

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2021

Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst fünf Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind. Jede Aufgabe gliedert sich in zwei Aufgabenteile: „Aufgabenstellung“ und „Leitfrage“.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1		Kandidat/in 2		Kandidat/in 3		Kandidat/in 4		Kandidat/in 5	
Aufgabe 1										
Aufgabe 2										
Aufgabe 3										
Aufgabe 4										
Aufgabe 5										
gesamt										

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem oder zwei Punkten bewertet. Dabei ist bei jeder Aufgabenstellung ein Grundkompetenzpunkt und bei jeder Leitfrage ein Leitfragenpunkt zu erreichen. Insgesamt können maximal zehn Punkte erreicht werden.

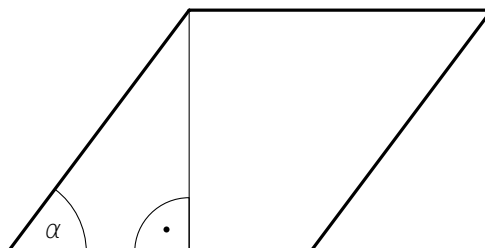
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Note	erreichte Punkte (Grundkompetenzpunkte + Leitfragenpunkte)
Sehr gut	7–10
Gut	6
Befriedigend	5
Genügend	4

Aufgabe 1

Raute

In der nachstehenden Abbildung ist eine Raute mit der Seitenlänge a , der Höhe h und dem Winkel α ($\alpha < 90^\circ$) dargestellt.



Aufgabenstellung:

- Stellen Sie mithilfe von a und α eine Formel zur Berechnung von h auf.

$$h = \underline{\hspace{10cm}}$$

Leitfrage:

- Ermitteln Sie α so, dass der Flächeninhalt A der Raute halb so groß wie der Flächeninhalt eines Quadrats mit der gleichen Seitenlänge a ist.

Lösung zur Aufgabe 1

Raute

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{a}$$

$$h = \sin(\alpha) \cdot a$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$A = a^2 \cdot \sin(\alpha)$$

$$a^2 \cdot \sin(\alpha) = a^2 \cdot 0,5 \Rightarrow \sin(\alpha) = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

Lösungsschlüssel:

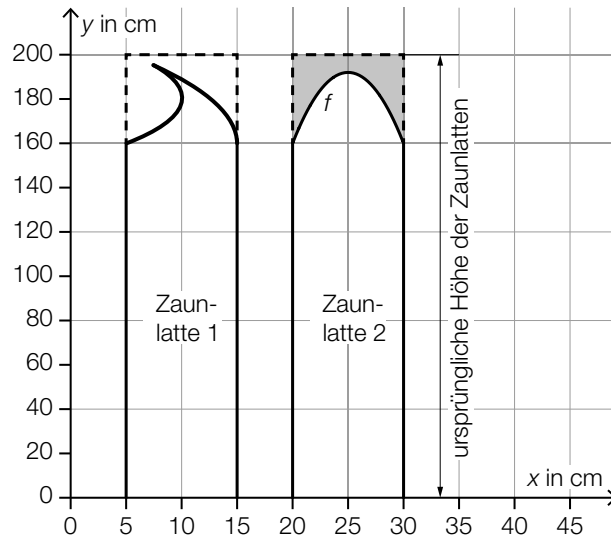
Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn α richtig ermittelt wird.

Aufgabe 2

Zaunlatten

Eine Tischlerei schneidet rechteckige Zaunlatten kreativ zu.

Die ursprünglichen Zaunlatten sind rechteckig mit einer Höhe von 200 cm und einer Breite von 10 cm. Nach der Bearbeitung ergeben sich die in der nachstehenden Abbildung dargestellten Modelle von Zaunlatten.



Aufgabenstellung:

Zaunlatte 1: Die gesamte obere Begrenzungslinie im Bereich $5 \leq x \leq 15$ soll durch den Graphen einer Funktion in Abhängigkeit von x beschrieben werden.

– Begründen Sie, warum dies nicht möglich ist.

Leitfrage:

Zaunlatte 2: Die obere Begrenzungslinie wird im Intervall $[20; 30]$ durch den Graphen der Funktion f beschrieben.

$x, f(x)$... Koordinaten in cm

Die grau markierte Fläche in der obigen Abbildung zeigt den Verschnitt (d. h. die beim Zuschneiden anfallenden Holzreste).

– Stellen Sie mithilfe von f eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche (in cm^2) auf.

$A =$ _____

Lösung zur Aufgabe 2

Zaunlatten

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

Es handelt sich nicht um den Graphen einer Funktion, weil nicht jedem x -Wert (im Bereich $5 \leq x \leq 15$) genau ein y -Wert zugeordnet werden kann.

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn richtig begründet wird, warum die Begrenzungslinie nicht durch den Graphen einer Funktion beschrieben werden kann.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$A = 200 \cdot 10 - \int_{20}^{30} f(x) dx$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Aufgabe 3

Lärm

Lärm kann die Gesundheit des Menschen beeinträchtigen.

Aufgabenstellung:

Die Zeit, die ein Mensch einem bestimmten Schallpegel täglich ausgesetzt werden darf, wird *Einwirkungsdauer* genannt. Sie kann durch die Funktion f modelliert werden.

$$f(x) = a \cdot 0,8^x$$

x ... Schallpegel in Dezibel (dB)

$f(x)$... Einwirkungsdauer beim Schallpegel x in min

Bei einem Schallpegel von 100 dB beträgt die Einwirkungsdauer 12 min.

– Ermitteln Sie den Parameter a .

Leitfrage:

Auf einem bestimmten Straßenstück wurden Lärmmessungen in Abhängigkeit von der Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde durchgeführt. Aus diesen Lärmmessungen wird der sogenannte *Mittelungspegel* errechnet (siehe nachstehende Tabelle).

Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde	Mittelungspegel in dB
10	52
60	58
80	61

– Weisen Sie rechnerisch nach, dass zwischen der Anzahl der Fahrzeuge pro Stunde und dem Mittelungspegel in dB kein linearer Zusammenhang besteht.

Lösung zur Aufgabe 3

Lärm

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$f(100) = 12 \quad \text{oder} \quad 12 = a \cdot 0,8^{100}$$

$$a = 5,89... \cdot 10^{10}$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn der Parameter a richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$k_1 = \frac{58 - 52}{60 - 10} = 0,12$$

$$k_2 = \frac{61 - 58}{80 - 60} = 0,15$$

$$k_3 = \frac{61 - 52}{80 - 10} = 0,128...$$

Da die Quotienten nicht gleich sind, handelt es sich nicht um einen linearen Zusammenhang.
Für die Punktevergabe ist der Vergleich zweier Differenzenquotienten ausreichend.

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn rechnerisch nachgewiesen wird, dass kein linearer Zusammenhang besteht.

Aufgabe 4

Änderungsmaße

Die quadratische Funktion f ist durch die Gleichung $f(x) = -x^2 + 2 \cdot x + 3$ gegeben.

Aufgabenstellung:

Die mittlere Änderungsrate von f im Intervall $[1; a]$ ($a \in \mathbb{R}$, $a > 1$) beträgt -3 .

– Ermitteln Sie a .

Leitfrage:

– Ermitteln Sie eine Stelle x_0 so, dass die momentane Änderungsrate von f an der Stelle x_0 gleich -3 ist.

Lösung zur Aufgabe 4

Änderungsmaße

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$\frac{f(a) - f(1)}{a - 1} = -3 \quad \text{oder} \quad \frac{-a^2 + 2 \cdot a + 3 - 4}{a - 1} = -3$$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$$a = 4$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn a richtig ermittelt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$$f'(x) = -2 \cdot x + 2$$

$$f'(x_0) = -3 \Rightarrow x_0 = 2,5$$

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn x_0 richtig ermittelt wird.

Aufgabe 5

Glücksrad

Ein Glücksrad ist in mehrere Sektoren unterteilt. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger im Sektor G stehen bleibt, beträgt bei jeder Drehung p . Die Ergebnisse der einzelnen Drehungen sind voneinander unabhängig.

Aufgabenstellung:

Marco dreht das Glücksrad n -mal.

- Stellen Sie mithilfe von p eine Formel zur Berechnung der nachstehenden Wahrscheinlichkeit auf.

$P(\text{„der Zeiger bleibt mindestens 1-mal im Sektor } G \text{ stehen“}) = \underline{\hspace{10cm}}$

Leitfrage:

Nina dreht das Glücksrad mehrere Male.

- Beschreiben Sie ein Ereignis E im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet werden kann.

$$P(E) = \binom{10}{8} \cdot p^8 \cdot (1-p)^2 + \binom{10}{9} \cdot p^9 \cdot (1-p) + p^{10}$$

Lösung zur Aufgabe 5

Glücksrad

Lösungserwartung zur Aufgabenstellung:

$$P(\text{„der Zeiger bleibt mindestens 1-mal im Sektor } G \text{ stehen“}) = 1 - (1 - p)^n$$

Lösungsschlüssel:

Der Grundkompetenzpunkt ist genau dann zu geben, wenn die Formel richtig aufgestellt wird.

Lösungserwartung zur Leitfrage:

$E \dots$ „bei 10-maligem Drehen bleibt der Zeiger mindestens 8-mal im Sektor G stehen“

Lösungsschlüssel:

Der Leitfragenpunkt ist genau dann zu geben, wenn das Ereignis richtig beschrieben wird.