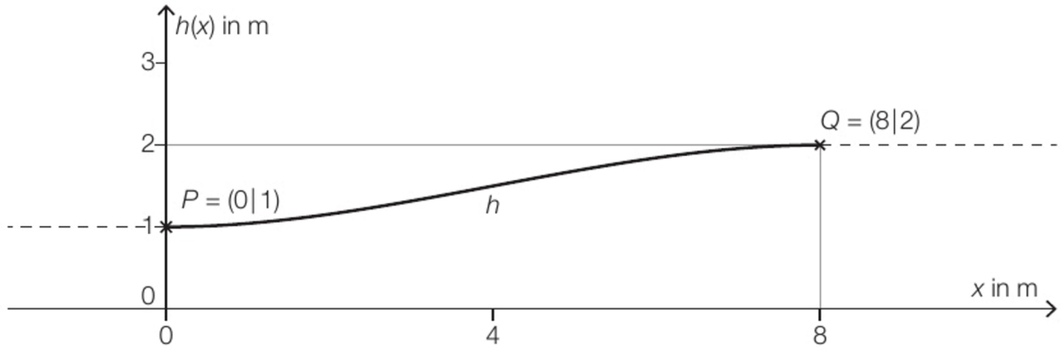
Die Funktion K hat im Intervall (0; 0,8) _____①_____ und in diesem Intervall ändert sich das Vorzeichen der _____②_____.

①	
eine Wendestelle	☐
eine Extremstelle	☐
eine Nullstelle	☐

②	
Krümmung	☐
Steigung	☐
Funktionswerte	☐

Aufgabe 9 (4 Punkte)

Ein neues Förderband wird geplant (siehe unten stehende Abbildung). Es soll bis zum Punkt P horizontal verlaufen, dann einen Höhenunterschied von 1 m überwinden und ab dem Punkt Q wieder horizontal verlaufen. Im Intervall $0 \leq x \leq 8$ soll der Verlauf des Förderbands mithilfe einer Funktion h beschrieben werden.



Für die Modellierung der Funktion h werden verschiedene Varianten überlegt. Der Graph der Funktion h soll durch die Punkte P und Q verlaufen und dort jeweils eine waagrechte Tangente haben.

Im Modell A wird der Verlauf des Förderbands im Intervall $0 \leq x \leq 8$ durch die Polynomfunktion 3. Grades h mit $h(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben.

1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von h.
2) Berechnen Sie diese Koeffizienten.