

Name:	
Klasse:	



Standardisierte kompetenzorientierte  
schriftliche Probereifeprüfung

AHS

Mai 2021

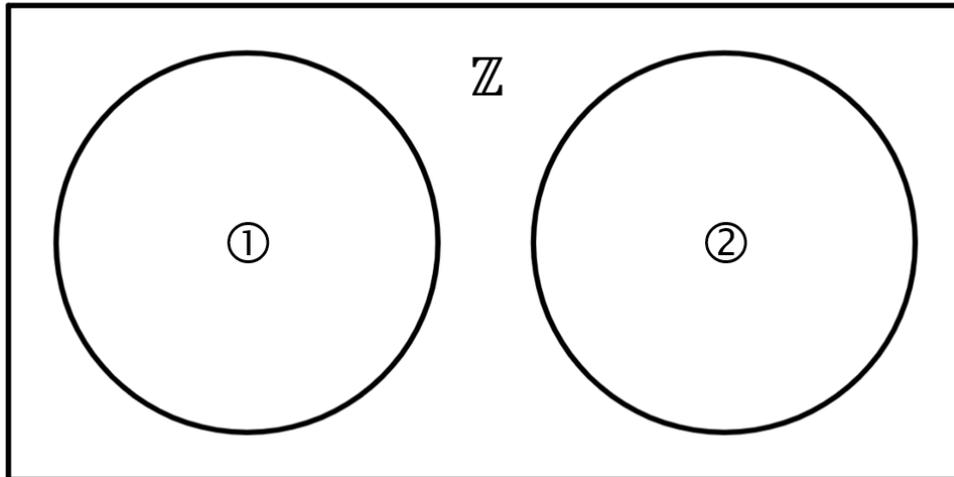
# Mathematik

## Typ-1 Aufgaben

# Aufgabe 1

## Mengendiagramm

Gegeben ist das nachstehende Mengendiagramm.



### Aufgabenstellung:

Beschriften Sie die beiden Mengen so, dass das Mengendiagramm mathematisch korrekt ist.

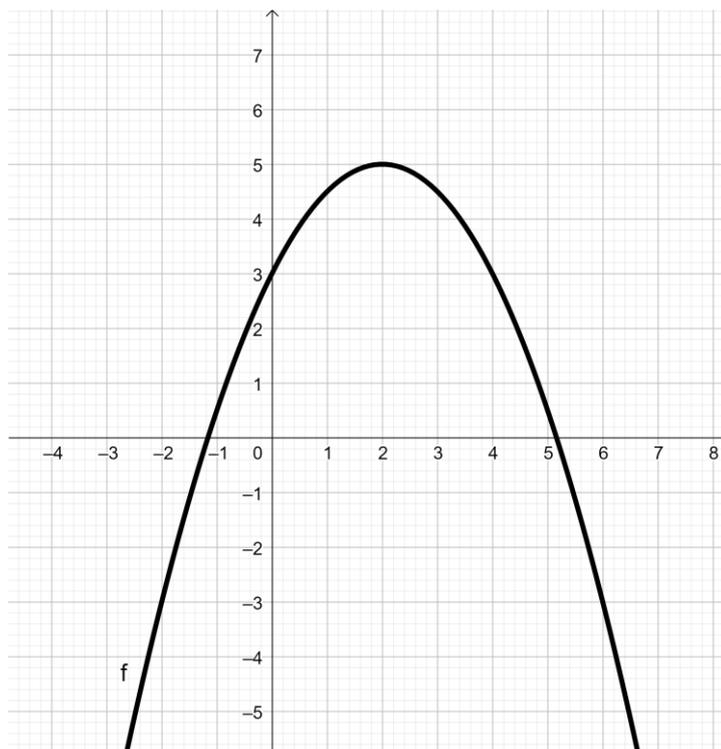
①	
$\mathbb{N}$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{Z}^*$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{Q}^-$	<input type="checkbox"/>

②	
$\mathbb{N}^*$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{Z}^-$	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{Q}$	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 2

### Quadratische Gleichung

Gegeben ist der Graph der quadratischen Funktion  $f(x)$ .



#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie jene Funktion  $g(x)$  an, sodass die quadratische Gleichung  $f(x) = g(x)$  in  $\mathbb{R}$  keine Lösung besitzt.

$g(x) = -3$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 0$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 5$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = -2 \cdot x + 7$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 2 \cdot x + 4$	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 0,5 \cdot x - 5$	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 3

### Betrag eines Vektors

Gegeben ist Vektor  $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  und der Betrag dieses Vektors  $|\overrightarrow{AB}| = c$ .

#### Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an, die für jedes  $a, b, c \in \mathbb{R}^*$  gelten!

$a > c$	<input type="checkbox"/>
$b < c$	<input type="checkbox"/>
$a + b > c$	<input type="checkbox"/>
$ a + b  > c$	<input type="checkbox"/>
$ a  +  b  > c$	<input type="checkbox"/>

## Aufgabe 4

### Orthogonalität von Vektoren

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} c \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2c \\ 24d \end{pmatrix}$  mit  $c, d \in \mathbb{R}^*$ .

#### Aufgabenstellung:

Die Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  sollen aufeinander normal stehen. Geben Sie für diesen Fall  $c$  in Abhängigkeit von  $d$  an!

$c =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 5

## Rechtwinkeliges Dreieck

In einem bestimmten rechtwinkligen Dreieck ist die Ankathete von  $\alpha$  halb so groß wie die Hypotenuse.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie  $\alpha$ !

$\alpha =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 6

## Jakob Pörtl

Jakob Pörtl ist ein österreichischer Basketball-Spieler auf der Position des Power Forward bzw. Center und spielt aktuell in der NBA bei den San Antonio Spurs. Wird er im Spiel bei einem Wurf gefoult, darf er ein oder mehrere Freiwürfe nehmen. Trifft er ohne dass dabei der Ball den Korbring berührt, spricht man von einem „Swish“. Der kleinste Einfallswinkel  $\alpha$ , bei dem ein Swish möglich ist, ist in der Abbildung dargestellt, wobei der Kreisring der Einfachheit halber als eine Linie betrachtet wird.



Abbildung 2 (Quelle: aufgabenpool.at, A\_081 – Basketball)

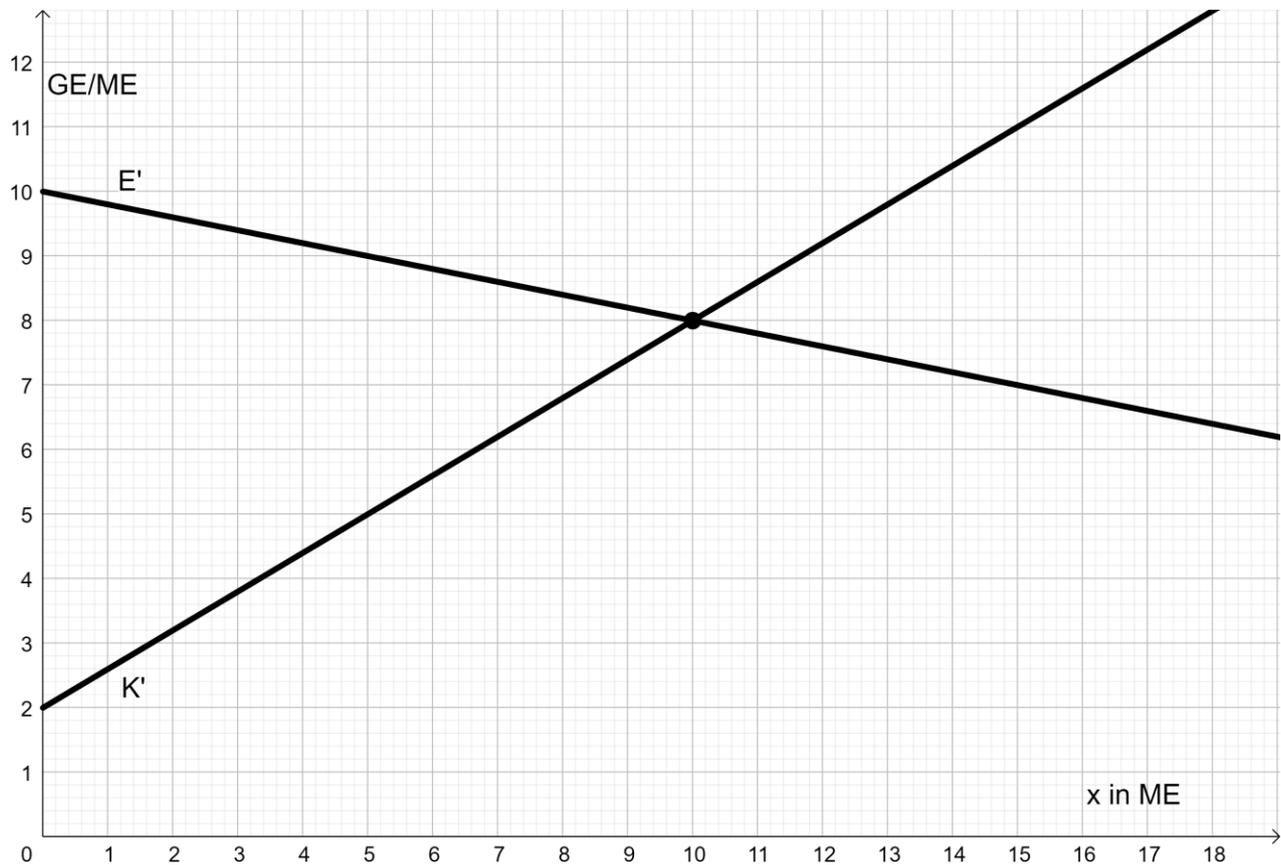
### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie für einen Basketball mit einem Durchmesser von 24 cm und einem Korbring mit einem Durchmesser von 4,5 dm den entsprechenden Winkel  $\alpha$ .

# Aufgabe 7

## Grenzkosten und Grenzerlös

Gegeben ist die Grenzkostenfunktion  $K'(x)$  und die Grenzerlösfunktion  $E'(x)$ .



### Aufgabenstellung:

Interpretieren Sie die x-Koordinate des Schnittpunkts im gegebenen Sachzusammenhang.

# Aufgabe 8

## Big-Mac-Index

Der Big-Mac-Index ist ein Indikator, der die Kaufkraft verschiedener Währungen anhand der Preise für einen Big Mac in verschiedenen Ländern vergleicht. In Österreich lag der Big-Mac-Index 2002 bei 2,25 \$, 2006 schon bei 2,75 \$. Die lineare Funktion  $B(t)$  beschreibt den zeitlichen Verlauf der Index Werte in Österreich.

$$B(t) = k \cdot t + d$$

$t$ ...Zeit in Jahren mit  $t = 0$  für das Jahr 2002

$B(t)$ ...Big-Mac-Index Wert von Österreich zum Zeitpunkt  $t$ .

### Aufgabenstellung:

Stellen Sie mit Hilfe der Werte von 2002 und 2006 die lineare Funktion  $B(t)$  auf.

# Aufgabe 9

## Ausarbeitung eines Fragenkatalogs

Zur Vorbereitung eines Tests bekommt eine Schulklasse von ihrer Lehrkraft einen Fragenkatalog mit  $a$  Fragen. Dabei ist die Anzahl der zu ausarbeitenden Fragen indirekt proportional zur Anzahl der Schülerinnen und Schüler, auf welche die Fragen aufgeteilt werden. So muss jeder Schüler bzw. jede Schülerin 18 Fragen ausarbeiten, wenn die Fragen auf 4 Schülerinnen und Schüler aufgeteilt werden.

### Aufgabenstellung:

Geben Sie an, auf wie viele Schüler die Aufgaben aufgeteilt werden müssen, damit jeder Schüler bzw. jede Schülerin nur noch 3 Fragen ausarbeiten muss!

# Aufgabe 10

## Polynomfunktion dritten Grades

Gegeben ist eine Polynomfunktion dritten Grades.

### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Besitzt eine Polynomfunktion dritten Grades genau ① dann besitzt sie auf jeden Fall genau ②.

①	
keine Nullstelle	<input type="checkbox"/>
eine Nullstelle	<input type="checkbox"/>
zwei Nullstellen	<input type="checkbox"/>

②	
keine Extremstelle	<input type="checkbox"/>
eine Extremstelle	<input type="checkbox"/>
zwei Extremstellen	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 11

## Eiskönigin

Die Eiskönigin Elsa hat Zauberkräfte. Sie kann alles Mögliche aus Eis erschaffen. Man nimmt an, dass Elsas Zauberkräfte im Laufe der Jahre exponentiell ansteigen. Zu ihrem 18. Geburtstag waren ihre Zauberkräfte achtmal so groß wie zu ihrer Geburt.

### Aufgabenstellung:

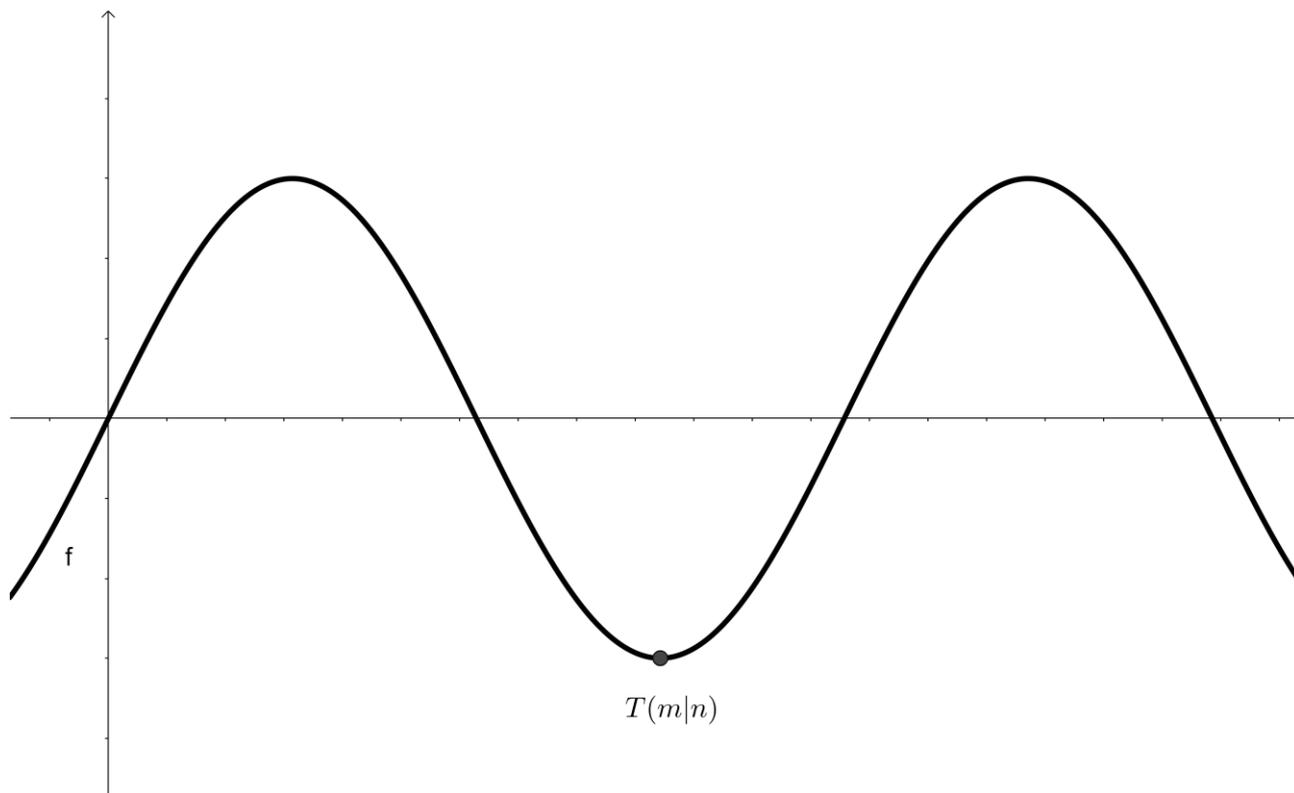
Geben Sie die Verdopplungszeit von Elsas Zauberkräften an!

# Aufgabe 12

## Tiefpunkt einer Sinusfunktion

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Funktionsgleichung  $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$  mit  $a, b \in \mathbb{R}^+$ .

Weiters kennt man den ersten Tiefpunkt im vierten Quadranten dieser Funktion mit den Koordinaten  $T(m|n)$ .



### Aufgabenstellung:

Drücken Sie  $a$  und  $b$  durch  $m$  bzw.  $n$  aus!

$a =$  \_\_\_\_\_

$b =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 13

## Olaf

Die Eiskönigin Elsa hat unter anderem den Schneemann Olaf erschaffen. Geht man näherungsweise davon aus, dass die beiden Körperteile von Olaf jeweils Kugeln entsprechen, so ist das Volumen der unteren Kugel um 150 % größer, als das Volumen der zweiten Kugel.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Durchmesser der größeren Kugel größer ist, als der Durchmesser der kleineren Kugel.

# Aufgabe 14

## Mobile Datennutzung in Wien

In einem Artikel des ORF vom 20. Jänner 2020 (<https://wien.orf.at/stories/3030825/>) wird berichtet, dass die mobile Datennutzung in Wien geradezu explodiert:

„2016 waren es in Wien rund 163 Millionen Gigabyte an Daten, die mobil verbraucht worden sind. Im Jahr darauf waren es schon 259 Millionen. 2018 waren es dann schon 404 Millionen Gigabyte.“

### Aufgabenstellung:

Stellen Sie mit den angegebenen Werten eine Differenzgleichung der Form  $M_{t+1} = a \cdot M_t + b$  auf, wobei  $M$  die mobile Datennutzung in Wien im Jahr  $t$  beschreibt!

# Aufgabe 15

## Trigonometrische Funktion

Gegeben ist die trigonometrische Funktion  $f(x) = -3 \cdot \sin(3 \cdot x) + 9 \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot x\right)$ .

### Aufgabenstellung:

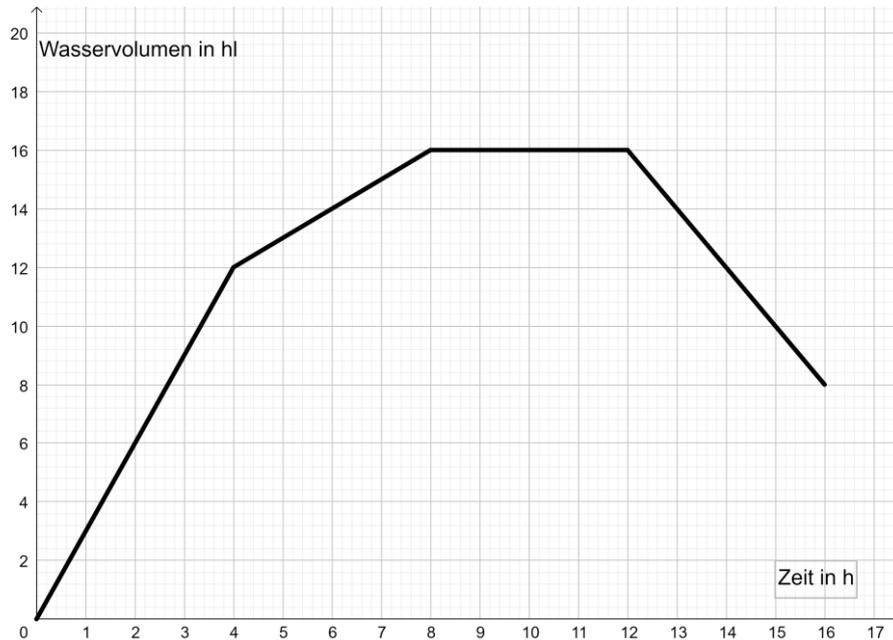
Kreuzen Sie die dazu passende Ableitung  $f'(x)$  an!

$-3 \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) - 9 \cdot \sin(3 \cdot x)$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) + 9 \cdot \cos(3 \cdot x)$	<input type="checkbox"/>
$-3 \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) - 9 \cdot \cos(3 \cdot x)$	<input type="checkbox"/>
$-9 \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) + 3 \cdot \cos(3 \cdot x)$	<input type="checkbox"/>
$-9 \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) + 3 \cdot \sin(3 \cdot x)$	<input type="checkbox"/>
$3 \cdot \cos\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) - 3 \cdot \sin(3 \cdot x)$	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 16

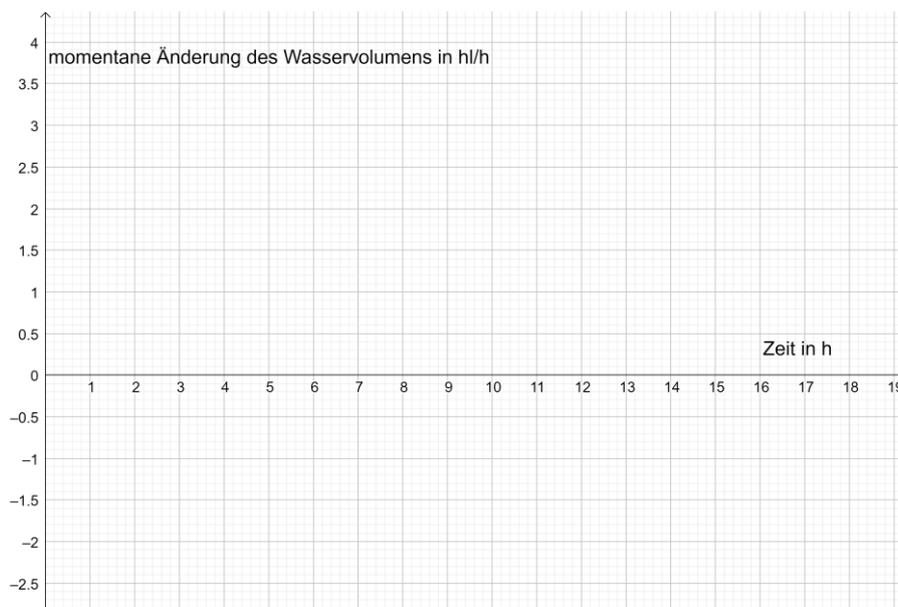
## Momentane Änderung des Wasservolumens

Gegeben ist der Graph des Wasservolumens in einem Behälter im Zeitintervall  $[0; 16]$ .



### Aufgabenstellung:

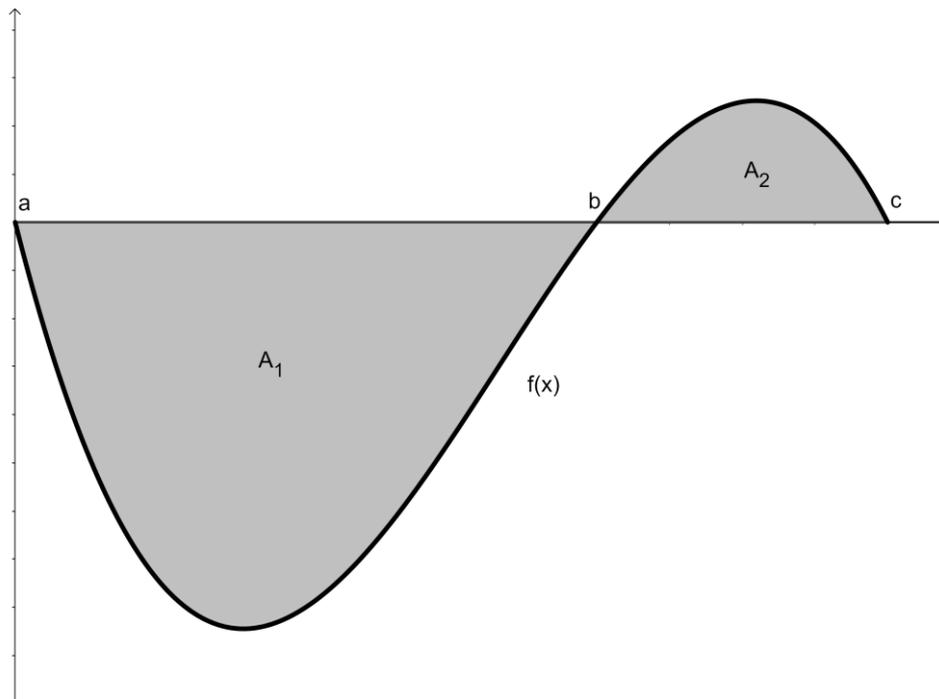
Zeichnen Sie die Momentane Änderung des Wasservolumens im Zeitintervall  $[0; 16]$  in die nachstehende Abbildung ein!



# Aufgabe 17

## Bestimmtes Integral und Flächeninhalt

Gegeben ist die Polynomfunktion  $f(x)$ . Dabei bezeichnet  $A_1$  den Flächeninhalt, den die Funktion mit der  $x$ -Achse im Intervall  $[a; b]$  einschließt und  $A_2$  den Flächeninhalt, den die Funktion mit der  $x$ -Achse im Intervall  $[b; c]$  einschließt.



### Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Das Ergebnis des bestimmten Integrals im Intervall  $[a; b]$  ist ①  $A_1$ . Das Ergebnis des bestimmten Integrals im Intervall  $[b; c]$  ist ②  $A_2$ .

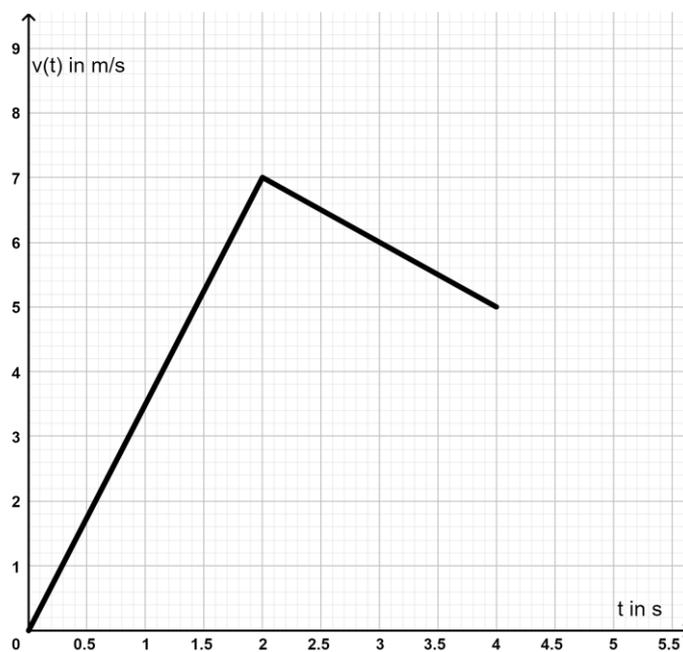
①	
kleiner als	<input type="checkbox"/>
gleich groß wie	<input type="checkbox"/>
größer als	<input type="checkbox"/>

②	
kleiner als	<input type="checkbox"/>
gleich groß wie	<input type="checkbox"/>
größer als	<input type="checkbox"/>

# Aufgabe 18

## Sandro Platzgummer

Sandro Platzgummer ist ein österreichischer American-Football-Spieler auf der Position des Runningbacks (RB) und spielt aktuell in der NFL bei den New York Giants. Als RB muss er immer wieder Läufe über das Spielfeld machen, wobei die Entfernung in Yard gemessen wird (Es gilt:  $1 \text{ Yard} \approx 0,9144 \text{ Meter}$ ). Bei einem Trainingslauf wird seine Geschwindigkeit gemessen und in der nachstehenden Grafik dargestellt.



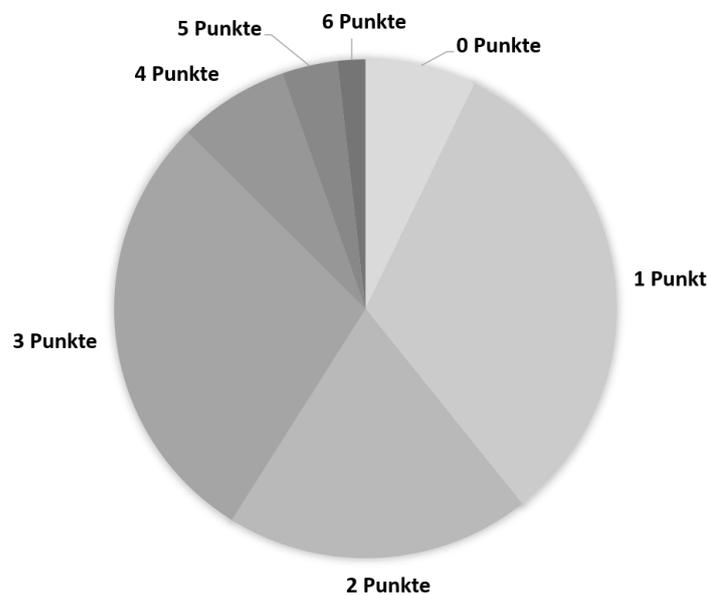
### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, welche Strecke Sandro Platzgummer in den ersten 4 Sekunden zurückgelegt hat!  
Geben Sie das Ergebnis in Yard an.

# Aufgabe 19

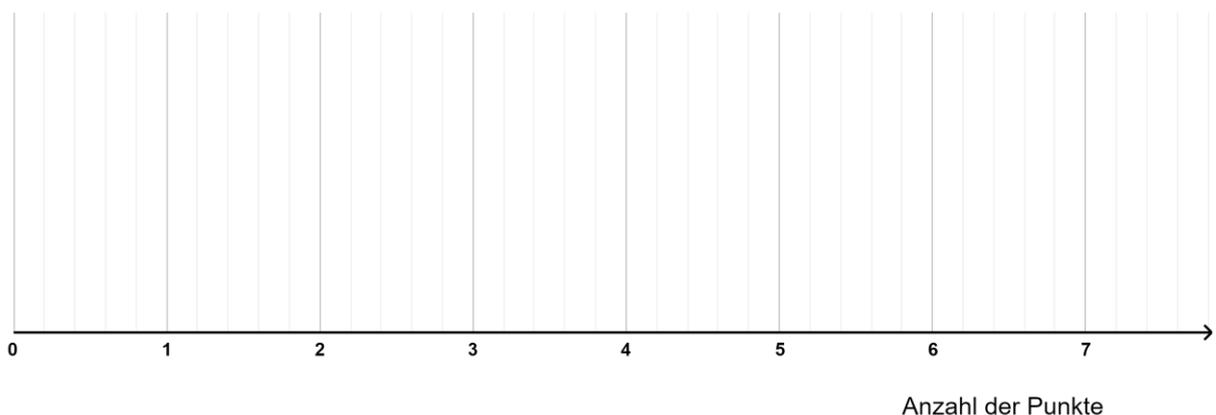
## Marco Rossi

Marco Rossi ist ein österreichischer Eishockey-Spieler auf der Position des Center und spielt aktuell in der NHL bei den Minnesota Wild. Zuvor spielte er zwei Saisonen in Kanada bei den Ottawa 67's. In der Saison 2019/2020 erzielte er insgesamt 120 Punkte (Tore und Vorlagen). Die Anzahl der Punkte pro Spiel ist im nachstehenden Kreisdiagramm dargestellt. So hat er beispielsweise in etwa 32 % der Spiele genau einen Punkt erzielt.



### Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in das nachstehende Koordinatensystem das zu den erzielten Punkten passende Boxplot Diagramm.



# Aufgabe 20

## Trigonometrie Aufgaben

Horst hat vergangene Prüfungen ausgewertet und festgestellt, dass bei Trigonometrie Aufgaben zu 45% der Tangens, zu 30% der Sinus und zu 25% der Cosinus verwendet werden muss, um die Aufgabe lösen zu können. Demnächst stehen zwei Prüfungen unabhängig voneinander an, in denen jeweils eine Trigonometrie Aufgabe vorkommen wird.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Horst bei beiden Prüfungen jeweils dieselbe Winkelfunktion anwenden wird müssen, um die Trigonometrie Aufgabe lösen zu können!

# Aufgabe 21

## Löcher in den Socken

Kimberley kauft 60% ihrer Socken in Geschäft A und die restlichen Socken in Geschäft B. Die in Geschäft A gekauften Socken haben zu 2% Löcher in den Socken, die von Geschäft B zu 10%. Daher beträgt aktuell die Wahrscheinlichkeit, dass einer ihrer Socken, egal ob von Geschäft A oder Geschäft B gekauft, ein Loch hat 5,2%.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, wie viel Prozent ihrer Socken Kimberley im Geschäft A kaufen müsste, damit die Wahrscheinlichkeit, dass einer ihrer Socken ein Loch hat nur noch halb so groß ist, wie aktuell.

# Aufgabe 22

## Gewinnspiel auf Instagram

Auf dem Instagram Account einer Mathematik Seite wird immer wieder ein Gewinnspiel veranstaltet.

### Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier angeführten Wahrscheinlichkeiten jeweils die dazu äquivalente Wahrscheinlichkeit aus A bis F zu!

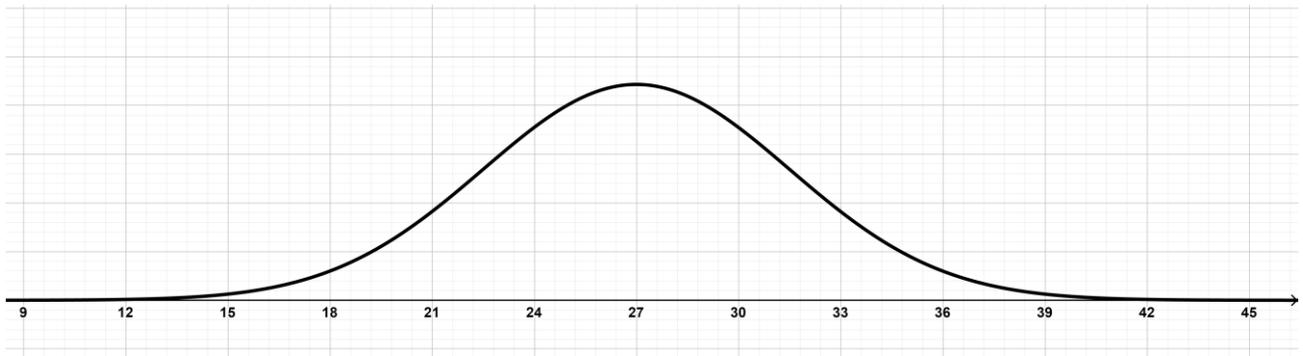
P(„weniger als 1 Mädchen gewinnt“)	
P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt“)	
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt“)	
P(„mehr als 1 Mädchen gewinnt“)	

A	$1 - P(\text{„mehr als 1 Mädchen gewinnt“})$
B	$1 - P(\text{„höchstens 2 Mädchen gewinnen“})$
C	$1 - P(\text{„mindestens 1 Mädchen gewinnt“})$
D	$1 - P(\text{„weniger als 2 Mädchen gewinnen“})$
E	$1 - P(\text{„mehr als 2 Mädchen gewinnen“})$
F	$1 - P(\text{„kein Mädchen gewinnt“})$

## Aufgabe 23

### Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung

Von einer normal approximierten Binomialverteilung kennt man die Standardabweichung  $\sigma = 4,5$  und den dazugehörigen Graphen der Dichtefunktion.



#### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Parameter  $n$  und  $p$  dieser Binomialverteilung!

$n =$  \_\_\_\_\_

$p =$  \_\_\_\_\_

# Aufgabe 24

## Zufriedenheit mit dem Bürgermeister

Einer repräsentativen Umfrage unter  $n$  Bürgerinnen und Bürgern einer Stadt hinsichtlich ihrer Zufriedenheit mit dem dortigen Bürgermeister ergab ein 95%-Konfidenzintervall von  $[0,3847; 0,4553]$  für den Anteil derjenigen Bürgerinnen und Bürger, welche mit dem Bürgermeister sehr zufrieden sind.

### Aufgabenstellung:

Berechnen Sie die Anzahl  $n$  der Bürgerinnen und Bürger, welche an der Umfrage teilgenommen haben!

### Aufgabe 1

①	
N	X
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

②	
	<input type="checkbox"/>
$\mathbb{Z}^-$	X
	<input type="checkbox"/>

### Aufgabe 2

	<input type="checkbox"/>
$g(x) = 2 \cdot x + 4$	X
	<input type="checkbox"/>

### Aufgabe 3

	<input type="checkbox"/>
$b < c$	X
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
$ a  +  b  > c$	X

### Aufgabe 4

$$c = \pm 6 \cdot \sqrt{-d}$$

### Aufgabe 5

$$\alpha = 60^\circ$$

### Aufgabe 6

$$\alpha = 32,23^\circ$$

### Aufgabe 7

Bei 10 ME ist der Gewinn maximal

### Aufgabe 8

$$B(t) = 0,125 \cdot t + 2,25$$

### Aufgabe 9

24 Schülerinnen und Schüler

### Aufgabe 10

①	
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
zwei Nullstellen	X

②	
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
zwei Extremstellen	X

### Aufgabe 11

Die Verdopplungszeit beträgt 6 Jahre

### Aufgabe 12

$$a = -n$$

$$b = \frac{3 \cdot \pi}{2 \cdot m}$$

### Aufgabe 13

Der Durchmesser der größeren Kugel ist um 35,7 % größer

### Aufgabe 14

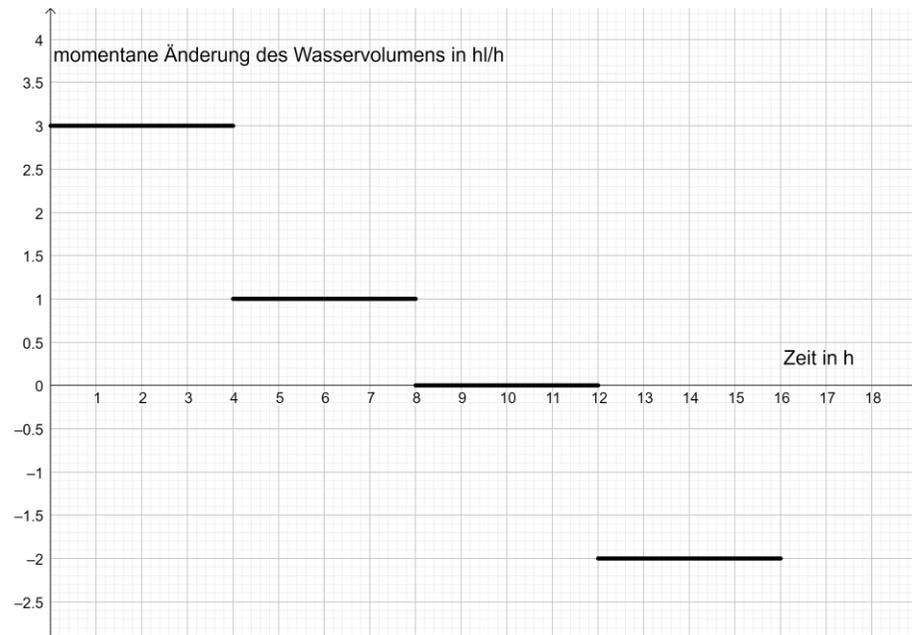
$$a = 1,51$$

$$b = 12,8$$

### Aufgabe 15

	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
$-3 \cdot \sin\left(\frac{1}{3} \cdot x\right) - 9 \cdot \cos(3 \cdot x)$	X
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

### Aufgabe 16



### Aufgabe 17

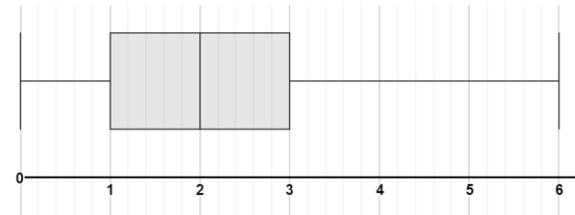
①	
kleiner als	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

②	
	<input type="checkbox"/>
gleich groß wie	<input checked="" type="checkbox"/>
	<input type="checkbox"/>

### Aufgabe 18

20,78 Yards

### Aufgabe 19



### Aufgabe 20

$$0,45^2 + 0,3^2 + 0,25^2 = 0,355 = 35,5 \%$$

### Aufgabe 21

$$p \cdot 0,02 + (1 - p) \cdot 0,1 = \frac{0,052}{2} \rightarrow p = 0,925 = 92,5 \%$$

### Aufgabe 22

P(„weniger als 1 Mädchen gewinnt“)	C
P(„höchstens 1 Mädchen gewinnt“)	A
P(„mindestens 1 Mädchen gewinnt“)	F
P(„mehr als 1 Mädchen gewinnt“)	D

A	$1 - P(\text{„mehr als 1 Mädchen gewinnt“})$
B	$1 - P(\text{„höchstens 2 Mädchen gewinnen“})$
C	$1 - P(\text{„mindestens 1 Mädchen gewinnt“})$
D	$1 - P(\text{„weniger als 2 Mädchen gewinnen“})$
E	$1 - P(\text{„mehr als 2 Mädchen gewinnen“})$
F	$1 - P(\text{„kein Mädchen gewinnt“})$

### Aufgabe 23

$$n = 108$$

$$p = 0,25$$

### Aufgabe 24

$$n = 751$$